MỘT CÁCH TIẾP CẬN ĐỘ TIN CẬY CỦA KẾT CẤU CÓ ĐẠI LƯỢNG MỜ VÀ ĐẠI LƯỢNG NGẪU NHIÊN

Nguyễn Hùng Tuấn[1], Lê Xuân Huỳnh[2]

Tóm tắt: *Đánh giá độ tin cậy của kết cấu trong trường hợp các đại lượng đầu vào bao gồm cả các đại lượng ngẫu nhiên và đại lượng mờ là bài toán thường gặp trong thực tế, nhưng mang nhiều thách thức, do không thể chứng minh được tính đơn nhất về mặt toán học. Có nhiều cách tiếp cận để giải bài toán này. Bài báo đề xuất một cách tiếp cận mới, trên cơ sở cải tiến và kết hợp các nguyên lý thông tin không đầy đủ và nguyên lý đặc trưng lớn nhất về chuyển đổi giữa đại lượng mờ và đại lượng ngẫu nhiên, để xác định các đại lượng ngẫu nhiên có phân phối chuẩn, tương đương với số mờ tam giác cân. Từ các đại lượng ngẫu nhiên này, sẽ chuyển sang các bài toán xác định độ tin cậy theo định nghĩa gốc, và có thể vận dụng các phương pháp xác định độ tin cậy ngẫu nhiên quen thuộc để tính toán. Đồng thời, đề xuất cách xác định độ tin cậy trung tâm và cận của độ tin cậy. Các ví dụ minh họa, so sánh với các kết quả tính toán theo các phương pháp hiện có, bước đầu cho thấy độ chính xác và hiệu quả của phương pháp đề xuất.*

Từ khóa: lý thuyết mờ, độ tin cậy mờ, hàm thuộc, nguyên lý thông tin không đầy đủ, nguyên lý đặc trưng lớn nhất

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Trong kết cấu xây dựng, phần lớn các đại lượng đầu vào: tải trọng tác động, tính chất vật liệu, tính chất của liên kết trong và ngoài... đều chứa các yếu tố không chắc chắn (uncertainty), được gọi là các đại lượng bất định. Theo (Kiureghian, et al 2009), các đại lượng bất định được chia thành hai loại: bất định ngẫu nhiên (aleatory uncertainty), bất định nhận thức (epistemic uncertainty).

Khi các đại lượng đầu vào không chắc chắn đủ điều kiện mô tả là các đại luợng ngẫu nhiên, trạng thái **M** kết cấu là đại lượng ngẫu nhiên, được xác định theo công thức

$$\mathbf{M} = \mathbf{R} - \mathbf{S} \qquad (1)$$

trong đó, **R** - sức kháng kết cấu, **S** - hiệu ứng tải trọng.

Độ tin cậy của kết cấu được xác định theo xác suất, bởi công thức (Nowak, et al 2000)

$$P_s = \text{Prob}(\mathbf{M} > 0) \qquad (2)$$

Do được xây dựng trên cơ sở lý thuyết xác suất - thống kê, là lý thuyết tương đối hoàn chỉnh về toán học, nên đánh giá kết cấu theo chỉ số độ tin cậy đã được quy định trong các tiêu chuẩn xây dựng của các nước tiên tiến trên thế giới.

Khi các đại lượng đầu vào không chắc chắn thuộc loại hình bất định nhận thức, tùy thuộc vào việc mô tả các đại lượng bất định này mà hình thành các cách tiếp cận khác nhau để đánh giá mức độ an toàn (độ tin cậy mờ), điển hình sử dụng lý thuyết mờ (Dong, et al 1989), (Szeliga, et al 2004), (Park, et al 2004), lý thuyết ngẫu nhiên - mờ (Liu, et al 1997), (Möller, et al 2004).

Trên thực tế, các đại lượng đầu vào trong bài toán đánh giá kết cấu thường không chỉ thuộc một loại hình bất định, mà là sự kết hợp giữa hai loại hình bất định ngẫu nhiên và bất định nhận thức. Khi đó, các tính toán được thực hiện trên hai loại bất định có sự khác biệt về bản chất, dẫn đến sự khác biệt về độ đo giữa hai loại đại lượng. Đây thực sự là một vấn đề thách thức, và về mặt toán học, không thể chứng minh được tính đơn nhất và nghiệm chính xác trong trường hợp này (Oberkampf, et al 2004). Sau đây, sẽ phân tích một số cách tiếp cận để giải bài toán này.

[1] *Bộ môn Sức bền - Kết cấu, Trường Đại học Thủy lợi*
[2] *Bộ môn Cơ học kết cấu, Trường Đại học Xây dựng*

Trong (Li, et al 2000), các tác giả đã xây dựng công thức tính độ tin cậy mờ trong trường hợp ứng suất **S** là số mờ, cường độ **R** là hàm mật độ phân phối xác suất. Các tác giả (Li, et al 2000) quan niệm độ tin cậy mờ trong mô hình giao thoa mờ - ngẫu nhiên là một số thực, và sử dụng khái niệm xác suất mờ của Zadeh để tính độ tin cậy mờ. Nhược điểm của cách tiếp cận này là hai hàm dưới dấu tích phân của (Li, et al 2000) không cùng độ đo, diện tích đường cong $f_R(x)$ với trục hoành bằng đơn vị còn $\mu_S(x)$ thì khác. Khác với (Li, et al 2000), với quan niệm các lát cắt α của số mờ là các hàm mật độ phân phối xác suất, các tác giả trong (Jiang, et al 2003), (Cui, et al 2011) đã tính độ tin cậy theo định nghĩa gốc trên từng lát cắt α, và độ tin cậy thu được là giá trị trung bình trên các lát cắt α. Xuất phát từ nhận xét các giả thiết khác nhau về hàm mật độ phân phối xác suất trên các biến khoảng sẽ đưa đến các kết quả khác nhau về độ tin cậy, trong (Du, et al 2005) các tác giả đã xác định độ tin cậy với các đại lượng đầu vào là tổ hợp các biến ngẫu nhiên và biến khoảng, tại các tổ hợp bất lợi nhất của các biến khoảng, thông qua việc giải bài toán tối ưu độ tin cậy. Các tác giả trong (Balu, et al 2014) đã mở rộng quan niệm này đối với các đại lượng đầu vào là tổ hợp các biến ngẫu nhiên và biến mờ, và đánh giá các giá trị max/min độ từ chối trên lát cắt α thông qua việc giải các bài toán tối ưu. Khác với (Balu, et al 2014), trong (Cui, et al 2015) các tác giả đề xuất 3 chỉ số độ tin cậy, và để xác định các chỉ số độ tin cậy này, tại mỗi mức thuộc α, các biến khoảng được xem là phân bố đều và giải bài toán tối ưu độ tin cậy trên các lát cắt α (chi tiết xem (Cui, et al 2015)).

Qua việc phân tích nêu trên, có thể nhận thấy việc sử dụng lý thuyết độ tin cậy ngẫu nhiên làm nền tảng cho việc đánh giá độ tin cậy mờ, trong trường hợp các đại lượng bất định đầu vào bao gồm cả đại lượng mờ và đại lượng ngẫu nhiên, là cách tiếp cận đúng đắn, do các phương pháp xác suất vẫn giữ được tính trội của nó trong trường các đại lượng đo (Dubbois, et al 2004) và thuận tiện ứng dụng trong bài toán ra quyết định (Smets, 1990). Tuy nhiên, việc xác định độ tin cậy tại các lát cắt α thông qua việc giải bài toán tối ưu, hoặc giả thiết hàm mật độ phân bố xác suất tương đương của số khoảng sẽ làm tăng khối lượng tính toán các bài toán độ tin cậy. Để khắc phục vấn đề này, bài báo đề xuất một cách tiếp cận để chuyển đổi số mờ tam giác cân thành ba đại lượng ngẫu nhiên tương đương có phân phối chuẩn dựa trên việc cải tiến, nhằm khắc phục tính không bảo toàn của các nguyên lý chuyển đổi giữa đại lượng mờ và đại lượng ngẫu nhiên (Dubbois, et al 2006). Các đại lượng ngẫu nhiên tương đương được thiết lập trên cơ sở giải các bài toán tối ưu, sao cho tổng các sai lệch về độ đo khi chuyển đổi từ đại lượng mờ sang đại lượng ngẫu nhiên và từ đại lượng ngẫu nhiên về đại lượng mờ là nhỏ nhất. Tiếp đó, sẽ chuyển bài toán độ tin cậy mờ về các bài toán độ tin cậy ngẫu nhiên và đưa ra hai định nghĩa để đánh giá về độ tin cậy: (i) độ tin cậy trung tâm, tương ứng với giá trị "tin tưởng" của độ tin cậy; và (ii) cận của độ tin cậy, thể hiện ước lượng khoảng của độ tin cậy [P_{smin}, P_{smax}]. Hiệu quả của cách tiếp cận này là giảm số lượng tính toán các bài toán độ tin cậy ngẫu nhiên, đồng thời vẫn đáp ứng được độ chính xác cần thiết theo yêu cầu thực tế. Các ví dụ minh họa, so sánh với kết quả đã có theo các phương pháp khác, cho thấy hiệu quả của phương pháp đề xuất.

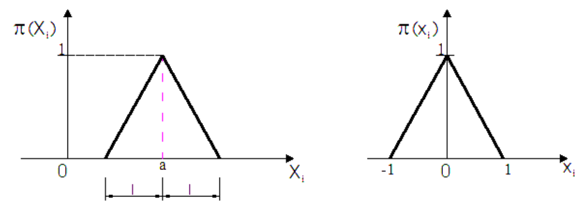
2. CÁC NGUYÊN LÝ CHUYỂN ĐỔI VÀ NỘI DUNG CẢI TIẾN

2.1. Các nguyên lý chuyển đổi và ý tưởng cải tiến

Như đã nêu trên, đại lượng ngẫu nhiên (hàm mật độ phân bố xác suất) và số mờ (hàm phân bố khả năng) là hai biểu diễn khác nhau về sự bất định. Việc chuyển đổi từ đại lượng mờ sang đại lượng ngẫu nhiên và ngược lại có thể hữu ích khi bất định không đồng nhất và dữ liệu không chính xác cùng được xét đến (Dubbois, et al 1993). Các nguyên lý chuyển đổi đã được đề xuất bởi (Dubbois, et al 2006) và (Klir, 2006). Trong (Dubbois, et al 2006), đã kiến nghị chuyển đổi từ đại lượng mờ sang đại lượng ngẫu nhiên theo nguyên lý thông tin không đầy đủ IR (insufficient reason), và chuyển đổi từ đại lượng ngẫu nhiên sang đại lượng mờ theo nguyên lý đặc trưng lớn nhất MS (maximum specifity). Nguyên lý IR tìm đại lượng ngẫu nhiên sao cho đảm bảo tính bất định trong sự lựa chọn các kết quả đầu ra. Nguyên lý MS tìm đại lượng mờ có phân phối khả năng mang nhiều thông tin nhất, nói cách khác có khoảng hẹp nhất trên các lát cắt α. Khác với (Dubbois, et al 2006), trong (Klir, 2006) đã đề xuất nguyên lý bất định bất biến UI (uncertainty invariance) để chuyển đổi từ đại lượng mờ sang đại lượng ngẫu nhiên và ngược lại, từ đại lượng ngẫu nhiên sang đại lượng mờ. Ưu điểm của phương pháp này là có được tính bảo toàn về thông tin của đại lượng mờ và đại lượng ngẫu nhiên tương đương. Tuy nhiên, như đã trình bày tại (Dubbois, et al 1980), khi sử dụng nguyên lý UI, trong một số trường hợp, kết quả thu được mâu thuẫn với giả thiết toán học về sự đồng nhất độ đo khả năng/xác suất. Ngoài ra, khi chuyển đổi từ đại lượng mờ sang đại lượng ngẫu nhiên, theo nguyên lý này cần sử dụng một số giả thiết trong khi đó chuyển đổi từ đại lượng mờ sang đại lượng ngẫu nhiên theo (Dubbois, et al 2006), không cần sử dụng bất kỳ giả thiết nào. Mặc dù vậy, đối với đại lượng mờ ban đầu, khi thực hiện chuyển đổi sang đại lượng ngẫu nhiên theo nguyên lý IR, và từ đại lượng ngẫu nhiên này, chuyển đổi ngược sang đại lượng mờ theo nguyên lý MS, kết quả thu được đại lượng mờ khác đại lượng mờ gốc ban đầu. Do đó, khi thực hiện chuyển đổi theo hai nguyên lý này, xuất hiện tính không bảo toàn về thông tin, dẫn đến kết quả tính độ tin cậy khó định chuẩn để ra quyết định.

2.2. Nội dung cải tiến

Từ các nhận xét trên, bài báo đề xuất một cải tiến để xác định đại lượng ngẫu nhiên có phân phối chuẩn, tương đương với đại lượng mờ, sao cho tổng các sai lệch (sai lệch về độ đo xác suất của đại lượng ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với đại lượng ngẫu nhiên được chuyển đổi theo nguyên lý IR, sai lệch về độ đo mờ với đại lượng mờ gốc ban đầu, khi thực hiện chuyển đổi từ đại lượng ngẫu nhiên có phân phối chuẩn sang đại lượng mờ theo nguyên lý MS), là nhỏ nhất. Việc cải tiến được thực hiện cho số mờ tam giác cân, là dạng số mờ thường được sử dụng để mô tả các đại lượng đầu vào trong bài toán phân tích độ tin cậy mờ. Việc sử dụng hàm mật độ phân phối xác suất chuẩn là một sự tự nhiên, do tính chất thông dụng của nó trong tính toán độ tin cậy ngẫu nhiên. Sau đây, sẽ thiết lập công thức xác định các hàm mật độ phân phối xác suất chuẩn này.



Hình 1. Phép đổi biến đưa về biến mờ chuẩn
a. Biến mờ gốc b. Biến mờ chuẩn

Xét số mờ tam giác cân $\tilde{X}_i = (a,l)_{LR}$ (Hình 1), trong đó a - giá trị tin tưởng (tại mức thuộc α= 1) của số mờ, l - độ rộng số mờ, thực hiện phép đổi biến (Nguyễn Hùng Tuấn, et al 2015), đưa về biến mờ chuẩn $\tilde{x}_i = (0,1)_{LR}$

$$\tilde{x}_i = \frac{\tilde{X}_i - a}{l} \tag{3}$$

Từ số mờ chuẩn $\tilde{x}_i = (0,1)_{LR}$, sử dụng nguyên lý IR, thu được hàm mật độ phân phối xác suất

$$p(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}\ln(-x)\,;\, x \in [-1,0) \\ -\frac{1}{2}\ln(x)\,;\, x \in (0,1] \end{cases} \tag{4}$$

Xét hàm mật độ phân phối xác suất chuẩn $p_1(x)$ có kỳ vọng μ= 0 (lấy bằng giá trị tin tưởng của số mờ chuẩn hóa), phương sai σ^2

$$p_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)} \tag{5}$$

Xét sự kiện {A} : $-1 \le x_o \le x$. Do tính đối xứng của hai hàm mật độ phân phối xác suất p(x) và $p_1(x)$ nên chỉ cần xét trường hợp $x \le 0$.

Xác suất của sự kiện A đối với hàm mật độ phân phối xác suất p(x) và $p_1(x)$, lần lượt là

$$P(A) = \int_{-1}^{x} -\frac{1}{2}\ln(-x)dx = \frac{1}{2}[x - xlin(-x) + 1] \tag{6}$$

$$P_1(A)=\int_{-1}^{x}\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}e^{\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)}dx \qquad (7)$$

Để hai hàm mật độ phân phối xác suất là tương đương, cần có

$\left|P(A)-P_1(A)\right|\rightarrow \min$,

hay $\left(P(A)-P_1(A)\right)^2 \rightarrow \min$, $\forall x\in[-1,0)$ (8)

Từ (6) ta được

$$F_1(\sigma)=\int_{-1}^{0}\left(P(A)-P_1(A)\right)^2 dx \rightarrow \min \qquad (9)$$

với P(A), $P_1(A)$ xác định theo (4), (5).

Với lưu ý hàm mật độ phân phối xác suất p(x) xác định trong [-1,1], trong khi hàm mật độ phân phối xác suất $p_1(x)$ xác định trong $(-\infty,+\infty)$, nên để xác suất trong $(-\infty,1)$ của hàm mật độ

phân phối xác suất $p_1(x)$ là không còn đáng kể, cần có

$$F_2(\sigma)=P_1\left[A^*: x_o\in(-\infty,-1]\right]=\int_{-\infty}^{-1}\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}e^{\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)}dx \rightarrow \min \qquad (10)$$

Kết hợp (9) và (10) ta được

$$F(\sigma)=F_1(\sigma)+F_2(\sigma)=\int_{-1}^{0}\left(P(A)-P_1(A)\right)^2 dx+\int_{-\infty}^{-1}\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}e^{\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)}dx \rightarrow \min \qquad (11)$$

Công thức (11) cho ta cách xác định độ lệch σ của hàm mật độ phân phối chuẩn $p_1(x)$, tương đương với hàm mật độ phân phối xác suất p(x) được xác định theo nguyên lý IR.

Từ hàm mật độ phân phối xác suất chuẩn $p_1(x)$, chuyển về hàm phân bố khả năng (hàm thuộc) tương đương, theo nguyên lý MS

$$\pi_1(x)=\pi_1(-x)=\int_{-6\sigma}^{x}p_1(y)dy+\int_{-x}^{6\sigma}p_1(y)dy \qquad (12)$$

Do hàm mật độ phân phối xác suất chuẩn $p_1(x)$ đối xứng nên f(x) = y = -x, và sử dụng quy tắc 3σ nên thay cận $-\infty$ và $+\infty$ bằng -6σ và 6σ để đảm bảo độ chính xác .

Hàm thuộc của số mờ chuẩn có dạng

$$\pi(x)=\begin{cases}1+x\,; x\in[-1,0]\\ 1-x\,; x\in[0,1]\end{cases} \qquad (13)$$

Khác với lý thuyết xác suất - thống kê toán học, trong lý thuyết mờ các độ đo mờ (độ đo khả năng, độ đo cần thiết ...) đều được xác định thông qua hàm thuộc (phân phối khả năng) theo luật max/min. Do đó, với lý luận tương tự ở trên ta thu được

$$G(\sigma)=\int_{-1}^{0}\left(\pi_1(x)-1-x\right)^2 dx+\int_{-\infty}^{-1}\pi_1^{\,2}(x)dx \rightarrow \min \qquad (14)$$

Để giải bài toán tối ưu đa mục tiêu (11) và (14), đưa về bài toán tối ưu một mục tiêu sử dụng trọng số

H(σ) = γ.F(σ) + (1-γ).G(σ) → min, trong đó $\gamma\in[0,1]$. (15)

Về ý nghĩa toán học, công thức (15) là sự mở rộng có điều chỉnh tính chất tương đương, chuyển đổi hai chiều, theo hai nguyên lý: nguyên lý IR, khi chuyển từ đại lượng mờ sang đại lượng ngẫu nhiên, và nguyên lý MS, khi chuyển từ đại lượng ngẫu nhiên sang đại lượng mờ.

Để giải (15), sử dụng thuật giải di truyền GAs trong Matlab R2016. Sau đây, ta xét 3 giá trị của γ:

- Khi γ = 0.5 nhận được σ = 0.476 (16.a)
- Khi γ = 1.0 nhận được σ = 0.288 (16.b)
- Khi γ = 0.0 nhận được σ = 0.640. (16.c)

Giá trị σ = 0.476 (với γ = 0.5) được sử dụng để xác định độ tin cậy trung tâm, với ý nghĩa xét đến mức độ quan trọng như nhau, cân bằng giữa hai hàm mục tiêu F(σ) và G(σ). Các giá trị σ = 0.288 (với γ = 1) và σ = 0.640 (với γ = 0) là thể hiện vai trò độc lập của mỗi mục tiêu. Các giá trị này sẽ được sử dụng để tính cận của độ tin cậy, là ước lượng các giá trị max/min của độ tin cậy.

2.3. Cách xác định độ tin cậy trung tâm và cận của tin cậy

Xét hàm trạng thái chứa cả đại lượng ngẫu nhiên và đại lượng mờ

$g(\mathbf{x})= g(\mathbf{x_F}, \mathbf{x_R}) =$

$= g(\tilde{x}_1,\tilde{x}_2,...,\tilde{x}_n,x_{n+1},x_{n+2},...,x_{n+m})$ (17)

trong đó $\mathbf{x_F} = \left(\tilde{x}_1,\tilde{x}_2,...,\tilde{x}_n\right)$ là các đại lượng mờ độc lập, có dạng số mờ tam giác cân $\tilde{x}_i=\left(a_i,l_i\right)_{LR}$; $\mathbf{x_R}$ = $(x_{n+1}, x_{n+2},.....,x_{n+m})$ là các đại lượng bất định ngẫu nhiên độc lập.

Để đưa về cách xác định độ tin cậy theo định nghĩa gốc, thực hiện chuyển đổi đại lượng mờ $\tilde{x}_i=\left(a_i,l_i\right)_{LR}$ thành đại lượng ngẫu nhiên phân phối chuẩn $x_i \sim N(\mu_i, \sigma_i)$ theo mục 2.1, tức là

- Khi γ = 0.5 : $\mu_i = a_i$, $\sigma_i = 0.476\, l_i$ (18.a)
- Khi γ = 1.0 : $\mu_i = a_i$, $\sigma_i = 0.288\, l_i$ (18.b)
- Khi γ = 0 : $\mu_i = a_i$, $\sigma_i = 0.640\, l_i$ (18.c)

Trên cơ sở các công thức (18), sau đây sẽ định nghĩa và nêu cách xác định các giá trị độ tin cậy trung tâm và cận của độ tin cậy.

2.3.1. Độ tin cậy trung tâm

Tương tự như khái niệm kỳ vọng trong lý thuyết xác suất - thống kê, độ tin cậy trung tâm P_{sc} là giá trị tin tưởng của độ tin cậy. Để xác định độ tin cậy trung tâm P_{sc}, sử dụng hàm mật độ phân phối chuẩn có kỳ vọng và độ lệch xác định theo công thức (18.a). Sau khi có kết quả chuyển đổi, có thể sử dụng bất kỳ một phương pháp quen thuộc trong lý thuyết độ tin cậy ngẫu nhiên, để xác định độ tin cậy.

2.3.2. Cận của độ tin cậy

Cận của độ tin cậy [P_{smin}, P_{smax}] là ước lượng khoảng của độ tin cậy P_s, tương tự ý nghĩa của ước lượng khoảng trong lý thuyết xác suất - thống kê toán học. Cận của tin cậy cho thông tin về biên dưới và biên trên của độ tin cậy, cho ta cái nhìn trực quan về độ tin cậy của kết cấu đang xét.

Để xác định các giá trị P_{smin} và P_{smax}, cần giải các bài toán tối ưu. Tuy nhiên, với nhận xét các đại lượng đầu vào trong bài toán đánh giá kết cấu luôn có một ý nghĩa vật lý cụ thể, ta dễ thấy sự biến thiên thuận/nghịch giữa độ lệch tham số đầu vào và độ tin cậy của hệ. Do đó, thay vì giải các bài toán tối ưu, có thể sử dụng phương pháp đỉnh (Dong, et al 1987), với các đại lượng đầu vào được xác định từ tổ hợp các giá trị theo (18.b) và (18.c), để xác định các giá trị P_{smin} và P_{smax} theo công thức sau

$$P_{smin} = \min(P_{s1}, P_{s2},...,P_{sk},...,P_{s2^n}) \quad (19.a)$$

$$P_{smax} = \max(P_{s1}, P_{s2},...,P_{sk},...,P_{s2^n}) \quad (19.b)$$

trong đó P_{sk} - giá trị độ tin cậy tại tổ hợp thứ k của các đại lượng ngẫu nhiên tương đương, có kỳ vọng μ_i và độ lệch σ_i được xác định theo các công thức (18.b), (18.c).

3. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

3.1.Ví dụ 1

Xét hàm trạng thái với 3 biến được đề cập trong ví dụ 1 của (Balu, et al 2014)

$$g(\mathbf{x}) = 8.0 - 0.32(x_1-1)^2 x_2^2 - x_2 + x_3^3 - 0.2\sin(x_1 x_3) \quad (20)$$

trong đó x_1, x_2 là các đại lượng ngẫu nhiên độc lập có phân phối chuẩn tiêu chuẩn, x_3 là số mờ tam giác cân $(0,1)_{LR}$.

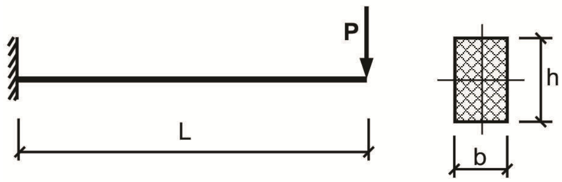
Thực hiện tính toán theo phương pháp đề xuất, sử dụng chỉ số độ tin cậy Hasofer-Lind (Nowak, et al 2000). Kết quả tính toán theo phương pháp đề xuất và so sánh với kết quả (Balu, et al 2014) được thể hiện ở Bảng 1.

Bảng 1. Kết quả tính toán độ tin cậy theo phương pháp đề xuất và theo ví dụ 1 của (Balu, et al 2014)

Giá trị γ	Chỉ số độ tin cậy Hasofer - Lind b của phương pháp đề xuất	P_S của phương pháp đề xuất	Chỉ số độ tin cậy b theo (Balu, et al 2014)	P_s theo (Balu, et al 2014)	Độ lệch % của P_s
0	2.300351	0.989286	2.155	0.984419	0.49438
0.5	**2.300482**	***0.989290***	*2.28*	*0.988696*	0.060016
1	2.3006	0.989293	2.42	0.992240	0.296991

3.2.Ví dụ 2

Xét ví dụ 2 (Balu, et al 2014), dầm consơn chịu lực tập trung như Hình 2. Chiều dài dầm L, bề rộng tiết diện b, chiều cao tiết diện h là các đại lượng ngẫu nhiên có các giá trị trung bình lần lượt là 30 in.(76.2 cm), 0.8359in.(2.123186 cm) và 2.5093 in.(6.373622 cm), mô đun đàn hồi E là đại lượng tất định có giá trị 10^7 psi (68947.5728 MPa). Chiều dài dầm L và chiều cao tiết diện h có phân phối loga chuẩn, chiều rộng b có phân phối chuẩn với độ lệch lần lượt là σ_L =3.0 in.(7.62 cm), σ_h = 0.25 in.(0.635 cm), σ_b = 0.08 in.(0.2032 cm). Lực tập trung P là số mờ tam giác cân $(80, 20)_{LR}$ lb $((0.35598, 0.088995)_{LR}$ kN). Chuyển vị cho phép là 0.15 in (0.381 cm).



Hình 2. Dầm consơn chịu lực tập trung

Hàm trạng thái về chuyển vị được xác định theo mô hình dầm Euler - Becnuli

$$g(\mathbf{x}) = 0.15 - \frac{4PL^3}{Ebh^3} \quad (21)$$

Thực hiện theo phương pháp đề xuất, tính toán chỉ số độ tin cậy bậc 2 β_{SORM} theo công thức kinh nghiệm do Zhao và Ono đề xuất (Zao, et al 1999). Các kết quả tính toán được so sánh với các kết quả tương ứng trong (Balu, et al 2014), thể hiện ở Bảng 2.

Bảng 2. Kết quả tính toán độ tin cậy theo phương pháp đề xuất và theo ví dụ 2 của (Balu, et al 2014)

Giá trị γ	Chỉ số độ tin cậy bậc 2 β_{SORM} của phương pháp đề xuất	P_S của phương pháp đề xuất	Chỉ số độ tin cậy b theo (Balu, et al 2014)	P_s theo (Balu, et al 2014)	Độ lệch % của P_s
0	1.8166	0.965361	1.38	0.916207	5.364961
0.5	**1.8528**	**0.968044**	1.89	0.970621	0.265452
1	1.8843	0.970238	2.57	0.994915	2.480340

Nhận xét : Từ kết quả tính toán theo phương pháp đề xuất tại ví dụ 1 và ví dụ 2, so sánh với kết quả tại (Balu, et al 2014) cho thấy các sai lệch giữa độ tin cậy P_s là tương đối bé, sai lệch lớn nhất là 5.36% tại ví dụ 2. Sai lệch này xuất phát từ hai nguyên nhân: i) quan điểm về xác định độ tin cậy của kết cấu bao gồm cả đại lượng mờ và đại lượng ngẫu nhiên của phương pháp đề xuất và (Balu, et al 2014), ii) độ chính xác của các phương pháp xác định độ tin cậy truyền thống. Quan điểm của phương pháp đề xuất là biểu diễn đại lượng mờ bằng họ các đại lượng ngẫu nhiên có phân phối chuẩn. Khác với quan điểm này, trong (Balu, et al 2014) tìm các tổ hợp bất lợi nhất của các biến khoảng, để xác định các giá trị P_{smin} và P_{smax}. Do vậy bề rộng khoảng tin cậy thu được theo (Balu, et al 2014) bao giờ cũng lớn hơn cận của độ tin cậy theo phương pháp đề xuất. Vì vậy, theo nguyên lý MS, kết quả theo phương pháp đề xuất mang nhiều thông tin hơn kết quả (Balu, et al 2014). Nguyên nhân thứ 2 tạo nên sai lệch là do việc sử dụng phép chuyển đổi Rosenblatt tại ví dụ 2 làm tăng tính phi tuyến của hàm trạng thái trong không gian chuẩn tiêu chuẩn, dẫn đến độ tin cậy bậc 2 SORM sẽ có sai lệch so với sử dụng mô phỏng Monte Carlo trong (Balu, et al 2014). Thật vậy, nếu với phương pháp đề xuất, ta sử dụng mô phỏng Monte Carlo để tính độ tin cậy, thì khi lấy số lượng mẫu N_s = 30000, độ tin cậy P_{smin} = 0.9590, sai lệch giữa hai phương pháp chỉ còn 4.67% (giảm 0.69%). Trong (Balu, et al 2014), do phải tính toán theo mô hình xấp xỉ bậc cao của hàm trạng thái tại các điểm xác suất lớn nhất MPP (Most Probable Point) trên các lát cắt α của các biến mờ,và phải sử dụng nhiều phép chuyển đổi : chuyển đổi từ biến mờ gốc thành biến can thiệp (intervening variables), chuyển đổi Fourier (xuôi và ngược) để tính tích phân chập xác định độ tin cậy, nên khối lượng và thời gian tính toán sẽ lớn hơn so với phương pháp đề xuất. Cụ thể, trong ví dụ 2, để tính một giá trị độ tin cậy tại biến trên (hoặc biên dưới) của mỗi lát cắt α, (Balu, et al 2014) tính toán 19 hàm xấp xỉ đối với các biến ngẫu nhiên trong không gian chuẩn tiêu chuẩn.

3.3.Ví dụ 3

Xét hàm trạng thái với 4 biến được đề cập trong ví dụ 1 của (Cui, et al 2015)

$$g(\mathbf{x}) = x_1^2 + 5x_1 + 2x_2^2 + 7x_2 + x_3^2 - 8x_3 + x_4^2 - 10x_4 - 20 \quad (22)$$

trong đó x_1, x_2 là các đại lượng ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với giá trị trung bình μ = 10.0

và độ lệch σ = 2.0. Các đại lượng x_3 và x_4 là các số mờ tam giác cân $(10,5)_{LR}$.

Thực hiện tính toán, sử dụng chỉ số độ tin cậy Hasofer-Lind (Nowak, et al 2000). Kết quả tính toán độ tin cậy trung tâm P_{sc}, cận của độ tin cậy $[P_{smin}, P_{smax}]$ lần lượt được so sánh với kết quả tính toán trị số độ tin cậy số $P_r^{(III)}$, chỉ số khoảng tin cậy $P_r^{(I)}$ (Cui, et al 2015) theo phương pháp Monte Carlo, được thể hiện ở Bảng 3.

Bảng 3. Kết quả tính toán độ tin cậy theo phương pháp đề xuất và theo ví dụ 1 của (Cui, et al 2015)

Giá trị γ	Chỉ số độ tin cậy Hasofer - Lind b của phương pháp đề xuất	P_S của phương pháp đề xuất	P_s theo phương pháp Monte Carlo (Cui, et al 2015)	Độ lệch % của P_s
0	2.645614471	0.995923	0.999364	0.34433
0.5	**2.520677325**	***0.994144***	*0.996130*	0.19942
1	2.421615044	0.992274	0.985445	0.69300

3.4.Ví dụ 4

Xét ví dụ 2 của (Cui, et al 2015), hệ dàn mái như Hình 3. Tải trọng phân bố đều q (đơn vị N/m) tác dụng trên cánh thượng dàn là số mờ tam giác cân $\tilde{q} = (20000,\ 1000)_{LR}$. Diện tích tiết diện A_c, A_s; mô đun đàn hồi E_c, E_s; chiều dài nhịp dàn l là các đại lượng ngẫu nhiên độc lập, có phân phối chuẩn được cho trong Bảng 4.

Độ võng tại đỉnh dàn Δ_c theo quy định không được vượt quá 3 cm. Bằng các phương pháp của Cơ học kết cấu, xác định chuyển vị Δ_c theo công thức

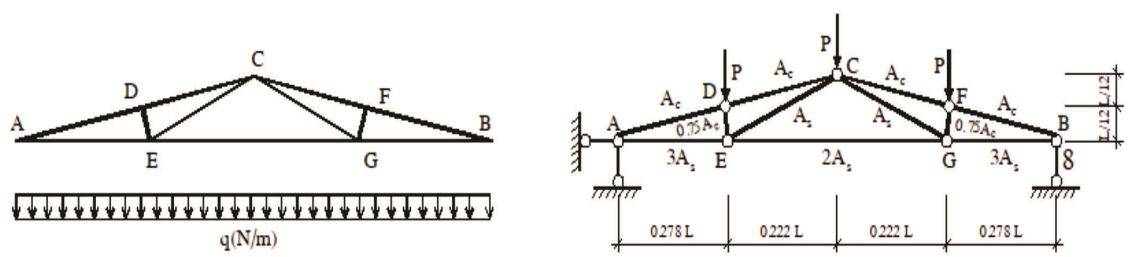
$$\Delta_C = \frac{ql^2}{2}\left(\frac{3.81}{A_cE_c} + \frac{1.13}{A_sE_s}\right) \tag{23}$$

Hàm trạng thái về độ võng là

$$g(\mathbf{x}) = 3x10^{-2} - \frac{ql^2}{2}\left(\frac{3.81}{A_cE_c} + \frac{1.13}{A_sE_s}\right) \tag{24}$$

Bảng 4. Các đặc trưng của đại lượng ngẫu nhiên của dàn mái

Đại lượng ngẫu nhiên	l (m)	A_s (m^2)	A_c (m^2)	E_s (N/m^2)	E_c (N/m^2)
Giá trị trung bình μ	12	$9.82x10^{-4}$	0.04	$1x10^{11}$	$2x10^{10}$
Biến sai ν_x	0.01	0.06	0.12	0.06	0.06



Hình 3. Hệ dàn mái trong ví dụ 2 của (Cui, et al 2015) và sơ đồ tính

Thực hiện tính toán theo phương pháp đề xuất, tính toán chỉ số độ tin cậy bậc 2 β_{SORM} theo công thức kinh nghiệm do Zhao và Ono đề xuất (Zao, et al 1999). Kết quả tính toán độ tin cậy trung tâm P_{sc}, cận của độ tin cậy $[P_{smin}, P_{smax}]$ lần lượt được so sánh với kết quả tính toán trị số độ tin cậy số $P_r^{(III)}$, chỉ số khoảng tin cậy $P_r^{(I)}$ (Cui, et al 2015) theo phương pháp Monte Carlo được thể hiện ở Bảng 5.

Bảng 5. Kết quả tính toán độ tin cậy theo phương pháp đề xuất và theo ví dụ 2 của (Cui, et al 2015)

Giá trị γ	Chỉ số độ tin cậy bậc 2 β_{SORM} của phương pháp đề xuất	P_S của phương pháp đề xuất	P_s theo phương pháp Monte Carlo (Cui, et al 2015)	Độ lệch % của P_s
0	5.7754	0.9999999962	0.996573	0.34388
0.5	**6.0937**	***0.9999999994***	*0.998780*	0.12215
1	6.3723	0.9999999999	0.999618	0.03821

Nhận xét : Từ kết quả tính toán theo phương pháp đề xuất tại ví dụ 3 và ví dụ 4, so sánh với kết quả tại (Cui, et al 2015) cho thấy các sai lệch là tương đối bé, sai lệch lớn nhất là 0.7%. Mặc dù khác về cách tiếp cận và quan điểm xác định độ tin cậy, nhưng các kết quả cho thấy các chỉ số độ tin cậy trung tâm P_{sc} và cận của độ tin cậy [P_{smin}, P_{smax}] mang ý nghĩa tương đồng với chỉ số độ tin cậy số $P_s^{(III)}$ và chỉ số độ tin cậy khoảng $P_s^{(I)}$ trong (Cui, et al 2015). Tuy nhiên, phương pháp đề xuất tính toán đơn giản hơn, giảm khối lượng tính toán so với (Cui, et al 2015): 3 bài toán để xác định độ tin cậy trung tâm và cận của độ tin cậy theo phương pháp đề xuất so với 192 bài toán xác định mỗi độ tin cậy theo phương pháp PDEM (Cui, et al 2015), mà vẫn đạt mức độ chính xác yêu cầu. Nếu tính toán theo phương pháp Monte Carlo với số lượng mẫu N_s = 30000, trong ví dụ 4, độ tin cậy trung tâm P_{sc} = 0.99793, sai lệch giữa độ tin cậy trung tâm của phương pháp đề xuất và phương pháp (Cui, et al 2015) giảm xuống còn 0.0848%.

4. KẾT LUẬN

+ Bài báo đã xây dựng công thức xác định phương sai, đặc trưng cơ bản của đại lượng ngẫu nhiên có phân phối chuẩn, tương đương với số mờ tam giác cân, trên cơ sở kết hợp và cải tiến nguyên lý thông tin không đầy đủ và nguyên lý đặc trưng lớn nhất. Từ các đại lượng ngẫu nhiên này, đã nêu một cách tiếp cận để chuyển đổi từ bài toán xác định độ tin cậy của hệ có các đại lượng bất định đầu vào gồm có đại lượng mờ và đại lượng ngẫu nhiên, về các bài toán độ tin cậy theo định nghĩa gốc.

+ Độ tin cậy trung tâm được đề xuất trong bài báo hoàn toàn có thể so sánh được với độ tin cậy quy định trong các tiêu chuẩn. Đồng thời, cận của độ tin cậy đề xuất có thể được sử dụng để ước lượng khoảng giá trị của độ tin cậy.

+ Các kết quả tính toán theo phương pháp đề xuất, được so sánh với kết quả theo các phương pháp hiện có, bước đầu cho thấy độ chính xác và hiệu quả của phương pháp đề xuất.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Nguyễn Hùng Tuấn, Lê Xuân Huỳnh, Phạm Hoàng Anh (2015), *"A fuzzy finite element algorithm based on response surface method for free vibration analysis of structure"*, Vietnam Journal of mechanics, VAST, Vol.37, No.1, pp. 17-27.

Balu A. S., Rao B.N. (2014), *"Efficient assessment of structural reliability in presence of random and fuzzy uncertainties"*, Journal of Mechanical Design 136(5), pp. 1-11.

Cui L., Lu Z., Wang P. (2011), *"Reliability sensitivity analysis with mixture of random and fuzzy variables"*, 2011 International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering, pp.833-838.

Cui L., Lu Z., Li G. (2015), *"Reliability analysis in presence of random variables and fuzzy variables"*, Journal of Applied Mathematics, pp.1-8.

Dong W., Shan H. (1987), *"Vertex method for computing functions of fuzzy variables",* Fuzzy Sets and Systems 24, pp.65 - 78.

Dong W., Chiang W.L., Shan H.C. and Wong F.S., *Assessment of existing building using fuzzy set theory*, Icosar'89, The 5th International Conference on Structural Safety and Reliability.

Du X., Sudjuanto A., Huang B. (2005), *"Reliability-based design with the mixture of random and interval variables"*, Journal of Mechanical Design 127(6), pp. 1068-1076.

Dubois D., Prade H. (1980), *Fuzzy Sets and Systems*, Academic Press, NewYork.
Dubois D., Prade H., Sandri S., *On Possibility/Probability Transformations*, Proceedings of Fourth IFSA Conference 1993.
Dubois D., Foulloy L., Mauris G. and Prade H.(2004*),"Probability - Possibility Transformations, Triangular Fuzzy Sets, and Probabilistic Inequalities",*, Reliable Computing 10, pp.273-297, Kluwer Academic Publishers, Printed Netherlands.
Dubois D.(2006), *"Possibility Theory and Staticstical Reasoning",* Computational Statistics & Data Analysis 51, pp. 47 - 59.
Jiang Q., Chen C.H. (2003), *"A numerical algorithm of fuzzy reliability",* Reliability Engineering and System Safety 80, pp. 299 - 307.
Kiureghian A.D., Ditlevsen O.(2009), *"Aleatory or epistemic? Does it matter?"*, Structural Safety.
Klir G.J. (2006), Uncertainty and Information, Published John Wiley & Sons.
Li B., Zhu M., Xu K. (2000), *"A practical engineering method for fuzzy reliability analysis of mechanical structures"*, Reliability Engineering and System Safety 67, pp. 311 - 315.
Liu Y., Qiao Z., Wang G.(1997), *"Fuzzy random reliability based on fuzzy random variable",* Fuzzy Sets and Systems 86, pp. 345 – 355.
Möller B., Beer M.(2004), *Fuzzy Randomness - Uncertainty in Civil Engineering and Computational Mechanics,* Springer, Dresden.
Nowak A., Collins K.R.(2000), *Reliability of Structures,* MC.Ctraw Hill.
Oberkampf W.L., Helton J.C., Joslyn C.A., Wojkiewicz S.F., Ferson S. (2004), *"Challenge Problems: Uncertainty in system response given uncertainty parameters"*, Reliability Engineering and System Safety 85, pp. 11 - 19.
Park H.J., Um J.G., Woo I., Kim J.W. (2012), *"Application of fuzzy set theory to evaluate the probability of failure in rock slopes"*, Engineering Geology 125, pp. 92 - 101.
Smets P. (1990), *Constructing the pignistic probability function in a context of uncertainty*, In: Uncertainty in Artificial Intelligence 5 (M.Henrion, R.D.Shachter, L.N.Kanal, J.F.Lemmer, eds.), North-Holland, pp. 29-39.
Szeliga E., *Structural reliability – fuzzy sets theory approach,* Journal of theoretical and applied mechanics 42, 3, pp. 651 – 666, Warsaw 2004.
Zao Y.G., Ono T. (January 1999), *"New Approximations for SORM*: Part 1", Journal of Engineering Mechanics 85.

Abstract:

AN APPROACH TO ASSESS STRUCTURAL RELIABILITY IN PRESENCE OF RANDOM AND FUZZY VARIABLES

Assessment of structural reliability in case of the mixture of random and fuzzy input variables always exists in engineering problems, but has a lot of challenge, because there is no unique solution in mathematics. A lot of approaches had been proposed to solve this problem. This article proposes a new appoach, based on innovating and combining the insufficient reason and the maximum specifity principles for transformations between random and fuzzy variables, to determine the normal random variables, that are equivalent to the symmetric triangular fuzzy number. From these random variables, the original problem is converted to the basis structural reliability problems, and can apply the familiar methods of the traditional reliablility theory to calculate. Meanwhile, this article proposes the way to determine the central reliability and the marginal reliability. Numerical results are compared with the results of the existing method, to demonstrate the acuracy and effectiveness of the proposed method.

Keywords : fuzzy sets theory, fuzzy reliability, membership function, insufficient reason principle, maximum specifity principle.

Ngày nhận bài: 06/8/2018

Ngày chấp nhận đăng: 30/8/2018