

## NGHIÊN CỨU CẤU TRÚC DÒNG CHẢY XUNG QUANH HÌNH TRỤ TRÒN SỬ DỤNG “LAGRANGIAN COHERENT STRUCTURE”

Vũ Huy Công<sup>1</sup>

**Tóm tắt:** Trong nghiên cứu này, cấu trúc dòng chảy xung quanh hình trụ đã được nghiên cứu dựa trên phương pháp “Lagrangian Coherent Structure” (LCS). LCS đã chứng minh nhiều ưu điểm so với các phương pháp trước đó là dùng véc tơ, các đường đồng mức xoáy hay các đường dòng để thể hiện cấu trúc dòng chảy. Với LCS, cấu trúc dòng chảy được thể hiện đầy đủ hơn và người nghiên cứu có thể định lượng được các biên của các vùng xoáy ở phía sau hình trụ, điều này không thực hiện được với các phương pháp thường dùng trước đó.

**Từ khóa:** “Lagrangian Coherent Structure”, hình trụ, cấu trúc dòng chảy, xoáy.

### 1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Dòng chảy xung quanh hình trụ là mục tiêu nghiên cứu của rất nhiều công trình khoa học bởi tính ứng dụng phổ biến của nó. Chúng ta có thể dễ dàng bắt gặp các kết cấu có dạng hình trụ trong cuộc sống ví dụ như là trụ cầu, ống khói, cột điện, nhà cao tầng, v.v... Sự xuất hiện của các kết cấu hình trụ này sẽ làm thay đổi dòng chảy xung quanh nó, đặc biệt có thể tạo ra vùng xoáy phía sau dẫn đến sự xáo trộn dòng chảy hoặc tạo ra các lực cản tác dụng lên hình trụ. Các xoáy này sẽ bắt đầu xuất hiện sau hình trụ khi hệ số Reynolds của dòng chảy lớn hơn 47 và làm tăng sự xáo trộn ở đằng sau hình trụ. Việc nghiên cứu cấu trúc dòng chảy mà ở đây là các xoáy này đã được thực hiện bởi rất nhiều công trình khoa học. Tuy nhiên, hầu như tất cả các nghiên cứu trước đây đều thể hiện các xoáy này dựa trên đường đồng mức độ xoáy (“vorticity contour”). Nghiên cứu này sẽ áp dụng một phương pháp khác đó là “Lagrangian Coherent Structure” (LCS) để thể hiện cấu trúc dòng chảy. Với LCS, người nghiên cứu sẽ tìm thấy các đặc điểm mới mà trước đây nó bị ẩn đi khi dùng các phương pháp thông thường. Điều này giúp cho việc

nghiên cứu cấu trúc dòng chảy chi tiết hơn và toàn diện hơn. Trong nghiên cứu này những ưu điểm nổi bật của LCS so với phương pháp trước đây sẽ được phân tích đầy đủ chi tiết.

### 2. PHƯƠNG PHÁP “LAGRANGIAN COHERENT STRUCTURE”

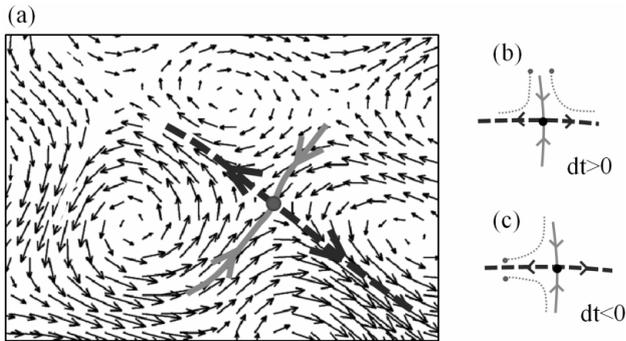
#### 2.1. Giới thiệu về phương pháp “Lagrangian Coherent structure”

LCS được biết đến như là đường ranh giới ẩn phân chia trường dòng chảy thành các vùng khác nhau và các phần tử vật chất dòng chảy được xem như là không đi qua các đường ranh giới này. Ví dụ như các đường màu đỏ và xanh ở trên hình 1 là những đường “LCS backward-time và forward-time”. Những đường này có tính chất như sau; khi chúng ta quan sát 2 điểm di chuyển ở 2 bên đường “forward-time” (đường nét liền, màu xanh) thì 2 điểm này sẽ phân kỳ theo thuận chiều thời gian (theo chiều mũi tên nhỏ), xem hình 1(b). Ngược lại, khi chúng ta quan sát 2 điểm ở hai bên đường “backward-time” (đường nét đứt, màu đỏ) thì 2 điểm này sẽ di chuyển phân kỳ theo ngược chiều thời gian (ngược chiều mũi tên nhỏ), xem hình 1(c). Những đường ranh giới này bị ẩn đi khi thể hiện cấu trúc dòng chảy bằng trường vận tốc. Các đường LCS có thể coi như là “bộ khung xương” của dòng chảy. Để tính toán LCS, theo Shadden et al., (2005), ta cần tìm

---

<sup>1</sup> Khoa Xây dựng Thủy lợi - Thủy điện, Trường Đại học Bách Khoa - Đại học Đà Nẵng.

“Finite-Time Lyapunov Exponent”, (FTLE). Thông số này thể hiện mức độ phân tán của các phần tử vật chất, và tại nơi có FTLE lớn thì các phần tử sẽ phân tán nhiều. Trong trường FTLE, tập hợp các vị trí mà FTLE có giá trị lớn được xem như là các đường cấu trúc LCS. Chi tiết về LCS cũng như cách tính toán có thể tham khảo các công trình nghiên cứu của Shadden *et al.*, (2005).



Hình 1. (a) Minh họa đường cấu trúc LCS (màu đỏ: “LCS backward-time”; màu xanh: “LCS forward-time”); (b): tính chất của LCS forward-time; (c) tính chất của LCS backward-time

LCS được tính toán dựa trên trường vec tơ vận tốc dòng chảy theo thời gian của vùng nghiên cứu. Trong nghiên cứu này, tác giả đã sử dụng phần mềm Matlab và tính toán LCS theo các công thức của Shadden *et al.*, (2005).

## 2.2. Kiểm định chương trình tính toán LCS

Chương trình tính toán LCS được tác giả viết trên ngôn ngữ Matlab và việc kiểm định chương trình này được thực hiện cho bài toán đơn giản. Đó là tính toán LCS từ trường vec tơ của “Double Gyre” được cho bởi phương trình:

$$\psi(x, y, t) = A \sin(\pi f(x, t)) \sin(\pi y) \quad (1)$$

$$f(x, y) = a(t)x^2 + b(t)x$$

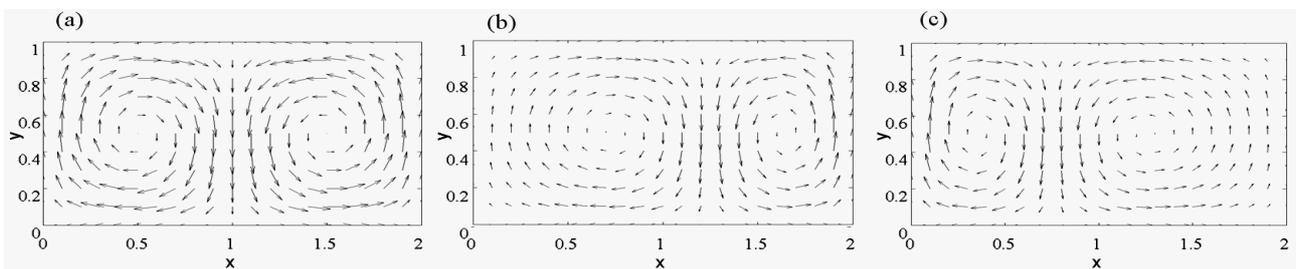
với:  $a(t) = \varepsilon \sin(\omega t) \quad (2)$

$$b(t) = 1 - \varepsilon \sin(\omega t)$$

trên vùng tính  $[0, 2] \times [0, 1]$  và trường vec tơ vận tốc cho bởi công thức:

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial y}; \quad v = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (3)$$

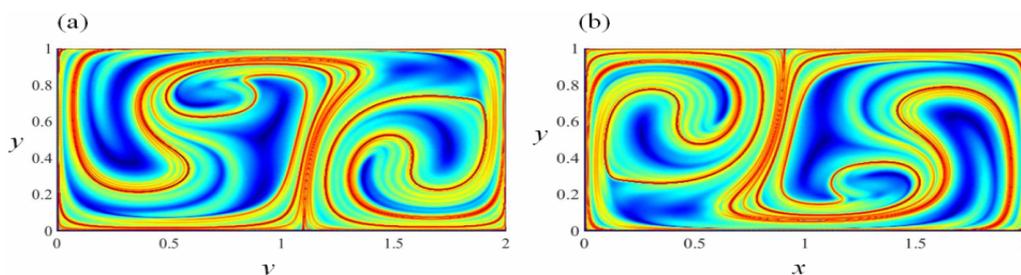
Trường vec tơ với các thông số khác nhau tại các thời điểm khác nhau được thể hiện như trên hình 2.



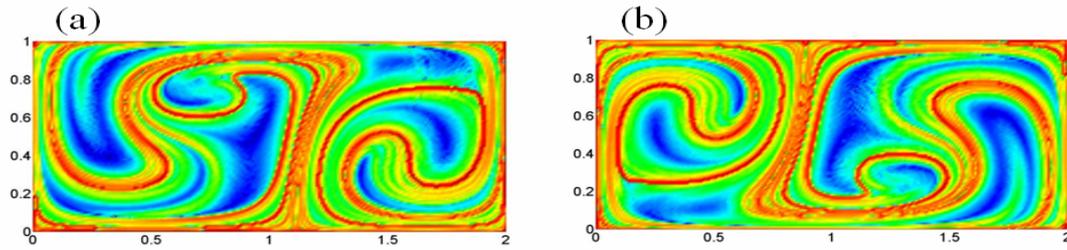
Hình 2. Trường vận tốc của “Double-gyre” khi  $A = 0.1$ ,  $\omega = 2\pi/10$  and  $\varepsilon = 0.25$  tại các thời điểm: (a)  $t = 0$ , (b)  $t = 2.5$ , (c)  $t = 7.5$

Trường giá trị FTLE được tính toán và thể hiện trên hình 3. Trong trường FTLE, những đường màu đỏ được xem là các đường LCS. So sánh kết quả tính toán của tác giả (hình 3) với

kết quả của Jakobsson (2012) (trên hình 4) cho thấy chương trình tính toán LCS của tác giả hoàn toàn đủ độ tin cậy để tính toán LCS cho dòng chảy xung quanh hình trụ.



Hình 3. Trường FTLE của “Double-gyre” tại  $t = 0$ ,  $A = 0.1$ ,  $\omega = 2\pi/10$ ,  $\varepsilon = 0.25$ ; (a) “LCS forward-time”, (b) “LCS backward-time”. (Kết quả của tác giả)



Hình 4. Trường FTLE của “Double-gyre” tại  $t=0$ ,  $A=0.1$ ,  $\omega=2\pi/10$ ,  $\varepsilon=0.25$ ; (a) “LCS forward-time”, (b) “LCS backward-time”. (Kết quả cung cấp bởi Jakobsson, 2012)

### 3. CẤU TRÚC DÒNG CHẢY XUNG QUANH HÌNH TRỤ

Như đã trình bày ở trên, LCS được tính toán dựa trên trường véc tơ dòng chảy. Để có được trường véc tơ xung quanh hình trụ, mô hình số thủy lực Fluent đã được tác giả áp dụng. Fluent là mô hình số được đánh giá cao trong các nghiên cứu về thủy lực. Sau khi có được trường véc tơ dòng chảy, tác giả tính toán LCS dựa trên chương trình Matlab đã được kiểm định ở phần trên.

#### 3.1. Thiết lập mô hình số trong Fluent

Fluent dựa trên phương pháp thể tích hữu hạn để giải hệ phương trình cơ bản. Phương trình bảo toàn khối lượng có dạng:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (4)$$

Trong đó  $\rho$  là khối lượng riêng,  $v$  là vận tốc.

Phương trình bảo toàn động lượng có dạng:

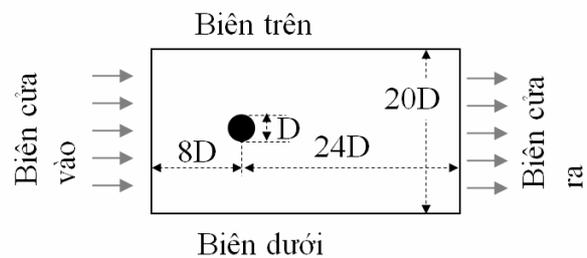
$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\bar{\tau}) + \rho \vec{g} + \vec{F} \quad (5)$$

Trong đó  $p$  là áp suất,  $\tau$  là tensor ứng suất, và  $F$  là ngoại lực.

Các phương trình được giải theo phương pháp “semi-implicit pressure linked equations” (SIMPLE). Mô hình rối được áp dụng là SST  $k-w$  và lý do sử dụng mô hình này được giải thích trong Vu et al., (2015).

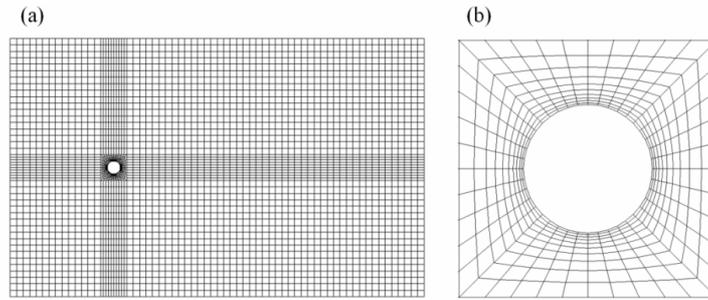
Mô hình toán 2D của dòng chảy qua hình trụ được thể hiện trên hình 5. Khoảng cách từ biên vào và biên ra của mô hình đến tâm hình trụ lần lượt bằng 8 và 24 lần đường kính hình

trụ. Biên hai bên được bố trí cách hình trụ một khoảng bằng 10 lần đường kính. Việc bố trí các biên với khoảng cách như vậy để tránh ảnh hưởng của biên đến kết cấu dòng chảy xung quanh hình trụ (Meneghini et al. 2001). Biên vào là dòng đều  $U_0$  với dạng biên “velocity inlet” còn biên ra là biên “pressure outlet”. Đây là cặp biên được người sử dụng Fluent sử dụng nhiều khi mô phỏng dòng chảy qua các vật cản (Vu et al., 2015). Biên “pressure outlet” có thể cho phép hiện tượng “back-flow” nên các xoáy nước khi đi ra khỏi biên cửa ra được mô phỏng chính xác.



Hình 5. Sơ đồ điều kiện biên cho mô hình.

Miền lưới tính toán cho mô hình được thể hiện trên hình 6. Toàn bộ miền tính toán gồm 193920 phần tử với số lượng phần tử trên chu vi hình trụ là 240 phần tử. Kích thước phần tử thay đổi từ 0.5mm (trên hình trụ) đến 2.5 mm (ở các biên). Chi tiết lưới xung quanh hình trụ được thể hiện trên hình 6(b). Cách chia lưới này đã được áp dụng thành công trong các nghiên cứu của các tác giả trước như Vu et al., (2015). Bước thời gian được thiết lập trong mô phỏng là 1s.



Hình 6. (a) Chia lưới miền tính toán, (b) Chia lưới xung quanh hình trụ.  
Cứ cách 6 điểm lưới thì có một điểm lưới được vẽ.

Trong các nghiên cứu dòng chảy qua hình trụ sử dụng mô hình số, hệ số lực cản hoặc áp lực trên hình trụ thường được dùng để kiểm tra độ chính xác của mô hình. Trong nghiên cứu này tác giả cũng sử dụng hệ số lực cản để kiểm định mô hình bằng cách so sánh với các kết quả đã được công bố. Hệ số lực cản tác dụng lên hình trụ được tính theo công thức:

$$C_d = \frac{2F_d}{\rho U_0^2 D} \quad (6)$$

Trong đó:

$U_0$ : vận tốc tại biên vào

$F_d$ : lực cản tác dụng lên hình trụ

$D$ : đường kính hình trụ

**Bảng 1. So sánh kiểm định mô hình**

Reynold	Các nghiên cứu	$C_d$
60	Tritton (1959) (Re=60,5)	1.47
	Kết quả tác giả	1.468
100	Lam et al., (2008)	1.36
	Meneghini et al., (2001)	1.37
	Kết quả tác giả	1.366
200	Lam et al., (2008)	1.32
	Meneghini et al., (2001)	1.3
	Kết quả tác giả	1.33
1000	Braza et al., (1986)	1.21
	Kết quả tác giả	1.259

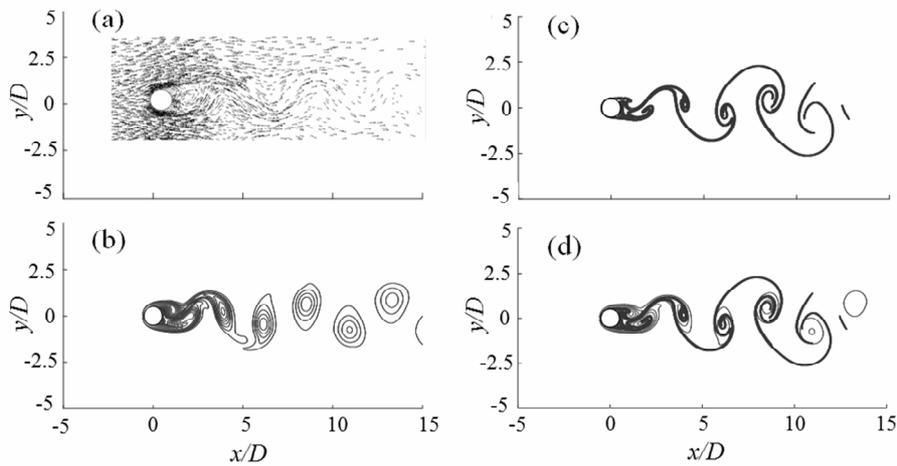
Bảng 1 thể hiện hệ số lực cản từ mô hình tính so sánh với các nghiên cứu khác khi hệ số Reynolds thay đổi đối với dòng chảy tầng. Kết quả cho thấy mô hình tính hoàn toàn chính xác và dòng chảy xung quanh hình trụ được mô phỏng chính xác.

### 3.2. Xác định cấu trúc dòng chảy dựa trên LCS

#### 3.2.1. Ưu điểm của LCS so với các phương pháp khác.

Khi hệ số Reynolds của dòng chảy lớn hơn 47, các xoáy sẽ hình thành sau hình trụ. Các xoáy sẽ lần lượt tách ra khỏi hình trụ trong khi các xoáy tiếp theo được hình thành, điều này được biết đến như là “Karman vortex street”. Các xoáy này được thể hiện chủ yếu dựa trên đường đồng mức xoáy “vorticity contour”. Ở nghiên cứu này tác giả đã sử dụng phương pháp LCS để thể hiện nhiều đặc điểm mới trong cấu trúc dòng chảy mà việc dùng trường vận tốc hay đường đồng mức xoáy không thể hiện được. Hình 7 thể hiện cấu trúc dòng chảy xung quanh hình trụ dựa trên các phương pháp khác nhau.

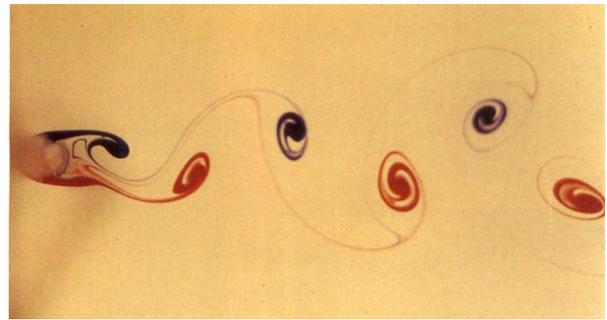
Hình 7(a) thể hiện trường vận tốc của dòng chảy. Việc xác định cấu trúc dòng chảy dựa trên trường vận tốc có nhiều hạn chế bởi người nghiên cứu chỉ có thể nhìn thấy hướng và độ lớn của dòng chảy, mà không thấy được vị trí của các tâm xoáy. Hình 7(b) thể hiện bằng các đường đồng mức xoáy. Tâm của các xoáy nước có thể xác định rõ nhưng bề rộng hay phạm vi của vùng xoáy thì khó xác định. Người nghiên cứu có thể chọn một giá trị ngưỡng nào đó của đường đồng mức xoáy để thể hiện phạm vi vùng xoáy nhưng theo cách đó thì kết quả hoàn toàn phụ thuộc vào ý chủ quan của người nghiên cứu. Đây là một hạn chế của việc sử dụng đường đồng mức xoáy cho việc nghiên cứu cấu trúc dòng chảy. Ngược lại, khi dùng LCS để xác định phạm vi vùng xoáy, ta không cần chọn bất kỳ giá trị ngưỡng nào. Ta có thể xác định được rõ tâm của các xoáy hay phạm vi của các xoáy phía sau hình trụ một cách trực quan, điều này sẽ được nghiên cứu kỹ trong phần 3.2.2 và 3.2.3.



Hình 7. Cấu trúc dòng chảy phía sau hình trụ; (a) Sử dụng trường véc tơ, (b) sử dụng đường đồng mức xoáy, (c) sử dụng “LCS backward-time”; and (d) so sánh kết quả giữa (b) and (c).

Ngoài ra ở vùng gần hình trụ, việc sử dụng đường đồng mức xoáy không thể hiện được sự tách biệt giữa các xoáy nước. Đặc biệt, nó không thể hiện được đường liên kết giữa vị trí tâm các xoáy nước. Khi sử dụng LCS, vị trí dòng chảy “tách” ra khỏi bề mặt hình trụ được thể hiện một cách trực quan. Vị trí này ảnh hưởng lớn đến sự phân bố áp lực trên hình trụ và cũng quyết định đến bề rộng của phạm vi vùng xoáy nước sau hình trụ. Các nghiên cứu trước đây đã dựa vào sự thay đổi của hệ số “shear stress” trên bề mặt hình trụ để xác định vị trí “tách” này nên có quá trình tính toán phức tạp. Với LCS, vị trí tách này đã được thể hiện một cách trực quan, từ đó có thể xác định một cách dễ dàng.

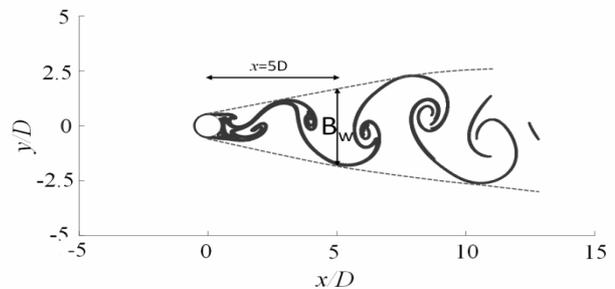
Một ưu điểm khác nổi bật của LCS chính là giúp xác định “vết” hay “đường đi” của các phần tử (ví dụ như chất chỉ thị màu) quanh hình trụ. Theo tính chất của LCS (Shadden *et al.*, 2005), các phần tử này khi di chuyển sẽ có xu hướng bám dọc theo đường LCS. Hình 8 thể hiện sự so sánh cấu trúc LCS với kết quả thí nghiệm của Perry *et al.*, (1982). Perry đã sử dụng chất chỉ thị màu để thể hiện các xoáy nước ở phía sau hình trụ. So sánh giữa hình 7(c) và 8 cho thấy đường đi của các phần tử chỉ thị màu (thể hiện các xoáy nước) và cấu trúc LCS hoàn toàn tương tự nhau. Điều này đã thể hiện được tính ưu việt của phương pháp LCS, người nghiên cứu không cần sử dụng những thí nghiệm tốn kém nhưng vẫn xác định được sự di chuyển của các phần tử chất màu và biết được cấu trúc dòng chảy.



Hình 8. Kết quả thí nghiệm chất chỉ thị màu thể hiện xoáy nước phía sau hình trụ (Perry *et al.* 1982)

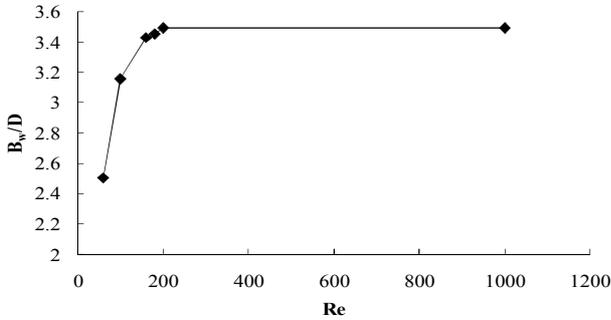
### 3.2.2 Xác định bề rộng vùng có xoáy

Việc nghiên cứu phạm vi của vùng xoáy phía sau hình trụ có ý nghĩa quan trọng bởi trong vùng này sẽ có sự xáo trộn mạnh so với các vùng bên ngoài và vận tốc dòng chảy trong vùng này cũng yếu hơn. Điều này đặc biệt có ý nghĩa khi nghiên cứu sự xáo trộn, hay khuếch tán của các phần tử vật chất. LCS sẽ giúp ta xác định được đường biên ngăn cách giữa vùng có các xoáy này và vùng không xoáy. Hình 9 thể hiện bề rộng ( $B_w$ ) của vùng xoáy lấy tại vị trí cách hình trụ bằng 5 lần đường kính hình trụ.



Hình 9. Định nghĩa bề rộng của miền xoáy phía sau hình trụ

Sự thay đổi của  $B_w/D$  khi hệ số Reynold ( $Re$ ) thay đổi được thể hiện rõ trên hình 10. Với hệ số  $Re$  nhỏ ( $=60$ ), bề rộng vùng xoáy nhỏ. Tuy nhiên ở đây có sự tăng nhanh của  $B_w/D$  khi  $Re$  tăng từ 60 đến 200. Sau đó,  $B_w/D$  tăng rất nhỏ khi  $Re$  tăng từ 200 đến 1000.

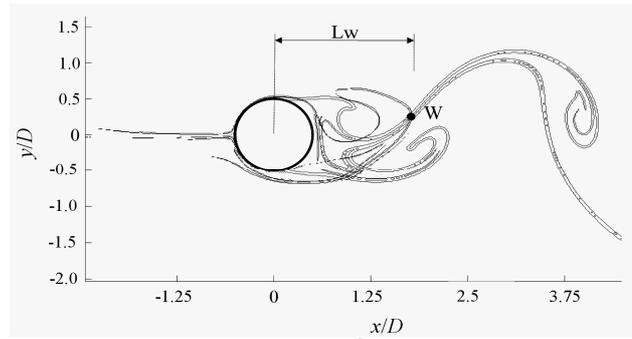


Hình 10. Bề rộng của vùng có xoáy nước xác định tại vị trí  $x = 5D$ .

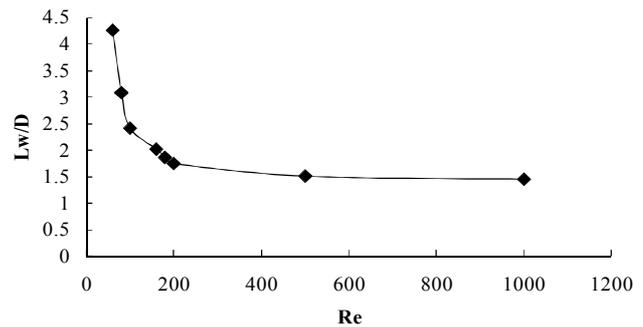
### 3.2.3 Xác định chiều dài của vùng khởi tạo xoáy

Ở vùng sát ngay phía sau hình trụ, các xoáy nước liên tục hình thành từ 2 bên hình trụ, sau đó tách ra rồi di chuyển về phía sau. Chiều dài của vùng khởi tạo các xoáy này có ảnh hưởng đến tần số hình thành các xoáy, do đó sẽ ảnh hưởng đến mức độ sự xáo trộn phía sau hình trụ. Tần số hình thành xoáy tỉ lệ nghịch với chiều dài của vùng khởi tạo xoáy. Schaefer and Eskinazi (1959) đã định nghĩa chiều dài vùng khởi tạo xoáy dựa trên điểm giả định phía sau hình trụ nơi mà sự dao động của vận tốc đạt giá trị lớn nhất. Trong nghiên cứu này tác giả đã sử dụng một định nghĩa mới để xác định chiều dài vùng khởi tạo đó là dựa trên LCS. Theo đó, vùng khởi tạo xoáy được tính từ tâm hình trụ đến điểm giao nhau xa nhất của “*LCS backward-time*” và “*LCS forward-time*” như hình 11.

Hình 12 thể hiện sự thay đổi kích thước vùng khởi tạo xoáy khi hệ số  $Re$  thay đổi. Chiều dài  $L_w$  có sự giảm đột ngột khi  $Re$  tăng từ 60 đến 200. Từ 200 trở đi, sự giảm của  $L_w$  là nhỏ hơn. Hay nói cách khác sự thay đổi của hệ số  $Re$  trong phạm vi từ 200 đến 1000 ảnh hưởng rất nhỏ đến kích thước vùng khởi tạo xoáy.

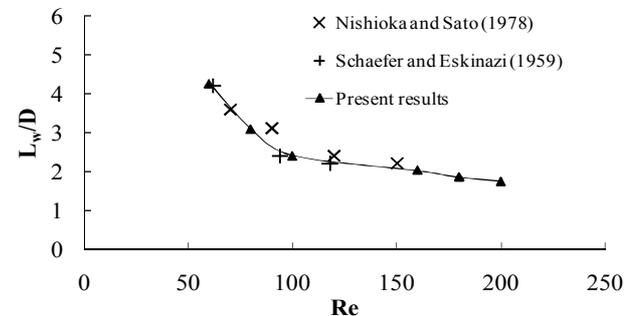


Hình 11. Định nghĩa chiều dài vùng khởi tạo xoáy  $L_w$ . Màu đỏ: “*LCS backward-time*”; màu xanh: “*LCS forward-time*”.



Hình 12. Chiều dài vùng khởi tạo xoáy phụ thuộc vào hệ số Reynold

Việc xác định kích thước vùng khởi tạo xoáy dựa trên định nghĩa mới này cũng được so sánh với các nghiên cứu trước, cụ thể như của Nishioka và Sato (1978), Schaefer và Eskinazi (1959), trong đó các tác giả này đã sử dụng điểm có vận tốc giao động lớn nhất để tính vùng khởi tạo xoáy như đã đề cập ở trước. Hình 13 thể hiện sự so sánh này. Kết quả cho thấy chiều dài vùng khởi tạo xoáy dựa trên các định nghĩa khác nhau nhưng tương đối giống nhau. Tuy nhiên với LCS cách xác định trực quan hơn và dễ dàng hơn.



Hình 13. Chiều dài vùng khởi tạo xoáy xác định theo 2 phương pháp của Nishioka và Sato (1978), Schaefer và Eskinazi (1959); và của tác giả.

#### 4. KẾT LUẬN

Trong nghiên cứu này tác giả đã áp dụng phương pháp LCS để nghiên cứu cấu trúc của dòng chảy ở phía sau hình trụ. Phương pháp LCS đã thể hiện được những ưu điểm so với các phương pháp trước đó. Dựa vào LCS ta có thể xác định các biên cấu trúc dòng chảy một cách rõ ràng và có thể xác định được đường đi của các phân tử có khối lượng nhẹ như chất chỉ thị màu, các vật nhỏ trôi nổi mà không cần làm thí nghiệm. Việc xác định rõ ràng các biên này cho phép ta nghiên cứu được ảnh hưởng của hệ số Reynolds lên cấu trúc dòng chảy.

Theo quan điểm của tác giả, LCS sẽ là công cụ hữu hiệu để nghiên cứu cấu trúc dòng chảy. LCS không những được sử dụng trong dòng chảy tầng mà nó cũng được áp dụng nhiều cả trong dòng rối. Ví dụ như là dòng chảy tách ra khỏi cánh máy bay và vùng xáo trộn phía sau nó cũng được nghiên cứu bằng cách sử dụng LCS. Ngoài nghiên cứu cấu trúc dòng chảy, LCS có thể dự đoán đường đi của các vật chất nhẹ trong dòng chảy, hoặc nghiên cứu về tràn dầu trên biển,... Việc xác định giới hạn kích thước và khối lượng của các vật trôi nổi mà chúng có thể dự đoán được đường đi bằng LCS sẽ là hướng nghiên cứu tiếp theo của tác giả.

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Braza, M., Chassaing, P., and Minh, H. H. (1986). "Numerical study and physical analysis of the pressure and velocity fields in the near wake of a circular cylinder." *Journal of Fluid Mechanics*, 165, 79–130.
- Jakobsson, J. (2012). *Investigation of Lagrangian Coherent Structures-To understand and identify turbulence*. Gothenburg, Sweden.
- Lam, K., Gong, W. Q., and So, R. M. C. (2008). "Numerical simulation of cross-flow around four cylinders in an in-line square configuration." *Journal of Fluids and Structures*, 24(1), 34–57.
- Meneghini, J. R., Saltara, F., Siqueira, C. L. R., and Ferrari JR, J. A. (2001). "Numerical simulation of flow interference between two circular cylinders in tandem and side-by-side arrangements." *Journal of Fluids and Structures*, 15(2), 327–350.
- Nishioka, M., and Sato, H. (1978). "Mechanism of determination of the shedding frequency of vortices behind a cylinder at low Reynolds numbers." *Journal of Fluid Mechanics*, 89(01), 49–60.
- Perry, A. E., Chong, M. S., and Lim, T. T. (1982). "The vortex-shedding process behind two-dimensional bluff bodies." *Journal of Fluid Mechanics*, 116, 77–90.
- Schaefer, J. W., and Eskinazi, S. (1959). "An analysis of the vortex street generated in a viscous fluid." *Journal of Fluid Mechanics*, 6(02), 241–260.
- Shadden, S. C., Lekien, F., and Marsden, J. E. (2005). "Definition and properties of Lagrangian coherent structures from finite-time Lyapunov exponents in two-dimensional aperiodic flows." *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 212(3–4), 271–304.
- Tritton, D. J. (1959). "Experiments on the flow past a circular cylinder at low Reynolds numbers." *Journal of Fluid Mechanics*, 6(04), 547–567.
- Vu, H. C., Ahn, J., and Hwang, J. H. (2015). "Numerical simulation of flow past two circular cylinders in tandem and side-by-side arrangement at low Reynolds numbers." *KSCE Journal of Civil Engineering*, 1–11.

#### Abstract:

#### STUDY OF FLOW AROUND CIRCULAR CYLINDER USING "LAGRANGIAN COHERENT STRUCTURE"

*In this work, the flow structure around circular cylinder was investigated quantitatively using new method that is Lagrangian coherent structure, (LCS). LCS showed advantages compared with previous methods which used velocity and vorticity contour to show flow structure. Based on LCS, flow structure was investigated in detail. Especially, the boundaries of wake structure can be quantified, which can not be obtained by using other methods.*

**Keywords:** Lagrangian coherent structure, circular cylinder, flow structure, vorticity.

---

*BBT nhận bài: 03/3/2017*

*Phản biện xong: 22/4/2017*