

# MÔ PHỎNG CÁC ĐẶC TÍNH ĐÀN HỒI CỦA CÁT

Nguyễn Hồng Nam<sup>1</sup>

**Tóm tắt:** Mô hình “hypo-elastic” (HongNam và Koseki, 2005) đã được cải tiến nhằm mô phỏng các tính dị hướng có sẵn và dị hướng do ứng suất gây ra của cát, có xét đến sự quay trục ứng suất chính từ trục vật liệu tại các trạng thái ứng suất tổng quát. Sự phù hợp tốt giữa các dữ liệu mô phỏng và thực đo đã được quan sát. Ảnh hưởng của tính dị hướng có sẵn đối với các đặc tính biến dạng đàn hồi của cát Toyoura là nhỏ.

**Từ khóa:** Mô đun Young, mô đun kháng cát, hệ số Poisson, đặc tính biến dạng nhỏ, dị hướng.

## 1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Đất ngoài hiện trường thường biểu hiện tính dị hướng về cường độ hoặc độ cứng. Có thể chia tính dị hướng của đất thành dị hướng có sẵn (Arthur và Menzies, 1972) và dị hướng do ứng suất gây ra (Arthur et al., 1977).

Khi nghiên cứu tính dị hướng có sẵn đối với các đặc tính biến dạng, đất thường được xem như vật liệu “cross-anisotropic”, đối xứng trục, với 5 tham số mô hình (Love, 1927).

Đối với dị hướng do ứng suất gây ra, một số mô hình đã được đề xuất (Tatsuoka và Kohata, 1995; Hardin và Blandford, 1989; Di Benedetto et al., 2001). Tuy nhiên, những mô hình này nhìn chung chưa đầy đủ bởi vì hoặc chưa đề cập đến trường hợp chịu lực tổng quát, trong đó có sự quay trục ứng suất chính từ trục vật liệu (Tatsuoka và Kohata, 1995) hoặc có xét đến sự quay trục ứng suất chính nhưng chưa xét đầy đủ ảnh hưởng của tính dị hướng có sẵn (Hardin và Blandford, 1989; Di Benedetto et al., 2001).

Tại một trạng thái ứng suất tổng quát, khảo sát đầy đủ ma trận liên hệ ứng suất-biến dạng của đất theo định luật Hooke tổng quát bằng các phương pháp đo tĩnh còn khó khăn, đặc biệt là việc đo mô đun đàn hồi Young và hệ số Poisson trong mặt phẳng ngang. Vì vậy, sự kết hợp các phương pháp đo tĩnh và đo động trên cùng một mẫu đất đã được thực hiện khá phổ biến.

HongNam và Koseki (2005) đề xuất một mô hình “hypo-elastic”, đặt tên là IIS, có xét tính dị hướng có sẵn và dị hướng do ứng suất gây ra

đối với các đặc tính biến dạng đàn hồi của đất với sự quay trục ứng suất chính. Tuy nhiên, các thành phần ứng suất, biến dạng được viết dưới dạng rút gọn (4 thành phần).

Bài báo này đề xuất cải tiến mô hình “hypo-elastic” (Hong Nam và Koseki, 2005) để mô phỏng các đặc tính đàn hồi dị hướng có sẵn và dị hướng do ứng suất gây ra của cát, xét trường hợp chịu lực tổng quát (6 thành phần).

## 2. MÔ HÌNH IIS CẢI TIẾN

Xét một mẫu đất hình trụ rỗng dưới tác dụng của lực dọc  $F_z$ , lực xoắn  $T$  và áp lực buồng (Hình 1). Trong hệ trục vật liệu  $(z, r, \theta)$  (Hình 1a), quan hệ giữa độ tăng ứng suất và độ tăng biến dạng của một phần tử vật liệu đàn hồi A có thể được viết theo định luật Hooke tổng quát dưới đây.

$$\begin{bmatrix} d\varepsilon_z^e & d\varepsilon_r^e & d\varepsilon_\theta^e & d\gamma_{zr}^e & d\gamma_{r\theta}^e & d\gamma_{\theta z}^e \end{bmatrix}^T = [M] \begin{bmatrix} d\sigma'_z & d\sigma'_r & d\sigma'_\theta & d\tau_{zr} & d\tau_{r\theta} & d\tau_{\theta z} \end{bmatrix}^T \quad (1)$$

Trong hệ trục ứng suất chính  $(\xi, \rho, \eta)$  (Hình 1b), quan hệ giữa độ tăng ứng suất và độ tăng biến dạng có thể được viết như sau.

$$\begin{bmatrix} d\varepsilon_\xi^e & d\varepsilon_\rho^e & d\varepsilon_\eta^e & d\gamma_{\xi\rho}^e & d\gamma_{\rho\eta}^e & d\gamma_{\eta\xi}^e \end{bmatrix}^T = [\overline{M}] \begin{bmatrix} d\sigma'_\xi & d\sigma'_\rho & d\sigma'_\eta & d\tau_{\xi\rho} & d\tau_{\rho\eta} & d\tau_{\eta\xi} \end{bmatrix}^T \quad (2)$$

$$[M] = [T_\sigma]^T [\overline{M}] [T_\sigma] \quad (3)$$

trong đó,  $[T_\sigma]$  là tensor chuyển đổi độ tăng ứng suất giữa hai hệ tọa độ  $(z, r, \theta)$  và  $(\xi, \rho, \eta)$ .

$$[T_\sigma] = \begin{bmatrix} \cos^2 \delta & 0 & \sin^2 \delta & 0 & 0 & \sin 2\delta \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin^2 \delta & 0 & \cos^2 \delta & 0 & 0 & -\sin 2\delta \\ 0 & 0 & 0 & \cos \delta & \sin \delta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \delta & \cos \delta & 0 \\ -\sin \delta \cos \delta & 0 & \sin \delta \cos \delta & 0 & 0 & \cos 2\delta \end{bmatrix}$$

<sup>1</sup> Trường Đại học Thủy lợi.

Ma trận  $[\bar{M}]$  được đề xuất như sau.

$$[\bar{M}] = \begin{bmatrix} \bar{M}_{11} & \bar{M}_{12} & \bar{M}_{13} & 0 & 0 & \bar{M}_{16} \\ \bar{M}_{21} & \bar{M}_{22} & \bar{M}_{23} & 0 & 0 & \bar{M}_{26} \\ \bar{M}_{31} & \bar{M}_{32} & \bar{M}_{33} & 0 & 0 & \bar{M}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{M}_{44} & \bar{M}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{M}_{54} & \bar{M}_{55} & 0 \\ \bar{M}_{61} & \bar{M}_{62} & \bar{M}_{63} & 0 & 0 & \bar{M}_{66} \end{bmatrix} \quad (4)$$

trong đó,  $\bar{M}_{11} = 1/E_\xi$ ,  $\bar{M}_{12} = -\nu_{\rho\xi}/E_\rho$ ,

$$\bar{M}_{13} = -\nu_{\eta\xi}/E_\eta, \bar{M}_{16} = \bar{M}_{o16},$$

$$\bar{M}_{21} = -\nu_{\xi\rho}/E_\xi, \bar{M}_{22} = 1/E_\rho,$$

$$\bar{M}_{23} = -\nu_{\eta\rho}/E_\eta, \bar{M}_{26} = \bar{M}_{o26},$$

$$\bar{M}_{31} = -\nu_{\xi\eta}/E_\xi, \bar{M}_{32} = -\nu_{\rho\eta}/E_\rho,$$

$$\bar{M}_{33} = 1/E_\eta, \bar{M}_{36} = \bar{M}_{o36}, \bar{M}_{44} = \bar{M}_{o44},$$

$$\bar{M}_{45} = \bar{M}_{o45}, \bar{M}_{54} = \bar{M}_{45}, \bar{M}_{55} = \bar{M}_{o55},$$

$$\bar{M}_{61} = \bar{M}_{16}, \bar{M}_{62} = \bar{M}_{26}, \bar{M}_{63} = \bar{M}_{36},$$

$$\bar{M}_{66} = 1/G_{\eta\xi}$$

$$E_i = \frac{f(e)}{f(e_o)} \frac{E_{io}}{\sigma_o'^m} \sigma_i'^m (1 - C_E k_n^2) \quad (5)$$

$$G_{ij} = \frac{f(e)}{f(e_o)} \frac{G_{ij_o}}{\sigma_o'^n} (\sigma_i' \sigma_j')^{n/2} (1 - C_G k_n^2) \quad (6)$$

$$\nu_{ij} = \nu_{ij_o} (\sigma_i' / \sigma_j')^k \quad (7)$$

ở đây,  $i$  hoặc  $j$  đại diện cho  $\xi, \rho, \eta$ ,  $e$  là hệ số rỗng hiện tại;  $f(e) = (2.17-e^2)/(1+e)$  (Hardin và Richart, 1963);  $m, n, k$  là các tham số vật liệu;  $\sigma_i'$  là ứng suất chính hiệu quả.

Ảnh hưởng của phá hủy đối với kết cấu đất trong quá trình cắt được xem xét bởi hệ số  $k_n$ :

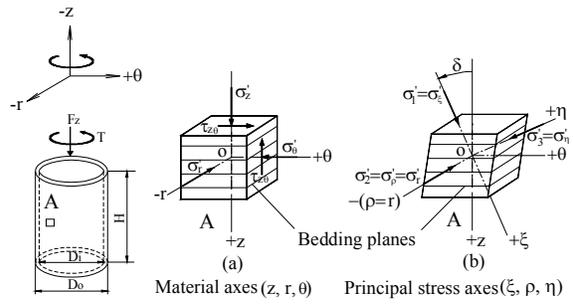
$$k_n = (\sigma_1' / \sigma_3' - 1) / [(\sigma_1' / \sigma_3')_{\max} - 1] \quad (8)$$

(Yu và Richart, 1984)

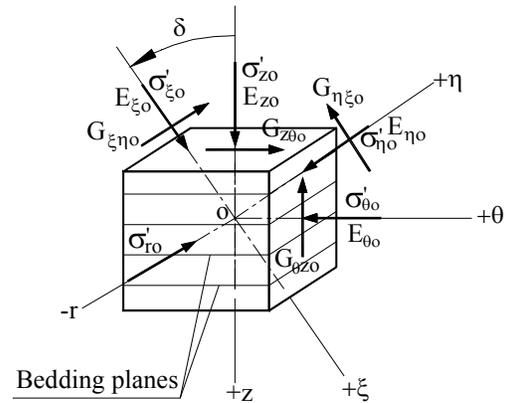
$C_E$  và  $C_G$  là hai hệ số lần lượt thể hiện sự suy giảm mô đun Young và mô đun kháng cắt.

Chỉ số dưới 'o' trong các phương trình (5), (6), (7) thể hiện trạng thái ứng suất tham chiếu đẳng hướng ( $\sigma_i' = \sigma_j' = \sigma_o'$ ), và hệ số rỗng tham chiếu  $e_o$  được dùng để xác định các giá trị  $E_{io}$ ,  $G_{ij_o}$ ,  $\nu_{ij_o}$  với  $\sigma_i' = \sigma_j' = \sigma_o'$ . Tại trạng thái ứng suất tham chiếu này, vật liệu được giả thiết "cross-anisotropic" trong hệ trục vật liệu ( $z, r,$

$\theta$ ), trong đó  $z$  là trục đối xứng và  $(r, \theta)$  là mặt phẳng đẳng hướng (Hình 2).



Hình 1. Hệ trục vật liệu (a) và hệ trục ứng suất chính (b)



Hình 2. Các đặc tính dị hướng có sẵn của đất tại trạng thái ứng suất tham chiếu đẳng hướng.

Quan hệ giữa độ tăng ứng suất và độ tăng biến dạng trong hệ trục này được thể hiện dưới đây (Hình 2).

$$\begin{bmatrix} d\varepsilon_{zo}^e & d\varepsilon_{ro}^e & d\varepsilon_{\theta o}^e & d\gamma_{zro}^e & d\gamma_{r\theta o}^e & d\gamma_{\theta zo}^e \end{bmatrix}^T = [M_o] \begin{bmatrix} d\sigma'_{zo} & d\sigma'_{ro} & d\sigma'_{\theta o} & d\tau_{zro} & d\tau_{r\theta o} & d\tau_{\theta zo} \end{bmatrix}^T \quad (9)$$

$$[M_o] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{zo}} & \frac{-\nu_{zro}}{E_{ro}} & \frac{-\nu_{\theta zo}}{E_{\theta o}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{zro}}{E_{zo}} & \frac{1}{E_{ro}} & \frac{-\nu_{\theta ro}}{E_{\theta o}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{\theta zo}}{E_{zo}} & \frac{-\nu_{\theta ro}}{E_{ro}} & \frac{1}{E_{\theta o}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{z\theta o}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu_{\theta ro})}{E_{\theta o}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{z\theta o}} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Có thể giả thiết (Tatsuoka và Kohata, 1995)

$$v_{\theta ro} = v_o (11) \quad \text{và} \quad E_{zo} = aE_{\theta o} = aE_o \quad (12).$$

Trong hệ trục vuông góc  $(\xi, \rho, \eta)$  với trục  $\rho$  trùng với trục  $r$ , và trục  $\xi$  tạo một góc nghiêng  $\delta$  so với trục  $z$ , quan hệ độ tăng ứng suất - độ tăng biến dạng được viết như sau:

$$\begin{bmatrix} d\varepsilon_{\xi o}^e & d\varepsilon_{\rho o}^e & d\varepsilon_{\eta o}^e & d\gamma_{\xi\rho}^e & d\gamma_{\rho\eta}^e & d\gamma_{\eta\xi}^e \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \overline{M}_{o11} & \overline{M}_{o12} & \overline{M}_{o13} & 0 & 0 & \overline{M}_{o16} \\ \overline{M}_{o21} & \overline{M}_{o22} & \overline{M}_{o23} & 0 & 0 & \overline{M}_{o26} \\ \overline{M}_{o31} & \overline{M}_{o32} & \overline{M}_{o33} & 0 & 0 & \overline{M}_{o36} \\ 0 & 0 & 0 & \overline{M}_{o44} & \overline{M}_{o45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \overline{M}_{o54} & \overline{M}_{o55} & 0 \\ \overline{M}_{o61} & \overline{M}_{o62} & \overline{M}_{o63} & 0 & 0 & \overline{M}_{o66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\sigma'_{\xi o} & d\sigma'_{\rho o} & d\sigma'_{\eta o} & d\tau_{\xi\rho} & d\tau_{\rho\eta} & d\tau_{\eta\xi} \end{bmatrix}^T \quad (13)$$

$$\overline{[M_o]} = [T_\sigma]^{-T} [M_o] [T_\sigma]^{-1} \quad (14)$$

$$\overline{[M_o]} = \begin{bmatrix} \overline{M}_{o11} & \overline{M}_{o12} & \overline{M}_{o13} & 0 & 0 & \overline{M}_{o16} \\ \overline{M}_{o21} & \overline{M}_{o22} & \overline{M}_{o23} & 0 & 0 & \overline{M}_{o26} \\ \overline{M}_{o31} & \overline{M}_{o32} & \overline{M}_{o33} & 0 & 0 & \overline{M}_{o36} \\ 0 & 0 & 0 & \overline{M}_{o44} & \overline{M}_{o45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \overline{M}_{o54} & \overline{M}_{o55} & 0 \\ \overline{M}_{o61} & \overline{M}_{o62} & \overline{M}_{o63} & 0 & 0 & \overline{M}_{o66} \end{bmatrix} \quad (15)$$

Trong đó,

$$\begin{aligned} \overline{M}_{o11} &= 1/E_{\xi o}, \quad \overline{M}_{o12} = -\nu_{\rho\xi o}/E_{\rho o}, \\ \overline{M}_{o13} &= -\nu_{\eta\xi o}/E_{\eta o}, \quad \overline{M}_{o16} = -\alpha_{1o}/E_{zo}, \\ \overline{M}_{o21} &= -\nu_{\xi\rho o}/E_{\xi o}, \quad \overline{M}_{o22} = 1/E_{\rho o}, \\ \overline{M}_{o23} &= -\nu_{\eta\rho o}/E_{\eta o}, \quad \overline{M}_{o26} = -\alpha_{2o}/E_{zo}, \\ \overline{M}_{o31} &= -\nu_{\xi\eta o}/E_{\xi o}, \quad \overline{M}_{o32} = -\nu_{\rho\eta o}/E_{\rho o}, \\ \overline{M}_{o33} &= 1/E_{\eta o}, \quad \overline{M}_{o36} = -\alpha_{3o}/E_{zo}, \\ \overline{M}_{o45} &= \overline{M}_{o54}, \quad \overline{M}_{o61} = \overline{M}_{o16}, \quad \overline{M}_{o62} = \overline{M}_{o26}, \\ \overline{M}_{o63} &= \overline{M}_{o36}, \quad \overline{M}_{o66} = 1/G_{\eta\xi o} \end{aligned}$$

Như vậy tất cả các thành phần của  $\overline{[M_o]}$  được xác định từ phương trình (14). Vì vậy, các thành phần dị hướng có sẵn của ma trận  $\overline{[M]}$  (phương trình 4), ví dụ  $E_{io}$ ,  $G_{ij o}$ ,  $\nu_{ij o}$ ,  $\alpha_{1o}$ ,  $\alpha_{2o}$  và  $\alpha_{3o}$ , đại diện cho mô đun Young, mô đun kháng cắt, hệ số Poisson, và 3 hệ số ghép đôi tương ứng được xác định. Lưu ý rằng khả năng phụ thuộc trạng thái ứng suất của các thành phần  $M_{16}$ ,  $M_{26}$  và  $M_{36}$  có thể được khảo sát theo phương pháp thử-sai nhờ các thí nghiệm cắt xoắn. Do sự hạn chế về thiết bị thí nghiệm, khả năng phụ thuộc trạng thái ứng suất của các thành phần  $M_{44}$ ,  $M_{45}$ ,  $M_{54}$  and  $M_{55}$  chưa được xem xét trong nghiên cứu này.

Do khó khăn kỹ thuật trong việc đo tĩnh các giá trị  $E_{\theta o}$  và  $\nu_{\theta ro}$  trong mẫu hình trụ rỗng, hai

giả thiết dưới đây được đề xuất bởi Tatsuoka et al. (1999) đã được sử dụng:

$$v_{z\theta o} = \sqrt{a} v_o \quad (16)$$

$$\text{và } v_{\xi\eta o} (\delta = 45^\circ) = v_o \quad (17)$$

Từ phương trình (3), có thể xác định giá trị  $a$ :

$$G_{z\theta o} = \frac{E_{zo}(\sqrt{a} - v_{z\theta o})}{(\sqrt{a} + v_{z\theta o})(1 + a - 2v_{z\theta o})} \quad (18)$$

Vì vậy, 5 tham số độc lập  $E_{zo}$ ,  $v_{z\theta o}$ ,  $G_{z\theta o}$ ,  $E_{\theta o}$  và  $\nu_{\theta ro}$  (phương trình 10) được giảm xuống 3 tham số độc lập:  $a$ ,  $E_o$  và  $v_o$ , xác định lần lượt từ các phương trình (18), (12) và (16).

Tóm lại, mô hình IIS bao gồm 9 tham số vật liệu:  $a$ ,  $E_o$ ,  $v_o$ ,  $m$ ,  $n$ ,  $k$ ,  $C_E$ ,  $C_G$  và  $(\sigma'_1/\sigma'_3)_{\max}$ . Theo mô hình IIS, ma trận liên kết biến dạng-ứng suất bất đối xứng.

Chú ý rằng trong các đường ứng suất 3 trục,  $\delta = 0$ , vì vậy  $G_{z\theta} = G_{\xi\eta}$ ,  $E_z = E_\xi$ ,  $E_\theta = E_\eta$ ,  $\nu_{z\theta} = \nu_{\xi\eta}$ ,  $\nu_{\theta z} = \nu_{\eta\xi}$ ,  $\nu_{zr} = \nu_{\xi\rho}$  và  $\nu_{rz} = \nu_{\rho\xi}$ .

Mô đun Young, mô đun kháng cắt, và hệ số Poisson được xác định như sau:

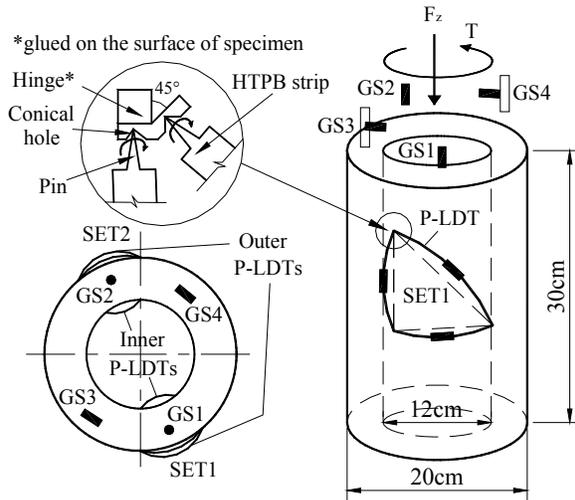
$$\begin{aligned} E_z &= 1/M_{11}, \quad E_r = 1/M_{22}, \quad E_\theta = 1/M_{33}, \\ G_{z\theta} &= 1/M_{44}, \quad \nu_{z\theta} = -M_{31}/M_{11}, \quad \nu_{\theta z} = -M_{13}/M_{33}, \\ \nu_{zr} &= -M_{21}/M_{11} \quad \text{và} \quad \nu_{rz} = -M_{12}/M_{22}. \end{aligned} \quad (19)$$

### 3. SO SÁNH KẾT QUẢ MÔ PHỎNG VỚI THÍ NGHIỆM

Việc xác định các tham số mô hình IIS được thực hiện được nhờ các kết quả thí nghiệm sử dụng thiết bị thí nghiệm cắt xoắn hình trụ rỗng tại phòng thí nghiệm địa kỹ thuật, Viện Khoa học Công nghiệp, Đại học Tokyo, Nhật Bản (HongNam và Koseki, 2005). Thiết bị này có thể cho phép điều khiển độc lập và tự động sự gia tải tuần hoàn theo các phương thẳng đứng và phương xoắn. Biến dạng mẫu được đo cục bộ nhờ thiết bị đo biến dạng cục bộ kiểu mũi nhọn P-LDT được tác giả phát triển (HongNam et al., 2001; Hình 3). Nhờ vậy có thể đo được các đặc tính biến dạng đàn hồi của đất bằng cách áp dụng các vòng lặp dỡ tải, gia tải biên độ nhỏ theo phương thẳng đứng và phương xoắn. Áp

dụng lực tuần hoàn biên độ nhỏ theo phương thẳng đứng  $\{d\sigma'\} = [d\sigma'_z, 0, 0, 0]^T$ , xác định được  $M_{11} = d\varepsilon'_z/d\sigma'_z$ ,  $M_{21} = d\varepsilon'_r/d\sigma'_z$ ,  $M_{31} = d\varepsilon'_\theta/d\sigma'_z$  và  $M_{61} = d\gamma'_{z\theta}/d\sigma'_z$ . Áp dụng lực tuần hoàn biên độ nhỏ theo phương xoắn  $\{d\sigma'\} = [0, 0, 0, d\tau_{z\theta}]^T$  xác định được  $M_{16} = d\varepsilon'_z/d\tau_{z\theta}$ ,  $M_{26} = d\varepsilon'_r/d\tau_{z\theta}$ ,  $M_{36} = d\varepsilon'_\theta/d\tau_{z\theta}$  và  $M_{66} = d\gamma'_{z\theta}/d\tau_{z\theta}$

Vật liệu thí nghiệm là các mẫu cát Toyoura ở trạng thái chặt, khô ( $G_S=2.635$ ,  $e_{max}=0.966$ ,  $e_{min}=0.600$ ) với hệ số rỗng ban đầu tại áp suất bùồng 30 kPa:  $e_{im}=0.697-0.760$ . Có hai loại mẫu trụ rỗng được sử dụng có cùng chiều cao 30cm, đường kính ngoài 20cm, nhưng khác nhau đường kính trong là 16cm và 12cm. Sau khi có kết đẳng hướng (IC), mẫu chịu các đường ứng suất khác nhau như nén 3 trục (TC), nờ 3 trục (TE), cắt xoắn từ trạng thái ứng suất đẳng hướng(TSI), cắt xoắn từ trạng thái ứng suất dị hướng (TSA).



Hình 3. Sơ đồ bố trí thiết bị đo biến dạng cục bộ

Các giá trị tham số mô hình IIS được lựa chọn như sau:  $E_o = 182.1$  MPa,  $\nu_o = 0.167$ ,  $m = n = 0.5$ ,  $k = 0.3$  và  $C_E = C_G = 0$  (bỏ qua các ảnh hưởng phá hủy và lịch sử ứng suất),  $a = 0.8, 1.0, 1.2$ . Tại trạng thái ứng suất tham chiếu đẳng hướng  $\sigma'_o = 100$  kPa,  $e = e_o$ .

So sánh kết quả mô phỏng và số liệu thí

nghiệm trong đường TC ( $\sigma'_r = \sigma'_\theta = 100$  kPa), TSI ( $\sigma'_z = \sigma'_r = \sigma'_\theta = 100$  kPa) và TSA ( $\sigma'_z = 2\sigma'_r = 2\sigma'_\theta = 200$  kPa) được thể hiện lần lượt trên Hình 4, 5 và 6. Chú ý rằng các tham số so sánh được chuẩn hoá với các giá trị ban đầu. Chỉ số dưới '[1]' đại diện giá trị ban đầu ( $\tau_{z\theta} = 0$ ) tại trạng thái ứng suất đẳng hướng (TC, TSI) hoặc dị hướng (TSA).

Kết quả mô phỏng cho thấy rằng ảnh hưởng của dị hướng có sẵn đối với các số hạng chuẩn hoá của ma trận [M] là không đáng kể đối với đường TC hoặc nhỏ đối với các đường TSI, TSA. Kết quả mô phỏng phù hợp tốt với với số liệu thí nghiệm, trừ sự biến đổi các giá trị đo của  $M_{21}$  và  $M_{26}$ , có thể là do các sai số lớn hơn trong tính toán các giá trị  $\varepsilon_r$ .

#### 4. KẾT LUẬN

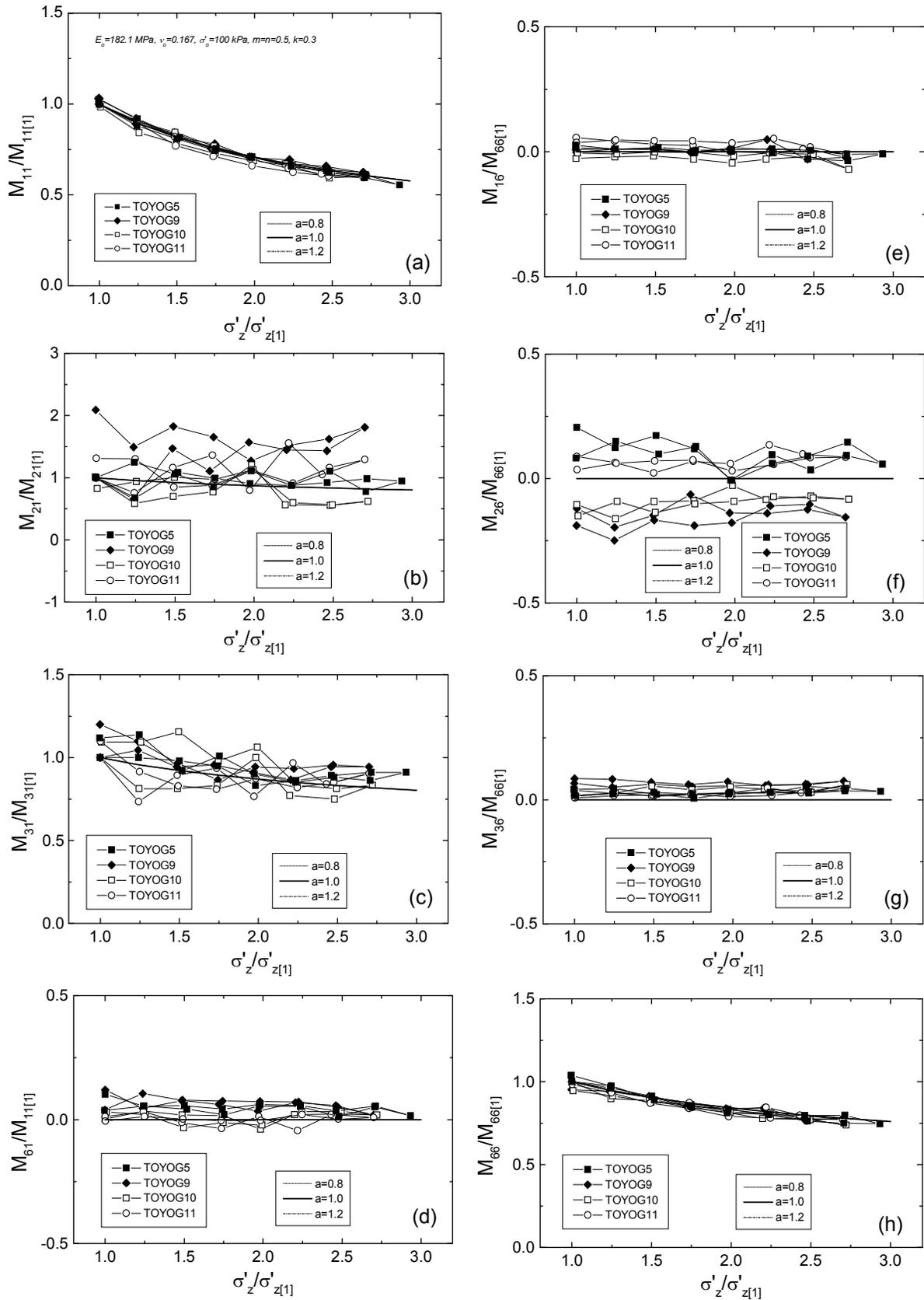
Mô hình "hypo-elastic", mang tên IIS, (HongNam và Koseki, 2005) đã được cải tiến để nghiên cứu tính dị hướng có sẵn và tính dị hướng do ứng suất gây ra của các đặc tính biến dạng đàn hồi của cát, có xét đến sự quay trục ứng suất chính từ trục vật liệu. Mô hình IIS mở rộng đã được kiểm nghiệm kỹ lưỡng nhờ một loạt các thí nghiệm 3 trục và xoắn trên các mẫu hình trụ rỗng làm bằng cát Toyoura ở trạng thái chặt, khô. Sau đây là kết luận từ nghiên cứu này.

1) Tính dị hướng có sẵn và dị hướng do ứng suất gây ra của ma trận liên kết biến dạng-ứng suất khi có/không có sự quay các trục ứng suất chính có thể được mô phỏng tốt theo mô hình "hypo-elastic" mới được đề xuất.

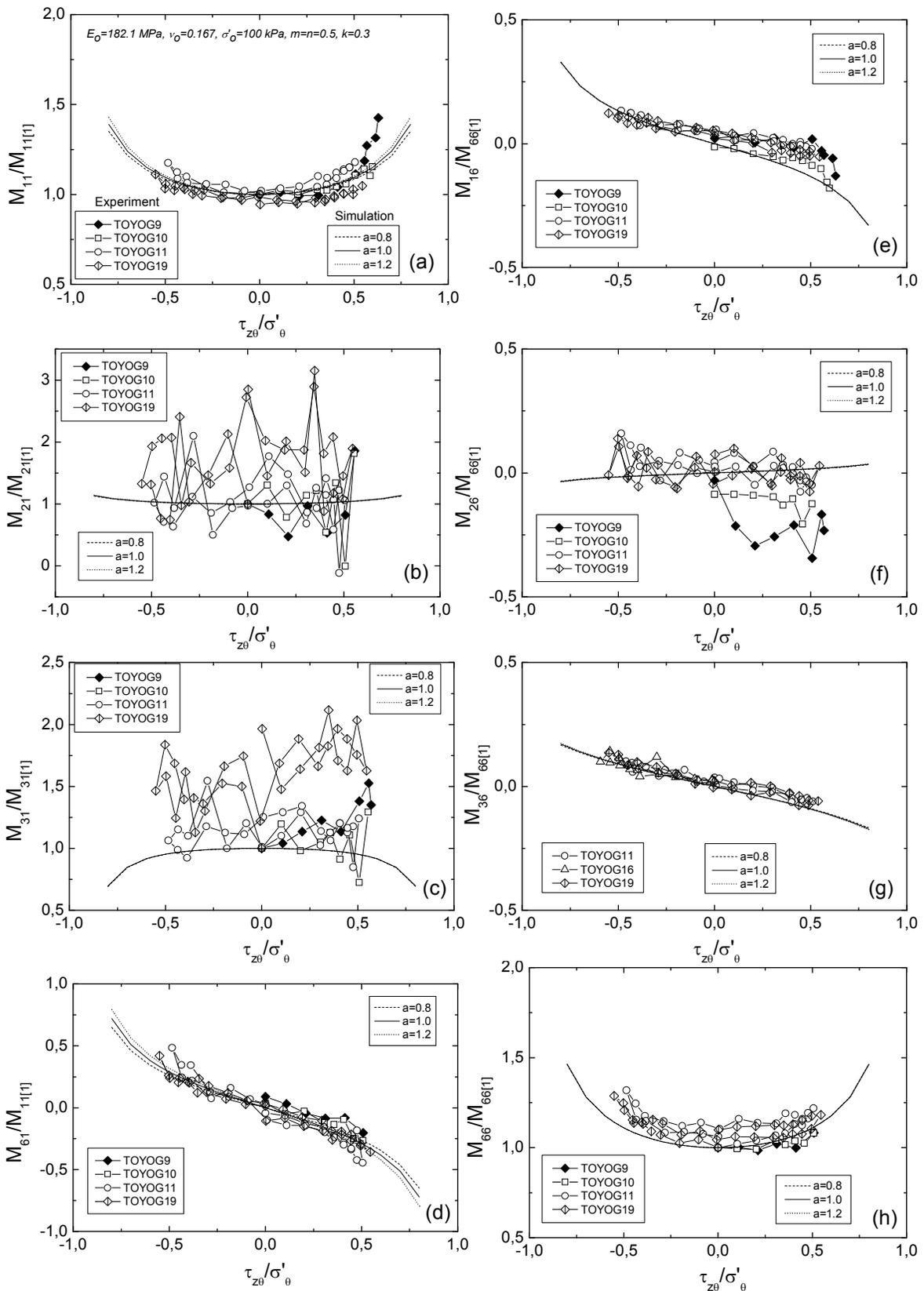
2) Các ảnh hưởng của tính dị hướng có sẵn của cát đối với các kết quả mô phỏng là nhỏ.

#### LỜI CẢM ƠN

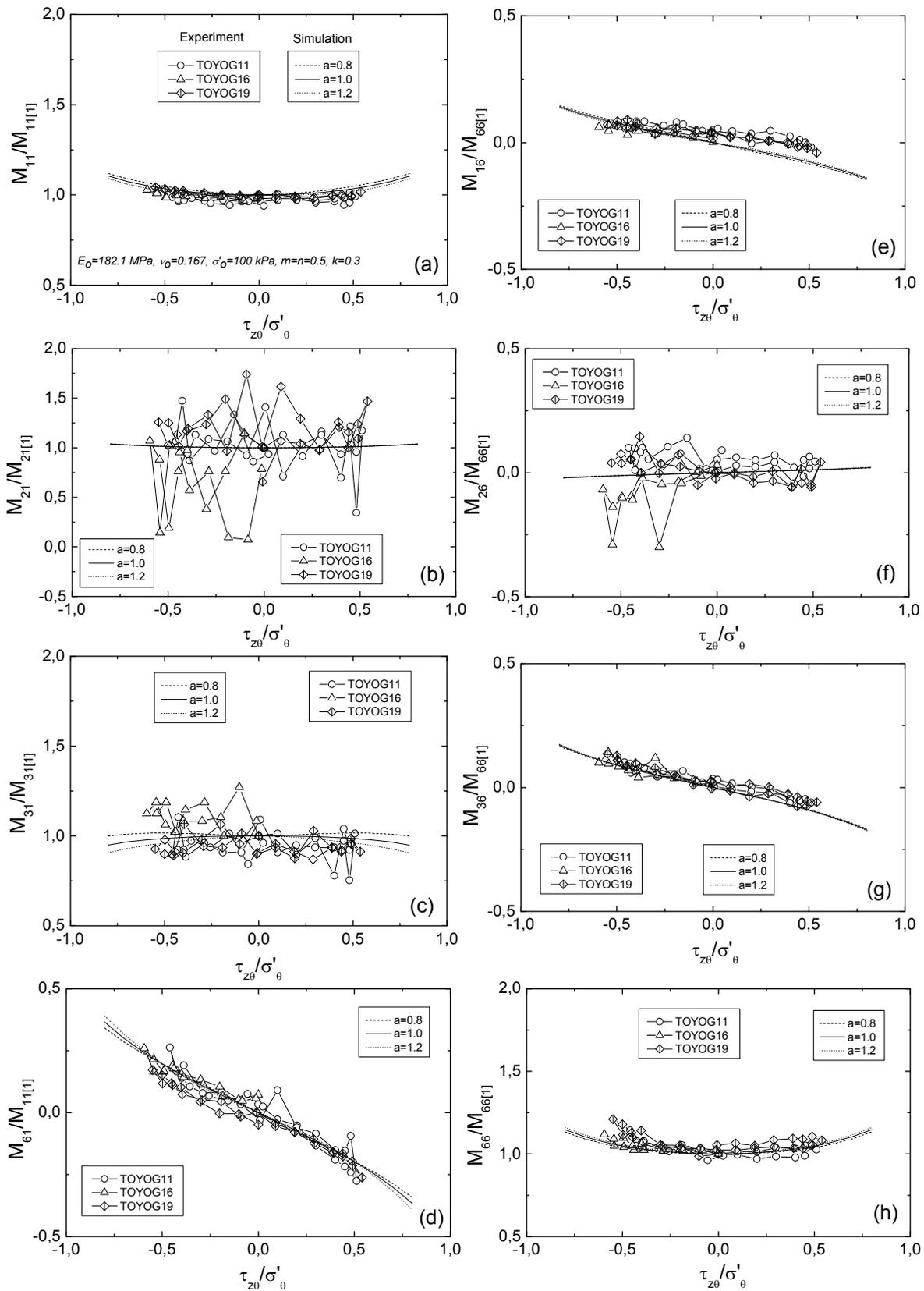
Nghiên cứu này được tài trợ bởi Quỹ phát triển khoa học và công nghệ quốc gia Việt Nam (NAFOSTED) trong đề tài mã số 107.99-2012.31.



Hình 4. So sánh kết quả mô phỏng và thí nghiệm trong đường nén 3 trục TC ( $\sigma'_r = \sigma'_\theta = 100 \text{ kPa}$ )



Hình 5. So sánh kết quả mô phỏng và thí nghiệm trong đường cắt xoắn TSI  
 ( $\sigma'_z = \sigma'_r = \sigma'_\theta = 100 \text{ kPa}$ )



Hình 6. So sánh kết quả mô phỏng và thí nghiệm trong đường cắt xoắn TSA ( $\sigma'_z = 2\sigma'_r = 2\sigma'_\theta = 200 \text{ kPa}$ )

## GIẢI THÍCH KÝ HIỆU

$a$  = Tham số thể hiện tính dị hướng có sẵn  
 $E_i$  = Mô đun Young theo phương  $i$   
 $E_{io}$  = Mô đun Young theo phương  $i$  tại trạng thái ứng suất tham chiếu đẳng hướng  
 $E_o$  = Mô đun Young tham chiếu đẳng hướng  
 $e_o$  = Hệ số rỗng tại trạng thái ứng suất tham chiếu đẳng hướng  
 $G_{ij}$  = Mô đun kháng cắt trong mặt phẳng ( $i, j$ )  
 $G_{ijo}$  = Mô đun kháng cắt  $G_{ij}$  tại trạng thái ứng suất tham chiếu đẳng hướng

$\gamma_{ij}$  = Biến dạng cắt trong mặt phẳng ( $i, j$ )  
 $\varepsilon_i$  = Biến dạng pháp tuyến theo phương  $i$   
 $\varepsilon_{vol}$  = Biến dạng thể tích  
 $\tau_{ij}$  = Ứng suất cắt trong mặt phẳng ( $i, j$ )  
 $\nu_{ij}$  = Hệ số Poisson (ảnh hưởng của biến dạng theo phương  $j$  lên biến dạng theo phương  $i$ )  
 $\nu_{ijo}$  = Hệ số Poisson  $\nu_{ij}$  tại trạng thái ứng suất tham chiếu đẳng hướng  
 $\nu_o$  = Hệ số Poisson tham chiếu đẳng hướng  
 $\sigma'_o$  = Ứng suất hiệu quả tại trạng thái ứng suất tham chiếu đẳng hướng.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Arthur, J. R. F. and Menzies, B. K. (1972), "Inherent anisotropy in a sand", *Geotechnique*, 22(1), pp. 115-128.
- Arthur, J. R. F., Chua, K. S. and Dunstan, T. (1977), "Induced anisotropy in a sand", *Geotechnique*, 27(1), pp. 13-30.
- Di Benedetto, H., Geoffroy, H. and Sauzeat, C. (2001), "Viscous and non viscous behavior of sand obtained from hollow cylinder tests", *Advanced laboratory stress-strain testing of geomaterials*. Tatsuoka et al. (eds.), Balkema, pp. 217-226.
- Hardin, B. O. and Blandford, G. E. (1989), "Elasticity of particulate materials", *J. of Geotechnical Engineering*, ASCE, 115 (6), pp. 788-805.
- Hardin, B. O. and Richart, F. E., Jr. (1963), "Elastic wave velocities in granular soils", *J. of Soil Mech. and Foundation Division*, 89(1), pp. 33-65.
- HongNam, N. and Koseki, J. (2005), "Quasi-elastic deformation properties of Toyoura sand in cyclic triaxial and torsional loadings", *Soils and Foundations*, 45(5), pp. 19-38.
- HongNam, N., Sato, T. and Koseki, J. (2001), "Development of triangular pin-typed LDTs for hollow cylindrical specimen", *Proc. of 36th annual meeting of JGS*, pp. 441-442.
- Love, A. E. H. (1927), *A treatise on the mathematical theory of elasticity*, Dover Publications, New York.
- Tatsuoka, F. and Kohata, Y. (1995), "Stiffness of hard soils and soft rocks in engineering applications", *Prefailure deformation of geomaterials*, Shibuya et al. (eds.), Balkema, 2, pp. 947-1063.
- Tatsuoka, F., Ishihara, M., Uchimura, T. and Gomes Correia, A. (1999), "Non-linear resilient behavior of unbound granular materials predicted by the cross-anisotropic hypo-quasi-elasticity model", *Unbound Granular Materials*, Gomes Correia (ed.), Balkema, pp. 197-204.
- Yu, P. and Richart, F. E., Jr. (1984), "Stress ratio effects on shear modulus of dry sands", *J. of Geotechnical Engineering*, 110(3), pp. 331-345.

### Abstract:

#### MODELING OF QUASI-ELASTIC DEFORMATION PROPERTIES OF SAND

The hypo-elastic model (HongNam and Koseki, 2005) was improved to simulate the inherent and stress-induced anisotropies of quasi-elastic deformation properties of sand, considering the rotation of principal stress axes from the material axes at general stress states. Good agreements between experimental and simulation data were observed. In the simulation, effect of inherent anisotropy on the quasi-elastic deformation properties of sand was found to be small.

**Keywords:** Young's modulus, shear modulus, Poisson's ratio, small strain deformation properties, anisotropy.

BBT nhận bài: 24/4/2015

Phản biện xong: 28/8/2015