ĐÁNH GIÁ ỔN ĐỊNH MÁI DỐCTRONG KHÔNG GIAN BA CHIỀU– PHƯƠNG PHÁP TRƯỢT CỐ THỂ

Phạm Hữu Sy[1]

Tóm tắt: *Đánh giá ổn định mái dốc là vấn đề địa chất công trình thường phải giải quyết trong thực tiễn xây dựng. Từ trước đến nay vấn đề này được giải quyết bằng bài toán phẳng dễ dàng, nhưng có nhược điểm là không xét được ảnh hưởng của nhiều yếu tố. Tác giả bài báo đã nghiên cứu phát triển bài toán phẳng của Petterson để đánh giá ổn định mái dốc trong không gian ba chiều. Bằng thuật toán đưa khối trượt hình ellipsoid về hình bán cầu cho phép tính tích phân để xác định thể tích và diện tích mặt trượt, tác giả đã xây dựng được phương pháp 3D tính ổn định mái dốc bảo đảm chặt chẽ về mặt toán học và cơ học. Kết quả nghiên cứu có thể xây dựng được phương pháp hoàn thiện để áp dụng trong thực tế.*

Từ khóa: ổn định mái dốc, tính toán trượt, phương pháp 3D

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Trong thực tế xây dựng con người phải đụng chạm rất nhiều đến vấn đề ổn định mái dốc, ví dụ như ổn định mái hố móng, mái đường, mái đê, đập v.v.. bởi vậy, vấn đề nghiên cứu đánh giá ổn định mái dốc đã được nghiên cứu từ rất sớm, trước cả thời điểm ngành Cơ học đất chính thức ra đời. Cơ học đất chính thức được coi là ngành độc lập khi Karl Von Terzaghi cho ra đời cuốn sách đầu tiên về cơ học đất năm 1925, trong khi đó K.E. Petterson đề xuất phương pháp đánh giá ổn định mái dốc là vào năm 1915. Phương pháp này khi đó được đề xuất là cho bài toán phẳng. Ngày nay các phương pháp đánh giá ổn định mái dốc cho bài toán phẳng đã được phát triển nhiều tuy nhiên phương pháp Petterson vẫn được trình bày trong giáo trình Cơ học đất của các trường đại học như Mỏ-Địa chất, Đại học Thủy lợi, trong sách Cơ học đất của R. Whitlow…Trượt mái dốc là một vấn đề phức tạp, phụ thuộc đồng thời vào nhiều yếu tố, vì vậy, để đơn giản hóa, chấp nhận sai số các nhà khoa học đã giải nó trong không gian hai chiều. Với sự tiến bộ của khoa học, các bài toán chuyên môn được nghiên cứu tiếp cận gần thực tiễn hơn, các nhà khoa học cũng đã có những nghiên cứu đánh giá ổn định mái dốc trong không gian ba chiều. Trên tinh thần đó chúng tôi nghiên cứu giải lại bài toán do Petterson đề xuất nhưng là bài toán 3D.

2. PHÁT TRIỂN PHƯƠNG PHÁP PETTERSON ĐÁNH GIÁ ỔN ĐỊNH MÁI DỐC TRONG KHÔNG GIAN BA CHIỀU

Để đánh giá ổn định mái dốc K.E Petterson giả thiết rằng khi mất ổn định và mái dốc bị trượt thì tất cả các phần tử cấu tạo nên khối đất đều dịch chuyển với cùng một vận tốc. Chính vì vậy những người đi sau khi viết về phương pháp của ông thường nói rằng ông đã giả thiết “khối trượt là vật thể rắn” hay gọi phương pháp trượt của Petterson là “phương pháp trượt cố thể”. Để đơn giản cho tính toán ông cũng thêm giả thiết là mặt trượt là cung trụ tròn. Với hai giả thiết đó ông lập phương trình cân bằng moment cho bài toán phẳng như sau:

$$F = \frac{M_{ct}}{M_{gt}} = \frac{\tau LR}{Wd} \qquad (1)$$

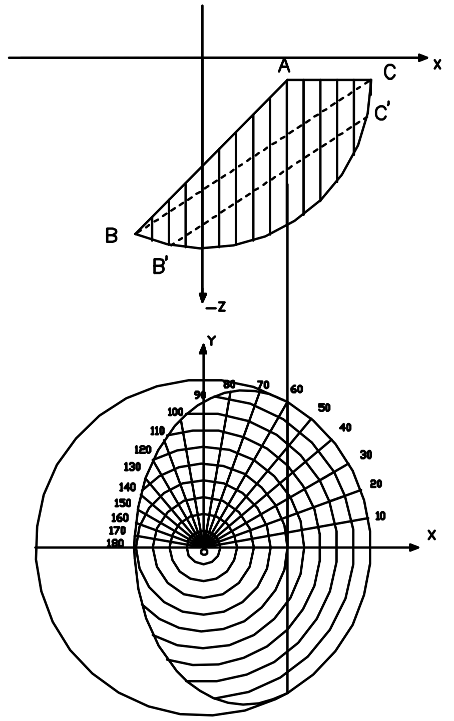
trong đó F là hệ số ổn định, M_{ct} và M_{gt} lần lượt là moment chống trượt và moment gây trượt, τ là cường độ kháng cắt của đất dọc theo mặt trượt, L là chiều dài cung trượt, R là bán kính cung trượt, W là trọng lượng khối đất trượt và d khoảng cách theo phương ngang từ trọng tâm của khối trượt đến tâm của cung trượt. Mái dốc sẽ mất ổn định khi hệ số ổn định nhỏ hơn 1, ở trạng thái cân bằng giới hạn khi bằng 1 và ở trạng thái cân bằng bền khi lớn hơn 1. Phương pháp này còn được gọi là phương pháp Thụy

[1] *Bộ môn Địa kỹ thuật – Trường Đại học Thủy lợi*

Điển vì K.E Petterson là người Thụy Điển. Sử dụng phương pháp Petterson W. Fellenius đã tính cho rất nhiều trường hợp và thiết lập được một bảng tương quan mà dựa theo đó có thể nhanh chóng tìm được cung trượt có hệ số ổn định nhỏ nhất cho đất dính lý tưởng và một phương pháp đồ họa tìm $K_{min,min}$ cho đất dính bình thường.

Phương pháp Petterson có các ưu, nhược điểm sau:

- Là phương pháp đồ họa kết hợp giải tích, trên cơ sở xét cân bằng giới hạn, tính toán đơn giản, nhanh chóng xác định được hệ số ổn định nhỏ nhất $K_{min,min}$ của mái dốc.
- Là bài toán phẳng nên có các nhược điểm của tất cả các bài toán phẳng nói chung, đó là không xét được ảnh hưởng của điều kiện biên của khối trượt, sự biến đổi không gian của các chỉ tiêu tính chất của đất và của áp lực nước lỗ rỗng, của cấu trúc địa chất trong phạm vi của khối trượt.
- Gò ép mặt trượt về dạng cung trụ tròn mà không xét được hình dạng thực tế của chúng.



Hình 1. Khối trượt đã được đưa về hình bán cầu

Chúng tôi thử một phương pháp mới phát triển từ phương pháp K.E. Petterson để đánh giá ổn định mái dốc trong không gian ba chiều có thể khắc phục được những nhược điểm nói trên.

Giả sử có một khối trượt hình ellipsoid được giới hạn bởi các phương trình tổng quát trong hệ tọa độ OXYZ sau:

$$\frac{X^2}{a^2}+\frac{Y^2}{b^2}+\frac{Z^2}{c^2}=1 \quad (1)$$

$$Z = mX + nY + p \quad (2)$$

$$Z = d \quad (3)$$

Để đơn giản hệ trục được bố trí như sau. Mặt nghiêng của khối trượt song song với trục OY và có hướng đổ trùng với trục OX về phía chiều âm, vì vậy $n = 0$ và cắt trục OZ ở giá trị âm, phương trình (2) trở thành:

$$Z = mX - p \quad (4)$$

Đổi biến số, đặt $bcX = x$; $acY = y$; $abZ = z$; $abc = R$, các phương trình trên sẽ trở thành:

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \quad (5)$$

$$z = abd \quad (6)$$

$$z = \frac{ma}{c}x - abp \quad (7)$$

Bằng thủ thuật này bài toán xét ổn định mái dốc trường hợp khối trượt hình ellipsoid bất kỳ đã được đưa về hình bán cầu trong hệ trục tọa độ mới oxyz (hình 1).

Tương tự như trong bài toán phẳng, lập phương trình cân bằng moment cho mái dốc trong không gian ba chiều. Khác với bài toán phẳng, đối với bài toán không gian thay vì chiều dài cung trượt L diện tích mặt trượt là diện tích hình bán cầu S, phương trình cân bằng moment trở thành:

$$F = \frac{M_{ct}}{M_{gt}} = \frac{\tau SR}{Wd} = \frac{\tau SR}{V\gamma d} \quad (8)$$

Để tính hệ số ổn định F cần phải tính ba đại lượng là diện tích mặt trượt S, thể tích của khối trượt V và cánh tay đòn d. Chúng được tính như sau:

Tính diện tích mặt trượt S:

$$S = \iint_D \sqrt{1+\left(z'_x\right)^2+\left(z'_y\right)^2}\,dxdy =$$

$$= \iint_D \sqrt{1+\frac{x^2+y^2}{R^2-x^2-y^2}}\,dxdy = R\iint_D \frac{dxdy}{\sqrt{R^2-x^2-y^2}}$$

$$S = R\iint_{D_1} \frac{dxdy}{\sqrt{R^2 - x^2 - y^2}} + R\iint_{D_2} \frac{dxdy}{\sqrt{R^2 - x^2 - y^2}} \quad (9)$$

Tính thể tích khối trượt V:

$$V = \iint_{D_1} \left[\left(\frac{ma}{c} x - abp \right) + \sqrt{R^2 - (x^2 + y^2)} \right] \quad (10)$$

$$dxdy + \iint_{D_2} \left[abd + \sqrt{R^2 - (x^2 + y^2)} \right] dxdy$$

Trong các công thức trên miền D_1 là hình chiếu của bán cầu tương ứng với phần mái nghiêng DBED và miền D_2 là hình chiếu của bán cầu tương ứng phần mái ngang của khối trượt DCED (hình 2) lên mặt phẳng XOY. Ranh giới của các miền được xác định như sau:

Ranh giới của mặt nghiêng và mặt cầu (gọi là ranh giới loại 1):

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \\ z = \frac{ma}{c} x - abp \end{cases} \Rightarrow y = \sqrt{R^2 - x^2 - \left(\frac{am}{c} x - abp \right)^2} \quad (11)$$

Hoành độ của điểm giao x_B:

$$R^2 - x_B^2 - \left(\frac{am}{c} x_B - abp \right)^2 = 0$$

$$\left(1 + \frac{a^2 m^2}{c^2} \right) x_B^2 - 2\frac{a^2 bmp}{c} x_B + \left[(abp)^2 - R^2 \right] = 0$$

$$x_B = \left[\frac{a^2 bmp}{c} - \sqrt{\frac{a^4 b^2 m^2 p^2}{c^2} - \left(1 + \frac{a^2 m^2}{c^2} \right) \left(a^2 b^2 p^2 - R^2 \right)} \right] : \left(1 + \frac{a^2 bmp}{c} \right)$$

Ranh giới của mặt ngang và mặt cầu (gọi là ranh giới loại 2):

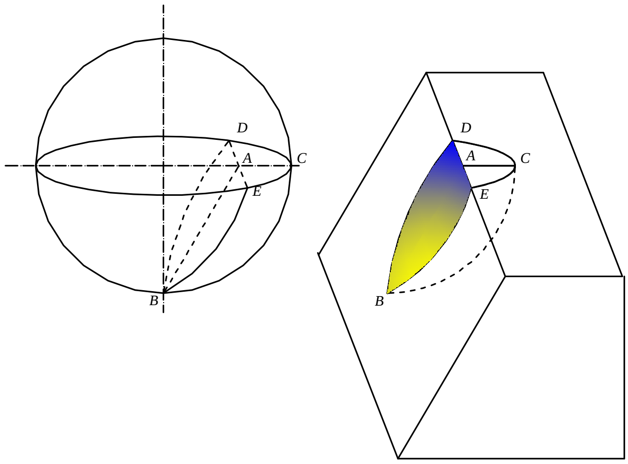
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \\ z = abd \end{cases} \Rightarrow y = \sqrt{R^2 - x^2 - (abd)^2} \quad (12)$$

Hoành độ điểm giao x_C:

$$R^2 - x_c^2 - (abd)^2 = 0 \Rightarrow x_c = R^2 - (abd)^2$$

Hoành độ điểm giao mặt nghiêng và mặt ngang (điểm A)

$$\begin{cases} z = \frac{ma}{c} x - abp \\ z = abd \end{cases} \Rightarrow x_A = \frac{bc}{m}(p + d)$$



Hình 2. Phối cảnh khối trượt trong không gian 3 chiều

Bài toán đến đây gặp một trở ngại lớn liên quan đến cận tích phân là ranh giới của mặt nghiêng và mặt cầu (phương trình (11)). Dù tích phân trong tọa độ Descartes hay tọa độ cực, dù tích phân lớp nào trước thì sau khi thay cận sẽ được một hàm rất phức tạp khi lấy tích phân lớp thứ hai. Để khắc phục được khó khăn này chúng tôi sử dụng phương pháp gần đúng. Chúng ta biết rằng bản chất của phép tích phân là chia nhỏ để tính sau đó cộng lại. Ở đây chúng tôi chia thêm một lần, tức là chia trước khối trượt thành các phần nhỏ với cận tích phân xác định, lấy tích phân trong các phần đó sau đó cộng lại. Cách làm cụ thể như sau. Chia khối trượt bằng các mặt trụ đồng tâm có phương trình: $x^2 + y^2 = (it)^2$ và các mặt phẳng qua tâm cách đều với $y = x\tan(jk)$ với *i* và *j* là các số tự nhiên, trong đó *i* chạy từ tâm hình cầu ra và *j* ngược chiều kim đồng hồ, *k* và *t* là những giá trị khoảng chia thỏi cố định, $it \le R$. Với cách chia này khối trượt sẽ được chia thành các thỏi có tiết diện ngang là các hình thang cong bao gồm:

1/ Các thỏi có mặt trên là hình thang cong hoàn chỉnh, tức là nằm trọn vẹn trong phần mặt phẳng ngang của khối trượt.

2/ Các thỏi có mặt trên nằm trọn vẹn trong phần mặt phẳng nghiêng, giới hạn cả 4 mặt bên là mặt phân chia.

3/ Các thỏi nằm dọc theo mép bờ dốc của khối trượt có mặt trên một phần là mặt phẳng ngang, một phần là mặt nghiêng.

4/ Các thỏi nằm trên mặt phẳng nghiêng và ở biên của khối trượt, tức là các thỏi được giới hạn 3 mặt là các mặt phân chia và có một mặt là ranh giới loại 1.

Tính thể tích của các thỏi:

1/ Đối với các thỏi có mặt trên trọn vẹn trong mặt phẳng ngang:

$$V_{i,j} = \iint_D \left(abd + \sqrt{R^2 - \left(x^2 + y^2\right)}\right) dxdy \quad (13)$$

Để thuận tiện chuyển qua tọa độ cực:

$x = r\cos\varphi$; $y = r\sin\varphi$; $dxdy = rdrd\varphi$

Phương trình (13) trở thành:

$$V_{i,j} = \iint_{D'} \left(abd + \sqrt{R^2 - r^2}\right) rdrd\varphi \quad (14)$$

$$V_{i,j} = \iint_{D'} \sqrt{R^2 - r^2}\, rdrd\varphi + abd \iint_{D'} rdrd\varphi$$

$$V_{i,j} = \int_{(j-1)k}^{jk} d\varphi \int_{(i-1)t}^{it} \sqrt{R^2 - r^2}\, rdr + abd \int_{(j-1)k}^{jk} d\varphi \int_{(i-1)t}^{it} rdr$$

$$V_{i,j} = -\frac{k}{3}\left\{\left[R^2 - (it)^2\right]^{\frac{3}{2}} - \left[R^2 - (i-1)^2 t^2\right]^{\frac{3}{2}}\right\} + \frac{kabd}{2}\left[(it)^2 - (i-1)^2 t^2\right] \quad (15)$$

Ký hiệu

$$\iint_{D'} \sqrt{R^2 - r^2}\, rdrd\varphi = -\frac{k}{3}\left\{\left[R^2 - (it)^2\right]^{\frac{3}{2}} - \left[R^2 - (i-1)^2 t^2\right]^{\frac{3}{2}}\right\}$$

là $V^{ngang.}$

2/ Đối với các thỏi có mặt trên nằm trọn vẹn trong mặt phẳng nghiêng, được giới hạn bởi các mặt phân chia:

$$V_{i,j} = \iint_D \left[\left(\frac{am}{c}x - abp\right) + \sqrt{R^2 - \left(x^2 + y^2\right)}\right] dxdy \quad (16)$$

Chuyển qua tọa độ cực:

$$V_{i,j} = \iint_{D'} \left[\left(\frac{am}{c} r\cos\varphi - abp\right) + \sqrt{R^2 - r^2}\right] rdrd\varphi \quad (17)$$

$$V_{i,j} = \iint_{D'} \sqrt{R^2 - r^2}\, rdrd\varphi + \frac{am}{c}\int_{(j-1)k}^{jk} \cos\varphi\, d\varphi \int_{(i-1)t}^{it} r^2 dr - abp \int_{(j-1)k}^{jk} d\varphi \int_{(i-1)t}^{it} rdr \quad (18)$$

$$= V^{ngang} + \frac{am}{3c}\left[i^3 t^3 - (i-1)^3 t^3\right]\left[\sin jk - \sin(j-1)k\right] - \frac{abpk}{2}\left[i^2 t^2 - (i-1)^2 t^2\right] \quad (19)$$

3/ Đối với các thỏi nằm dọc theo mép bờ dốc của khối trượt phần nào lớn hơn thì chuyển hẳn sang phần đó sử dụng công thức (15) hoặc (19) để tính. Khi các khoảng chia *t* và *k* rất nhỏ thì sai số do phép dịch chuyển thỏi này sẽ còn rất không đáng kể.

4/ Đối với các thỏi nằm trên mặt phẳng nghiêng ở trên biên của khối trượt có một mặt bên giới hạn bởi biên loại 1 có thể xử lý như đối với các thỏi nằm trên mép mái dốc, bỏ đi những thỏi có tiết diện bị biên cắt còn lại nhỏ và tính như thỏi nguyên khi thỏi bị biên cắt nhưng tiết diện còn lại lớn. Cũng như trường hợp trên, khi chia thỏi với *k* và *t* vô cùng bé thì số thỏi bỏ đi này rất không đáng kể. Đây chính là phép tính gần đúng để xử lý khó khăn do ảnh hưởng của biên loại 1 đã nêu ở trên.

Tính diện tích đáy của các thỏi:

$$S_{i,j} = \iint_D \sqrt{1 + \left(z'_x\right)^2 + \left(z'_y\right)^2}\, dxdy =$$

$$= \iint_D \sqrt{1 + \frac{x^2 + y^2}{R^2 - x^2 - y^2}}\, dxdy = R\iint_D \frac{rdrd\varphi}{\sqrt{R^2 - r^2}}$$

$$S_{i,j} = R\int_{(j-1)k}^{jk} d\varphi \int_{(i-1)t}^{it} \frac{rdr}{\sqrt{R^2 - r^2}} =$$

$$= R\left[\sqrt{R^2 - (i-1)^2 t^2} - \sqrt{R^2 - (it)^2}\right]\int_{(j-1)k}^{jk} d\varphi$$

$$S_{i,j} = kR\left[\sqrt{R^2 - (i-1)^2 t^2} - \sqrt{R^2 - (it)^2}\right] \quad (20)$$

Xác định trọng tâm của khối trượt và tính chiều dài cánh tay đòn d:

Để xác định được cánh tay đòn cần xác định trọng tâm của khối trượt. Trọng tâm khối trượt sẽ nằm đâu đó trên mặt cắt đi qua chính tâm của khối trượt, tức là mặt cắt dọc theo trục *ox*. Trên mặt cắt này nối 2 điểm BC (hình 1), đoạn thẳng này chia mặt cắt thành hai phần là phần tam giác ABC và phần giới hạn giữa cung và dây cung BC. Vẽ ba đường trung tuyến của tam giác ABC, trọng tâm của phần hình tam giác ABC là giao điểm của ba đường trung tuyến đó. Trên phần giới hạn bởi cung và dây cung vẽ một dây cung nhỏ hơn B'C' phía bên trong, song song với BC chia đôi hình này sao cho diện tích hai phần bằng nhau. Trọng tâm của phần giới hạn bởi cung và dây cung là giao điểm của dây cung $\overline{B'C'}$ và bán kính chia đôi cung $\overset{\frown}{BC}$. Trọng tâm chung của cả khối trượt là điểm giữa của đoạn thẳng nối trọng tâm của hai phần đó.

Sau khi tính được cả ba đại lượng, hệ số ổn định của mái dốc xác định theo công thức sau:

$$F = \frac{M_{ct}}{M_{gt}} = \frac{\tau R \sum S_{i,j}}{\gamma d \sum V_{i,j}} \qquad (21)$$

Với kỹ thuật máy tính hiện nay việc tính toán thể tích và diện tính đáy khối trượt, việc chia nhỏ đủ bảo đảm độ chính xác theo cách này không có gì khó.

3. KẾT LUẬN, KIẾN NGHỊ:

Từ các kết quả nghiên cứu trên đây có thể nêu một số kết luận sau đây:

1. Phương pháp đánh giá ổn định mái dốc bằng bài toán phẳng không xét được ảnh hưởng của các yếu tố địa hình, cấu trúc địa chất, sự biến đổi không gian của các chỉ tiêu tính chất của đất. Bài toán 3D có thể xét được các ảnh hưởng đó.

2.Có thể phát triển phương pháp cân bằng cố thể của Petterson để đánh giá ổn định của mái dốc trong không gian ba chiều. Phương pháp cân bằng cố thể 3D phát triển từ phương pháp Petterson có nhược điểm không xét được các lực kháng cắt tại các điểm khác nhau trên mặt trượt nhưng bù lại, nó xét được ảnh hưởng của các yếu tố có sự biến đổi không gian.

3.Có thể nghiên cứu hoàn thiện phương pháp này để ứng dụng.

TÀI LIỆU THAM KHẢO:

1. Cao Văn Chí , Trịnh Văn Cương,*Cơ học Đất*, NXB Xây dựng 2003, Hà Nội.
2. Phạm Hữu Sy, “Đánh giá ổn định mái dốc bằng phương pháp 3D”, *Tạp chí Địa kỹ thuật* (số 4), (2011), tr.40-46.
3. Phạm Hữu Sy,“Slope stability evalution by 3D analysis method with rational bars – the case of standard arc sliding mass”,*Proceedings of the International workshop on Geo-Engineering for responding to climate change and sustainable development of infrastructure*,(Hue Geo-Engineering 2012), pp. 139-144.
4. Tạ Đức Thịnh, Nguyễn Huy Phương. “Cơ học đất” Nhà xuất bản Xây dựng 2002.
5. Vũ Công Ngữ, Nguyễn Văn Dũng. “Cơ học đất”. Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội 1995.
6. Whitlow. R. “Cơ học đất”. Bản dịch của Nguyễn Uyên, Trịnh Văn Cương, Nhà xuất bản Giáo dục 1996

Abstract

DEVELOPING PETTERSON METHOD TO ASSESS SLOPE STABILITY IN THREE DIMENTIONAL SPACE

Evaluation of slope stabilization is a geological engineering issue which is very popular in practice. It has been widely dealt with by using plane method, but the disadvantage is that it does not take into account some factors. The author has studied and developed the plane method of Petterson to evaluate the slope stability in three dimensional space. By converting the slope mass of ellipsoid to hemisphere, the intergrals of sliding volume and surface area can be executed precisely in terms of maths and mechanical. This result can contribute to a complete method to apply in practice.

Keywords: Slope stability, landslide conculation, 3D method

Người phản biện: P**GS.TS. Nguyễn Hồng Nam**

BBT nhận bài: 14/5/2014

Phản biện xong: 10/7/2014