

**TỔNG HỢP, PHÂN TÍCH VÀ ĐỀ XUẤT PHƯƠNG PHÁP GIẢI
PHÙ HỢP CHO CÁC THÀNH PHẦN VẬN TỐC
TRONG MÔ HÌNH THỦY LỰC 2 CHIỀU**

Sái Hồng Anh^{1,2}, Lê Việt Sơn¹, Toshinori Tabata², Kazuaki Hiramatsu²

Tóm tắt: Nghiên cứu này tổng hợp, phân tích và đề xuất phương pháp giải đơn giản, chính xác và ổn định cho các thành phần vận tốc trong mô hình thủy lực hai chiều để áp dụng cho phương pháp sai phân hữu hạn trong việc giải các phương trình nước mặt. Đây là một bước vô cùng quan trọng trong việc thiết lập mô hình thủy lực hai chiều và nó ảnh hưởng trực tiếp tới sự ổn định của mô hình. Do đó lựa chọn lược đồ giải phù hợp cho các thành phần vận tốc là vô cùng quan trọng. Nghiên cứu này sẽ đề cập tới các ưu nhược điểm của các phương pháp giải bao gồm lược đồ đối xứng trung tâm, lược đồ Upwind bậc 1 và 2. Việc áp dụng các phương pháp giải được tiến hành tại khu vực sông Hồng đoạn từ Sơn Tây tới Hưng Yên. Các kết quả tổng hợp, phân tích và áp dụng thực tế cho thấy lược đồ đối xứng trung tâm và Upwind bậc 1 đạt kết quả tốt với khu vực địa hình đơn giản. Lược đồ Upwind bậc 2 là một lựa chọn tối ưu cho các khu vực có địa hình phức tạp, biến đổi nhiều. Khi áp dụng thực tế trong thiết lập mô hình thủy lực hai chiều thì tùy mục đích nghiên cứu và địa hình khu vực để áp dụng lược đồ phù hợp.

Từ khóa: Thành phần vận tốc, Lược đồ đối xứng trung tâm, Lược đồ upwind bậc 1, Lược đồ upwind bậc 2.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Theo nghiên cứu của Chung (2010) lịch sử phát triển của tính toán thủy động lực học hiện đại bắt đầu từ những năm 1950s với sự ra đời của các máy tính số. Các phương pháp sai phân hữu hạn (Finite difference methods) và phương pháp phần tử hữu hạn (Finite element methods) là những công cụ cơ bản để giải các phương trình thủy lực khi đó. Cũng theo Chung (2010) thì phương pháp sai phân hữu hạn lần đầu được công bố năm 1910 bởi Richardson, còn phương pháp phần tử hữu hạn thì muộn hơn vào năm 1956. Trong khi đó phương pháp thể tích hữu hạn cũng rất phổ biến những năm gần đây. Ferziger và Peric (2002) cũng đã khẳng định rằng 3 phương pháp giải trên là phổ biến nhất trên thế giới hiện nay cho tính toán các phương trình thủy động lực học. Tính từ những năm

1910s đến nay có rất nhiều các nghiên cứu đã áp dụng các phương pháp trên và cho kết quả rất tốt. Tuy nhiên cũng theo nghiên cứu của Ferziger và Peric (2002) thì tất cả các phương pháp toán học trên cho dòng chảy chất lỏng chỉ là gần đúng và sẽ có những sai số xảy ra. Ở nghiên cứu này thì chúng tôi tập trung vào phương pháp sai phân hữu hạn. Tính toán động lực học chất lỏng trong mô hình thủy lực 2 chiều khi mô hình xảy ra hiện tượng ngắt quãng như sóng xung kích (shock waves) là vô cùng phức tạp. Khi đó mô hình sẽ phải áp dụng các lược đồ sai phân có độ ổn định và chính xác cao hơn (higher order accuracy) (ví dụ: lược đồ Upwind bậc 1,2,3..) để giải cho các thành phần vận tốc trong phương trình động lượng theo phương x và y. Chúng tôi sẽ đề cập 3 loại lược đồ để giải cho các thành phần vận tốc bao gồm: lược đồ đối xứng trung tâm, lược đồ Upwind bậc 1, 2 trong nghiên cứu này. Quay lại công bố của Anderson (1995) cho phương pháp sai phân hữu hạn thì sai số khi áp dụng các lược đồ khác

¹ Phòng Quy hoạch Thủy lợi Bắc bộ, Viện Quy hoạch Thủy lợi.

² Khoa Nông nghiệp, Trường Đại học Kyushu, Nhật Bản.

nhau cho các thành phần vận tốc trong phương trình động lượng là rất khác nhau, chúng ảnh hưởng tới sự chính xác và ổn định của mô hình. Do đó, xác định lược đồ nào để áp dụng với các nhà nghiên cứu trong giai đoạn đầu thiết lập mô hình là rất khó khăn. Hơn nữa các mã lệnh sẽ phải thay đổi rất nhiều khi thay đổi phương pháp giải, vì vậy nghiên cứu này sẽ phân tích và đề xuất lược đồ giải phù hợp. Những lược đồ nêu trên đã cho kết quả rất khả quan và được áp dụng rộng rãi trong các nghiên cứu như (Hu và Kot, 1997; Tabata nhk., 2013; Sharma, 2015), tuy nhiên chúng cũng có những ưu và nhược điểm khác nhau sẽ được thảo luận trong bài báo này. Hiện nay có các bậc cao hơn cho lược đồ Upwind nhưng chúng rất phức tạp và đòi hỏi rất nhiều công sức để nghiên cứu và áp dụng.

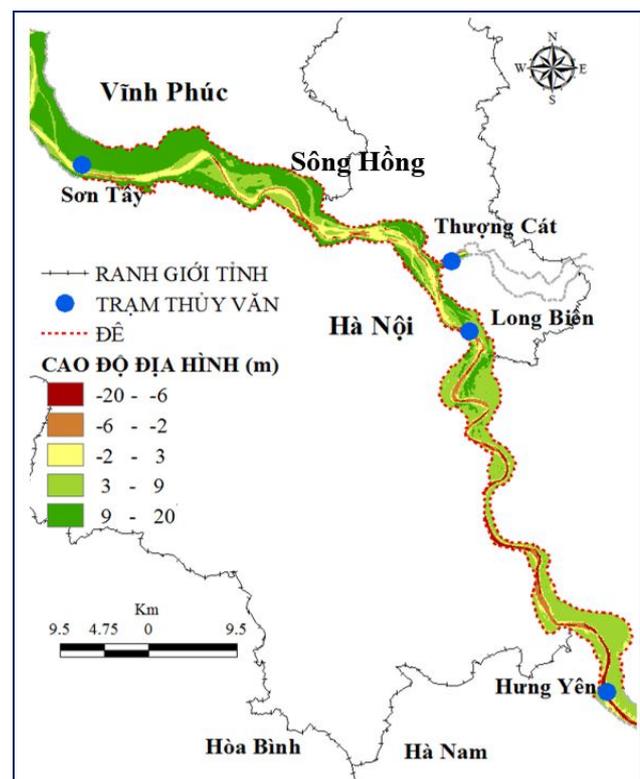
Trong nghiên cứu này chúng tôi sẽ tổng hợp, phân tích và đề xuất lược đồ phù hợp cho các thành phần vận tốc trong mô hình thủy lực 2 chiều để áp dụng cho phương pháp sai phân hữu hạn trong việc giải các phương trình nước mặt (shallow water equations) trên các mắt lưới (Staggered grids) với mục tiêu thiết lập mô hình 2 chiều đơn giản, chính xác và ổn định. Những công thức chi tiết cho từng lược đồ để áp dụng giải trực tiếp cho các thành phần vận tốc U và V trong phương trình nước mặt sẽ được trình bày và thảo luận. Những phương pháp này cũng được chúng tôi kiểm định thực tế tại sông Hồng khu vực Hà Nội, kết quả khi áp dụng các lược đồ giải khác nhau cũng được phân tích và thảo luận bên dưới. Những cơ sở để phân tích đề xuất của chúng tôi căn cứ vào các nghiên cứu đã được công bố trên các tạp chí quốc tế uy tín và các công trình nghiên cứu của các nhà khoa học từ đại học Standford, Maryland và Alabama ở Huntsville Hoa Kỳ và nhiều nhà nghiên cứu khác như (Vreugdenhil, 1994; Pozrikidis, 2009; Anderson, 1995; Chung, 2010; Ferziger và Peric, 2002)

2. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

2.1 Tổng quan khu vực nghiên cứu

Khu vực nghiên cứu được thể hiện trong hình 1, đây là một phần của sông Hồng, chảy qua thủ đô Hà Nội từ Sơn Tây đến thành phố Hưng Yên

với chiều dài khoảng 110 km. Phía Bắc một phần giáp với tỉnh Vĩnh Phúc và Hà Nội, phía Nam giáp với Hà Nội, phía Đông giáp với Hà Nội và một phần tỉnh Hưng Yên. Đây là một khu vực điển hình về lũ lụt và hạn hán cũng như có được bộ dữ liệu khá đầy đủ do đó chúng tôi đã lựa chọn khu vực này để áp dụng các phương pháp giải khác nhau cho các thành phần vận tốc U và V để đưa ra một sự so sánh trực quan nhất. Dữ liệu địa hình được Viện Quy hoạch thủy lợi (IWRP), Bộ Nông nghiệp và Phát triển nông thôn khảo sát và thu thập từ năm 2011 đến năm 2014. Khu vực nghiên cứu là 364 km² với 145.728 ô lưới vuông có chiều rộng 50 m. Thuật toán nội suy điểm lân cận trong phần mềm GIS đã được sử dụng để nội suy cao độ địa hình từ những điểm có sẵn cho toàn bộ các mắt lưới tính toán.



Hình 1. Tổng quan khu vực nghiên cứu

2.2. Các phương pháp nghiên cứu

Phương trình nước mặt

Các phương trình nước mặt được sử dụng trong mô hình thủy động lực học 2 chiều như sau:

Phương trình liên tục: dùng để tính mực nước h

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \{U(h+\eta)\} + \frac{\partial}{\partial y} \{V(h+\eta)\} = 0 \quad (1)$$

Phương trình động lượng theo phương x và y: dùng để tính thành phần vận tốc U và V

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = fV - g \frac{\partial \eta}{\partial x} + v_h \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) - \frac{gn^2 U \sqrt{U^2 + V^2}}{(h+\eta)^{4/3}} \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -fU - g \frac{\partial \eta}{\partial y} + v_h \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) - \frac{gn^2 V \sqrt{U^2 + V^2}}{(h+\eta)^{4/3}} \quad (3)$$

U và V là thành phần vận tốc ngang theo phương x và y; n là mực nước; t là bước thời gian; h là chiều cao cột nước; f là lực Coriolis; g là gia tốc trọng trường; n là hệ số nhám; và v_h là hệ số nhớt.

Các thông số sử dụng trong tính toán như sau:

Bảng 1. Tổng hợp thông số trong mô hình

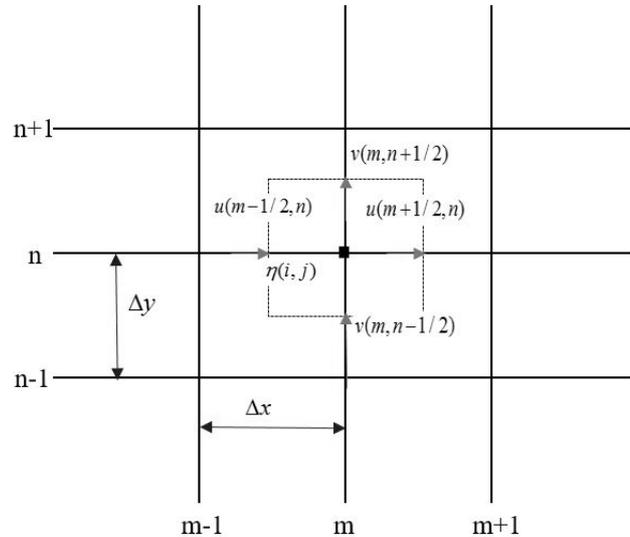
Thông số	Giá trị
$\Delta t(s)$	2.0
$\Delta x = \Delta y(m)$	50.0
$n \text{ s/m}^{1/3}$	0.025-0.172
$A_G (m^2)$	2500.0
$f (/s)$	$5.24 \cdot 10^{-5}$
$g (m/s^2)$	9.8

Điều kiện biên cho mô hình

Chúng tôi sử dụng biên lưu lượng đầu vào tại trạm Sơn Tây năm 2013. Các biên đầu ra của mô hình là mực nước tại trạm Thượng Cát và Hưng Yên. Các biên lưu lượng và mực nước đều là số liệu thực đo do Viện Quy hoạch Thủy Lợi, Bộ Nông nghiệp và Phát triển nông thôn thu thập. Với mục đích so sánh sự khác biệt về sự chính xác và ổn định của mô hình khi áp dụng các lược đồ giải khác nhau cho các thành phần vận tốc U và V nên chúng tôi lựa chọn một thời đoạn mùa kiệt từ 02/02 đến 10/02/2013 và một thời đoạn mùa lũ từ 28/7 đến 08/08/2013 để mô phỏng.

Các phương trình từ 1 đến 3 sẽ được giải bằng phương pháp sai phân hữu hạn trên các mắt lưới như hình 2. Và trong phương pháp sai phân này thì lược đồ giải cho các thành phần vận tốc $\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)$, $\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)$, $\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)$, $\left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)$ sẽ được trình bày từ lược đồ đối xứng trung tâm (central

difference schemes) đến các lược đồ Upwind bậc 1, 2 hiện đại hơn. Những phương pháp này sẽ có những ưu và nhược điểm khác nhau chi tiết sẽ được trình bày bên dưới.



Hình 2. Sơ đồ mắt lưới

Lược đồ đối xứng trung tâm

Đây là phương pháp đã được đề cập và áp dụng phổ biến trong nhiều nghiên cứu áp dụng mô hình thủy lực 2 chiều mà các phương trình nước mặt được giải bằng phương pháp sai phân hữu hạn như (Pozrikidis, 2009; Tabata nhk., 2013; Anderson, 1995; Vreugdenhil, 1994), nó đem lại kết quả tốt. Chi tiết của phương pháp như sau:

Thành phần vận tốc U theo phương x và y:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_{m+1/2, n} = \frac{U_{m+3/2, n} - U_{m-1/2, n}}{2\Delta x} \quad (4)$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_{m+1/2, n} = \frac{U_{m+1/2, n+1} - U_{m+1/2, n-1}}{2\Delta y} \quad (5)$$

Thành phần vận tốc V theo phương x và y:

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)_{m,n+\frac{1}{2}} = \frac{V_{m+1,n+\frac{1}{2}} - V_{m-1,n+\frac{1}{2}}}{2\Delta x} \quad (6)$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)_{m,n+\frac{1}{2}} = \frac{V_{m,n+\frac{3}{2}} - V_{m,n-\frac{1}{2}}}{2\Delta y} \quad (7)$$

U và V là thành phần vận tốc ngang theo phương x và y ; $\Delta x, \Delta y$ là chiều rộng mắt lưới theo phương x và y .

Phương pháp này sẽ vận hành rất tốt với khu vực có địa hình không phức tạp và gần như không xảy ra vấn đề nghiêm trọng nào với các khu vực trên. Tuy nhiên khi sự gián đoạn xuất hiện trong dòng chảy như là sóng xung kích thì phương pháp này sẽ vận hành không tốt (Anderson, 1995; Chung, 2010). Một điểm bất lợi khác của phương pháp này là việc xử lý tại các đường biên của khu vực nghiên cứu, khi mô hình sẽ sử dụng các điểm nằm ngoài miền tính toán (Vreugdenhil, 1994), tuy nhiên các nhà khoa học trên đều đã chứng minh rằng đây không phải là vấn đề lớn và đã được giải quyết với các thuật toán tại đường biên. Hiện tượng gián đoạn thường xuất hiện tại các khu vực có địa hình phức tạp và phương pháp upwind bậc 1 đã được đưa ra để giải quyết vấn đề này.

Lược đồ Upwind bậc 1 (First order upwind schemes)

Lược đồ này dựa vào phương pháp chính xác bậc 1 (first-order-accurate). Nhiều nhà nghiên cứu cũng đã có các cách tiếp cận khác nhau dựa vào lược đồ Upwind bậc 1 như phương pháp chia tách Flux-Vector và Godunov. Nó giúp cho việc tính toán hướng dòng chảy giảm bớt sự dao động, tuy nhiên mức độ khếch tán cao (highly diffusive) (Anderson, 1995). Ferziger và Peric (2002) cũng khẳng định rằng phương pháp này có độ chính xác không cao và độ khếch tán lớn. Chung (2010) cũng cho thấy rằng phương pháp này xảy ra sự mất ổn định lớn khi có hiện tượng gián đoạn. Những điều trên là minh chứng cho thấy rằng chúng ta cần một phương pháp tốt hơn, đó là sự phát triển của lược đồ Upwind bậc 2 dựa vào phương pháp chính xác bậc 2 (second-order-accuracy). Lược đồ Upwind bậc 1 không được áp dụng nhiều vào thực tế vì sự thiếu chính xác của nó, đặc biệt đối với những khu

vực có địa hình phức tạp. Chi tiết phương pháp như sau:

Thành phần vận tốc U theo phương x :

Nếu $U > 0$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_{m+\frac{1}{2},n} = \frac{U_{m+\frac{3}{2},n} - U_{m+\frac{1}{2},n}}{\Delta x} \quad (8)$$

Nếu $U < 0$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_{m+\frac{1}{2},n} = \frac{U_{m+\frac{1}{2},n} - U_{m-\frac{1}{2},n}}{\Delta x} \quad (9)$$

U và V là thành phần vận tốc ngang theo phương x và y ; $\Delta x, \Delta y$ là chiều rộng mắt lưới theo phương x và y .

Hoàn toàn tương tự với thành phần vận tốc U theo phương y , V theo phương x và y .

Lược đồ Upwind bậc 2 (Second order upwind schemes)

Phương pháp này đã khắc phục được sự thiếu chính xác và giảm nhẹ độ khếch tán so với lược đồ Upwind bậc 1. Upwind bậc 2 cũng dựa vào phương pháp chính xác bậc 2, công thức cụ thể được đưa ra trong nghiên cứu của Anderson (1995) như sau:

Khi sự lan truyền từ phải sang trái của điểm cần tính:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_{(m+\frac{1}{2},n)} = \frac{-3U_{(m+\frac{1}{2},n)} + 4U_{(m+\frac{3}{2},n)} - U_{(m+\frac{5}{2},n)}}{2\Delta x} \quad (10)$$

Trái sang phải

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_{(m+\frac{1}{2},n)} = \frac{3U_{(m+\frac{1}{2},n)} - 4U_{(m-\frac{3}{2},n)} + U_{(m-\frac{5}{2},n)}}{2\Delta x} \quad (11)$$

Trên xuống dưới

$$\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_{(m+\frac{1}{2},n)} = \frac{-3U_{(m+\frac{1}{2},n)} + 4U_{(m,n+1)} - U_{(m,n+2)}}{2\Delta y} \quad (12)$$

Dưới lên trên

$$\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_{(m+\frac{1}{2},n)} = \frac{3U_{(m+\frac{1}{2},n)} - 4U_{(m,n-1)} + U_{(m,n-2)}}{2\Delta y} \quad (13)$$

U và V là thành phần vận tốc ngang theo phương x và y ; $\Delta x, \Delta y$ là chiều rộng mắt lưới theo phương x và y . Hoàn toàn tương tự với thành phần vận tốc V theo phương x và y .

Phương pháp này cho thấy một kết quả chính xác và rất đáng tin cậy trong nhiều nghiên cứu và

công bố như (Hu và Kot, 1997; Kawamuranhk., 1986; Hiramatsu, 2001; Yee, 1985). Lược đồ này vận hành khá ổn định khi địa hình không quá phức tạp và cho kết quả rất tốt. Với nền tảng là lược đồ Upwind bậc 2, nhiều nhà nghiên cứu đã phát triển cách tiếp cận của riêng mình như Godunov (1959), MUSCL của Vanleer (1979) hay phương pháp Riemann và Flux được đề nêu trong nghiên cứu của Anderson (1995) và đã được áp dụng rộng rãi trong nhiều nghiên cứu. Năm 1985, cơ quan Hàng không và Vũ trụ Quốc gia Hoa kỳ (NASA) đã đưa ra nhiều phương pháp tiếp cận dựa vào nền tảng của lược đồ Upwind bậc 2 và khẳng định rằng đây là một phương pháp chính xác và ổn định khi dùng tính toán số. Bên cạnh những ưu điểm thì phương pháp này cũng có những hạn chế như vẫn có sự dao động xung quang khu vực ngắt quãng như đã thu được với lược đồ đối xứng trung tâm (Anderson, 1995). Cũng theo Anderson (1995) thì khi áp dụng lược đồ này để giảm sự khuếch tán thì sự dao động lại xuất hiện. Tuy nhiên đây cũng là một lược đồ hữu ích cho các khu vực có địa hình phức tạp.

3. KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN

Trong nghiên cứu này chúng tôi tiến hành áp dụng từng lược đồ để giải cho các thành phần vận tốc U và V theo phương x và y vào khu vực thực tế để đưa ra được kết quả trực quan nhất. Khu vực được lựa chọn là khu vực sông Hồng đoạn từ Sơn Tây tới Hưng Yên, với trạm thực đo tại Long Biên dùng để so sánh kết quả của của lược đồ. Các thông số về sai số toàn phương trung bình (RMSE) và hệ số NASH được tính toán để so sánh. Chúng tôi đã mô phỏng kết quả cho lược đồ đối xứng trung tâm (CDS) và Upwind bậc 2 (SUS), lược đồ Upwind bậc 1 là không thể mô phỏng với các điều kiện giống như hai lược đồ trên để so sánh.

Sai số toàn phương trung bình (RMSE) được tính bằng cách lấy căn bậc 2 của giá trị tuyệt đối của hệ số tương quan giữa giá trị thực đo và tính toán với công thức cụ thể như sau:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\eta_{obs} - \eta_{cal})^2}{n}} \quad (14)$$

Trong đó η_{obs} là mực nước thực đo(m); η_{cal} là mực nước tính toán(m); n số lượng trị dự báo.

Hệ số NASH cũng là một tiêu chuẩn để đánh giá sự phù hợp của mô hình giữa thực đo và tính toán, công thức cụ thể như sau:

$$NASH = 1 - \frac{\sum (\eta_{cal} - \eta_{obs})^2}{\sum (\eta_{obs} - \eta_{obsaver})^2} \quad (15)$$

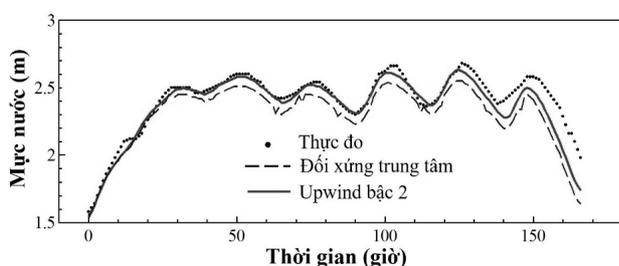
Trong đó: η_{cal} là mực nước tính toán (m); η_{obs} là mực nước thực đo (m); $\eta_{obsaver}$ là mực nước thực đo trung bình (m).

Bảng 2 cho thấy kết quả so sánh giữa SUS và CDS là khác nhau về độ chính xác, khi áp dụng CDS để tính toán cho U và V thì kết quả tính toán kém chính xác hơn với hệ số NASH là 0.9 ở giai đoạn 1 khi so sánh với 0.96 khi áp dụng lược đồ Upwind bậc 2 cho U và V. Sai số RMSE cũng tương đối khác nhau khi áp dụng 2 lược đồ giải trên giữa 0.082 m và 0.14m. Khu vực chúng tôi tính toán có địa hình khá phức tạp do đó kết quả cho lược đồ đối xứng trung tâm không được tốt, giai đoạn 2 cho thấy hệ số NASH của CDS chỉ 0.75 còn SUS là 0.97, một sự khác biệt lớn về độ chính xác. Hệ số RMSE của CDS cũng rất lớn 0.39m, cho thấy sự thiếu chính xác. Còn của SUS chỉ 0.14m. Như vậy một lần nữa chúng ta có thể thấy rằng lược đồ giải cho các thành phần vận tốc là rất quan trọng nó ảnh hưởng trực tiếp tới kết quả tính toán.

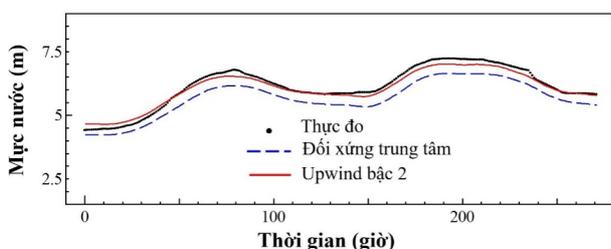
Bên cạnh bảng so sánh hệ số NASH và RMSE thì hình 2 và hình 3 cũng cho chúng ta thấy kết quả so sánh giữa thực đo và tính toán với 2 lược đồ khác nhau. Khi áp dụng lược đồ đối xứng trung tâm cho các thành phần vận tốc U và V thì ở đây cho thấy sự dao động, và không chính xác như lược đồ Upwind bậc 2 trong cả 2 giai đoạn tính toán. Hình 2 cho chúng ta thấy rõ sự không ổn định khi áp dụng lược đồ đối xứng trung tâm, kết quả khi áp dụng lược đồ upwind bậc 2 thì cho thấy một xu hướng rất chính xác bám sát số liệu thực đo. Hình 3 cũng cho chúng ta thấy rằng kết quả khi áp dụng lược đồ CDS vào để tính U và V là thiếu đi sự chính xác. Kết quả của lược đồ Upwind bậc 2 ở đây là rất tốt.

Bảng 2. Kết quả so sánh giữa 2 lược đồ SUS và CDS

Trạm	Năm 2013							
	Giai đoạn 1: 02/02 - 10/02				Giai đoạn 2: 28/07 - 08/08			
	Upwind bậc 2		Đối xứng trung tâm		Upwind bậc 2		Đối xứng trung tâm	
	RMSE	NASH	RMSE	NASH	RMSE	NASH	RMSE	NASH
Long Biên	0.082	0.96	0.14	0.9	0.14	0.97	0.39	0.75



Hình 3. Kết quả so sánh mực nước tính toán và thực đo theo lược đồ upwind 2 và đối xứng trung tâm trạm Long Biên từ 02-10/02/2013



Hình 4. Kết quả so sánh mực nước tính toán và thực đo theo lược đồ upwind 2 và đối xứng trung tâm trạm Long Biên từ 28/07-08/08/2013

4. KẾT LUẬN

Trong nghiên cứu này, với mục đích đề xuất

phương pháp giải đơn giản, chính xác và ổn định cho các thành phần vận tốc U và V trong mô hình thủy lực hai chiều chúng tôi có các kết luận sau:

- Lược đồ đối xứng trung tâm (CDS) được sử dụng khá phổ biến cho các khu vực có địa hình không quá phức tạp và cho kết quả rất tốt. Các nghiên cứu áp dụng lược đồ này cũng được nêu ở trên. Sự dao động sẽ xuất hiện khi địa hình nghiên cứu phức tạp và biến đổi nhiều khi áp dụng lược đồ này.

- Lược đồ upwind bậc 1 có làm giảm sự dao động tuy nhiên nó không có sự chính xác cao. Do đó lược đồ này chỉ có thể có kết quả khả quan khi áp dụng cho khu vực có địa hình đơn giản.

- Lược đồ upwind bậc 2 là một lựa chọn tối ưu khi phát triển mô hình thủy lực cho khu vực thực tế với địa hình phức tạp bao gồm lòng dẫn, bãi sông, nhà cửa, hay địa hình thay đổi liên tục. Như kết quả áp dụng cho khu vực sông Hồng nói trên cho kết quả rất tốt, cũng như trong nhiều nghiên cứu đã được nêu trên.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Anderson, J. D. (1995) *Computational Fluid Dynamics the Basics with Applications*, New York: McGraw-Hill.
- Chung, T.J. (2010) *Computational Fluid Dynamics*, Cambridge University Press.
- Ferziger, J. H. and Peric, M. (2002) *Computational Methods for Fluid Dynamics*, Vasa. doi: 10.1016/S0898-1221(03)90046-0.
- Hiramatsu, K. (2001) *Water Environment Advanced. Department of Agro-environmental Sciences. Faculty of Agriculture, Kyushu University.*
- Hu, S. and Kot, S. C. (1997) *Numerical Model of Tides in Pearl River Estuary with Moving Boundary*, Journal of Hydraulic Engineering, 123(1), p. 9404. doi: [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1997\)123:1\(21\)#sthash.ZYA06uwk.dpuf](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1997)123:1(21)#sthash.ZYA06uwk.dpuf).
- Kawamura, T., Takami, H. and Kuwahara, K. (1986) *Computation of high Reynolds number flow around a circular cylinder with surface roughness*, Fluid Dynamics Research, 1(2), pp. 145–162. doi: 10.1016/0169-5983(86)90014-6.

- Pozrikidis, C. (2009) *Fluid Dynamics Theory, Computation, and Numerical Simulation*, Springer Science + Business Media, LLC.
- Tabata, T., Hiramatsu, K., Harada, M. and Hirose, M. (2013) *Numerical analysis of convective dispersion of pen shell *Atrina pectinata* larvae to support seabed restoration and resource recovery in the Ariake Sea, Japan*, Ecological Engineering. Elsevier B.V., 57, pp. 154–161. doi: 10.1016/j.ecoleng.2013.04.018.
- Vreugdenhil, C.B. (1994) *Numerical Methods for Shallow Water Flow* Kluwer Academic Publishers.
- Yee, H. C. (1985) *On the Implementation of a Class of Upwind Schemes for System of Hyperbolic Conservation Laws*. NASA.
- Sharma, R. (2015) *Second order scheme for open channel flow*, Telemark University College.
- Van Leer, B. (1979) *Towards the ultimate conservative difference scheme. V. A second-order sequel to Godunov's method*, *Journal of Computational Physics*, 32(1), pp. 101–136. doi: 10.1016/0021-9991(79)90145-1.
- Godunov, S. K. (1959) *Finite difference method for numerical computation of discontinuous solutions of the equations of the fluid dynamics*, *Mat. Sb.*, 47, 271-306.

Abstract:

SUMMARY, ANALYSIS AND SUGGESTION NUMERICAL METHODS FOR VELOCITY COMPONENTS IN TWO-DIMENSIONAL HYDRODYNAMIC MODEL

This research will analyze and propose a simple, accurate and stable method for velocity components in a two-dimensional model to apply to the finite difference method in solving shallow water equations on the staggered grid. This is an extremely important step in construction hydrodynamic model and it directly affects the stability of the model. Therefore, the solution scheme for the velocity components is very important. This study will discuss the advantages and disadvantages of the central difference scheme, first and second order upwind schemes. In the case study, the Red River area from Son Tay to Hung Yen is selected. These schemes were applied to compare the results. The research results were also compared and discussed with observation data profile. The research results indicate that the central difference and first order upwind scheme have good results with simple elevations. Second order upwind scheme is a good selection of complex terrain. In construction the hydrodynamic model, it depends on the research purposes and terrains.

Keywords: Velocity components, Central difference scheme, First order upwind scheme, Second order upwind scheme.

BBT nhận bài: 09/5/2017

Phản biện xong: 13/6/2017