

## VỀ MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP ĐÁNH GIÁ ĐỘ TIN CẬY MỜ CỦA KẾT CẤU

Nguyễn Hùng Tuấn<sup>1</sup>

**Tóm tắt:** Nghiên cứu này phân tích tổng quan về một số phương pháp đánh giá độ tin cậy mờ kết cấu và các ứng dụng của chúng trong đánh giá mức độ an toàn. Trên cơ sở các kết quả phân tích, một phương pháp đánh giá độ tin cậy mờ sử dụng lý thuyết độ tin cậy truyền thống được đề xuất. Để minh họa cho phương pháp đề xuất, một ví dụ số được khảo sát.

**Từ khóa:** Lý thuyết tập mờ, lý thuyết xác suất thống kê, độ tin cậy kết cấu, độ tin cậy mờ, chuyển đổi mờ - ngẫu nhiên, uốn dẻo của dầm.

### 1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Đánh giá độ tin cậy của kết cấu có vai trò quan trọng trong việc kiểm tra chất lượng công trình xây dựng. Trong lý thuyết độ tin cậy truyền thống (Nowak, Collins, 2000), (Melchers, Beck, 2018), các đại lượng đầu vào trong bài toán đánh giá độ tin cậy được xem là các đại lượng ngẫu nhiên, mô tả bằng hàm mật độ xác suất. Dựa trên cơ sở lý thuyết xác suất - thống kê toán học và lý thuyết quá trình ngẫu nhiên, độ tin cậy của kết cấu đã được quy định trong tiêu chuẩn xây dựng của các nước tiên tiến trên thế giới (ISO 2394: 2015). Tuy nhiên, qua thực tế, người ta nhận thấy các yếu tố tác động lên công trình ngày càng phức tạp, mang tính bất thường, không đủ điều kiện để xây dựng quy luật thống kê. Để mô tả các đại lượng này, sử dụng lý thuyết tập mờ (Dubois, Prade, 1980) là phù hợp hơn cả. Từ việc mô tả này, hình thành các phương pháp khác nhau trong đánh giá mức độ an toàn (độ tin cậy mờ) của kết cấu. Cho đến nay, chưa có phương pháp đánh giá độ tin cậy mờ nào được chấp nhận là "chuẩn", để so sánh mức độ chính xác với các phương pháp khác. Do vậy, bài báo này sẽ đề cập đến hai nội dung chính: phân tích các phương pháp đánh giá độ tin cậy mờ hiện có và đề xuất một phương pháp đánh giá độ tin

cậy mờ của kết cấu. Phương pháp đề xuất được xây dựng trên cơ sở phát triển các nội dung đã được công bố trong (Nguyen, Le, 2019). Một ví dụ số được sử dụng để so sánh và đánh giá.

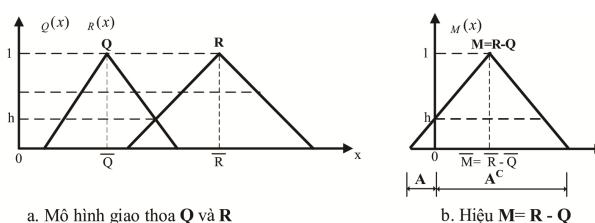
### 2. CÁC PHƯƠNG PHÁP ĐÁNH GIÁ ĐỘ TIN CẬY MỜ CỦA KẾT CẤU

Theo các tài liệu có được, các phương pháp đánh giá độ tin cậy mờ của kết cấu được chia thành hai hướng tiếp cận chính, bao gồm : các đại lượng đầu vào là các đại lượng mờ, các đại lượng đầu vào gồm cả các đại lượng ngẫu nhiên và đại lượng mờ. Sau đây sẽ phân tích các phương pháp đánh giá trên cơ sở phân loại này, với ký hiệu chung: **R** - khả năng hoặc tiêu chuẩn an toàn, **Q** - trạng thái hoặc đáp ứng kết cấu.

#### 2.1. Các đại lượng đầu vào là các đại lượng mờ

##### 2.1.1. Phương pháp lát cắt $\alpha$ (Dong et al., 1990)

Hai tập **Q** và **R** là tập mờ chuẩn, dạng tam giác cân (Hình 1).



Hình 1. Phương pháp lát cắt  $\alpha$

Khả năng phá hoại mờ được đánh giá trên cơ

<sup>1</sup> Bộ môn Sức bền - Kết cấu, Trường Đại học Thủy lợi

sở hai lát cắt  $Q_\alpha$  và  $R_\alpha$  (Hình 1.1.a) trong trường hợp  $\bar{R} > \bar{Q}$  và xác định theo công thức (Dong et al., 1990):

$$FP = \frac{1}{2} [T(Q > R) + T(R > Q)] \quad (1)$$

Gọi  $h$  là tung độ của cạnh bên phải tam giác mờ  $Q$  với cạnh bên trái của tam giác mờ  $R$ . Độ từ chối mờ được xác định theo công thức:

$$FP = h/2 \quad (2)$$

Và độ tin cậy mờ :

$$SP = 1 - h/2 \quad (3)$$

Trường hợp  $\bar{R} < \bar{Q}$  có  $SP = h/2$

$$\text{và } FP = 1 - h/2 \quad (4)$$

Có thể nhận thấy, FP xác định theo công thức (2) là giá trị trung bình theo các độ đo khả năng và độ đo cần thiết của sự kiện A (Hình 1.b). Thật vậy, theo lý thuyết khả năng (Dubois, Prade, 1988) ta có:

$$N(A) \leq FP = P(A) \leq \Pi(A) \quad (5)$$

với  $N(A)$  là độ đo cần thiết xác định theo công thức :  $N(A) = 1 - \sup_{x \in A^c} \mu(x) = 0$  (6)

$\Pi(A)$  là độ đo khả năng xác định theo công thức :  $\Pi(A) = \sup_{x \in A} \mu(x) = h$  (7)

$$\text{Vậy ta được: } 0 \leq FP \leq h \quad (8)$$

Lấy trung bình độ đo khả năng (cận trên) và độ đo cần thiết (cận dưới) ta được FP xác định theo công thức (2). Tương tự nhận được (4).

Phương pháp lát cắt  $\alpha$  đưa ra cách tính trung bình gần đúng, việc chuyển từ biểu thức logic (1) sang công thức tính (2) chỉ mang tính quy ước và từ (2) sang công thức (3) chỉ phù hợp với tập mờ dạng tam giác cân có chiều cao bằng đơn vị. Phương pháp này chưa xét đầy đủ ảnh hưởng độ rộng của hai tập mờ  $Q$  và  $R$ .

### 2.1.2. Phương pháp tỷ số giao hội (Lê Xuân Huỳnh, Lê Công Duy, 2007)

Phương pháp tỷ số giao hội được xây dựng trên cơ sở phép giao (theo luật min) và phép hợp (theo luật max) của hai tập mờ trạng thái  $Q$  và khả năng  $R$ , sau đó đánh giá độ từ chối mờ bằng tỷ số kết quả của phép giao với kết quả phép hội trong điều kiện an toàn chắc chắn (Hình 2):  $FP = (\omega_R + \omega_Q)/(\Omega_R + \Omega_Q)$  (9)

Và độ tin cậy mờ:

$$SP = 1 - FP = 1 - (\omega_R + \omega_Q)/(\Omega_R + \Omega_Q) \quad (10)$$

trong đó  $\omega_R$ ,  $\omega_Q$  và  $\Omega_R$ ,  $\Omega_Q$  - diện tích giao nhau và diện tích toàn phần của  $R$  và  $Q$ .

Phương pháp tỷ số giao hội đã xét đến ảnh hưởng độ rộng của hai tập  $Q$  và  $R$ . Tuy nhiên trong các công thức xác định FP đều cần tìm tung độ  $h$ , tức là tìm giao giữa  $Q$  và  $R$ . Điều này không phải lúc nào cũng thực hiện được nhất là khi 2 tập mờ  $Q$  và  $R$  cắt nhau nhiều hơn một điểm.

### 2.1.3. Phương pháp tỷ số diện tích (Sherstha, Duckstein, 1997)

Trong phương pháp tỷ số diện tích, số mờ  $M$  là hiệu của  $Q$  và  $R$  được sử dụng để đánh giá. Độ tin cậy mờ SP được xác định từ phần diện tích dương, bên phải của đồ thị hàm thuộc  $\mu_M(x)$  (Hình 3):

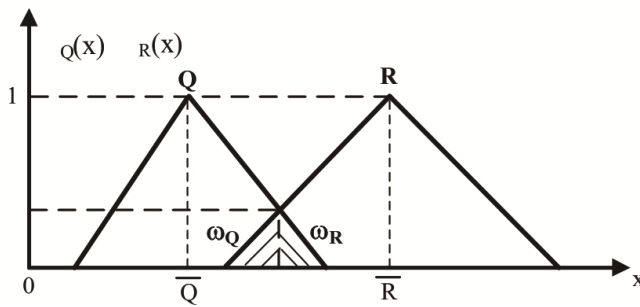
$$SP = \frac{\int_0^M m_M(x) dx}{\int_0^M m_M(x) dx} \quad (11)$$

Trong (Park et al., 2012), các tác giả đã áp dụng phương pháp tỷ số diện tích để xác định độ tin cậy mờ đối với bài toán ổn định chống trượt của đá trong trường hợp  $M$  là số mờ tam giác và số mờ hình thang. Trong (Nguyễn Hùng Tuấn, Lê Xuân Huỳnh, 2011), các tác giả đã mở rộng ý tưởng của công thức tỷ số diện tích đối với trường hợp  $M$  là số mờ 3D, áp dụng đánh giá độ tin cậy mờ của cột BTCT.

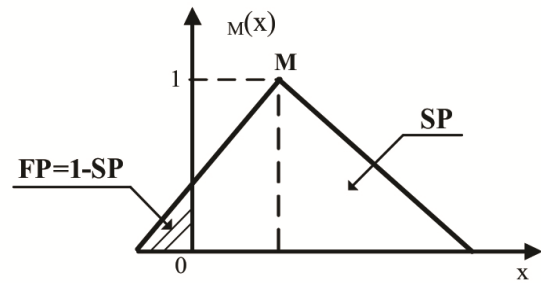
Phương pháp tỷ số diện tích phù hợp với ý nghĩa hình học của định nghĩa xác suất nêu trong (DeGroot, Schervish, 2012). Tuy nhiên, khác với lý thuyết xác suất, lý thuyết mờ cung cấp một phương pháp để “chính xác hoá” những cái không chắc chắn chủ quan trên các sự kiện khách quan, không có đánh giá về xác suất theo định nghĩa độ tin cậy. Hơn nữa, các độ đo mờ không có tính cộng tính như độ đo xác suất. Vì vậy, khi tính độ tin cậy mờ của hệ thống mắc nối tiếp và song song, các tác giả (Sherstha, Duckstein, 1997) lần lượt sử dụng luật min (đối với phép giao), và luật max (đối với phép hội). Do đó, độ tin cậy mờ SP

xác định theo công thức (11) thực chất là một độ mờ, mang một khái niệm tương tự với độ tin

cậy  $P_s$  theo định nghĩa trong lý thuyết độ tin cậy truyền thống.



Hình 2. Phương pháp tỷ số giao hội



Hình 3. Phương pháp tỷ số diện tích

### 2.3. Các đại lượng đầu vào gồm các đại lượng ngẫu nhiên và đại lượng mờ

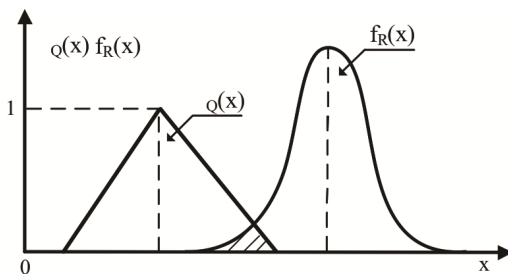
#### 2.3.1. Mô hình giao thoa mờ - ngẫu nhiên (Li Bing et al., 2000; Jiang, Chen, 2003; Tang et al., 2013; Zhang et al., 2018)

Trong mô hình giao thoa mờ - ngẫu nhiên (Li Bing et al., 2000), theo định nghĩa xác suất mờ của L.Zadeh, độ từ chối mờ là phần diện tích gạch chéo trên Hình 4, được xác định theo công thức:

$$FP = \int \mu_Q(x) \cdot f_R(x) dx \quad (12)$$

Và độ tin cậy mờ được xác định:

$$SP = 1 - FP \quad (13)$$



Hình 4. Mô hình giao thoa mờ - ngẫu nhiên

Phương pháp sử dụng mô hình giao thoa mờ - ngẫu nhiên là phương pháp gần đúng vì một trong hai tập  $Q$  hoặc  $R$  là mờ nhưng không sử dụng hàm mật độ xác suất mờ  $f(x)$  mà thay bằng hàm thuộc  $\mu(x)$ . Hai hàm dưới dấu tích phân trong (12) không cùng độ đo, diện tích đường cong  $f(x)$  với trục hoành bằng đơn vị còn  $\mu(x)$  thì khác.

Để khắc phục hạn chế này, (Jiang, Chen, 2003) đã chuyển đổi các tập cắt  $\alpha$  của cường độ vật liệu

mờ thành hàm mật độ phân phối xác suất tuyến tính, sau đó xác định độ tin cậy tại các tập cắt  $\alpha$  theo định nghĩa lý thuyết xác suất thống kê. Độ tin cậy mờ được tính theo trung bình của tổng hữu hạn các độ tin cậy trên các tập cắt  $\alpha$ . Để giảm khối lượng tính toán, (Tang et al., 2013) đã sử dụng công thức tích phân Gauss-Legendre. Các phương pháp này đã khắc phục được hai hàm dưới dấu tích phân trong (12) không cùng độ đo, tuy nhiên quy tắc chuyển đổi từ đại lượng mờ về đại lượng ngẫu nhiên trình bày trong phương pháp này chưa thực sự rõ ràng.

Một cách tiếp cận khác để hạn chế việc không cùng độ đo trong công thức (12) đã được các tác giả (Zhang et al., 2018) đề xuất. (Zhang et al., 2018) đã sử dụng nguyên lý bất định bất biến (uncertainty invariance principle) của (Klir 2005) để chuyển đổi số mờ  $Q$  về hàm mật độ phân phối xác suất chuẩn tương đương. Do đó, bài toán độ tin cậy mờ sẽ được chuyển về bài toán độ tin cậy truyền thống. Tuy nhiên, hạn chế của phương pháp chuyển đổi này là sử dụng nhiều giả thiết (ba giả thiết) và trong một số trường hợp không tuân thủ nguyên lý đồng nhất độ đo khả năng/ xác suất (Dubois, Prade, 1980).

#### 2.3.2. Hàm trạng thái giới hạn chứa các đại lượng ngẫu nhiên, đại lượng mờ (Chakraborty, Sam, 2007; Sam, Chakraborty, 2013; Balu, Rao, 2014; Lijie et al., 2015)

Trong (Chakraborty, Sam, 2007), các tác giả đã sử dụng đồng thời nguyên lý bất định bất biến và

tỷ lệ tỷ số (Klir, 2005) để chuyển đổi đại lượng mờ về đại lượng ngẫu nhiên và đưa bài toán độ tin cậy mờ về bài toán độ tin cậy truyền thống. Ngoài ra, các tác giả cũng sử dụng các kết quả nghiên cứu (Ferrari, Savoia, 1998; Savoia, 2002) để xác định biên trên và biên dưới của độ tin cậy. Các kết quả nghiên cứu cho thấy chỉ số độ tin cậy nhận được khi sử dụng nguyên lý bất định bất biến và tỷ lệ tỷ số trong chuyển đổi từ đại lượng mờ sang đại lượng ngẫu nhiên ít có sự khác biệt. Tuy nhiên, có sự chênh lệch đáng kể giữa độ tin cậy biên trên và biên dưới theo lý thuyết bằng chứng, cũng như sự chênh lệch giữa các độ tin cậy này so với độ tin cậy thu được theo chuyển đổi từ đại lượng mờ sang đại lượng ngẫu nhiên. Các tác giả (Sam, Chakraborty, 2013) đã thực hiện chuyển đổi từ đại lượng ngẫu nhiên chuyển về số mờ tam giác cân sử dụng độ đo entropy và đưa ra cách tính toán khả năng hư hỏng (the possibility of failure). Kết quả khảo sát cho thấy sự lệch đáng kể giữa khả năng hư hỏng và độ từ chối do trong quá trình chuyển đổi, một số thông tin mất đi khi chuyển từ đại lượng ngẫu nhiên sang đại lượng mờ, và một số thông tin được thêm vào khi chuyển từ đại lượng mờ sang đại lượng ngẫu nhiên theo nguyên lý bất định bất biến.

Khác với cách tiếp cận trên, các tác giả (Balu, Rao, 2014) quan niệm độ tin cậy là một số mờ và chia hàm trạng thái giới hạn thành hai phần: một phần chỉ chứa các đại lượng ngẫu nhiên và một phần chỉ chứa các đại lượng mờ. Độ tin cậy ứng với mỗi lát cắt  $\alpha$  thu được thông qua việc giải bài toán tối ưu, sử dụng biến đổi nhanh Fourier (fast Fourier transform) để tính toán.

Trong (Lijie et al., 2015), để phản ánh một cách trực quan độ tin cậy mờ, các tác giả đã đưa ra ba chỉ số độ tin cậy: chỉ số độ tin cậy khoảng (interval reliability index) là trung bình của cận dưới và cận trên độ tin cậy, chỉ số độ tin cậy trung bình (mean reliability index) là trung bình của hai chỉ số độ tin cậy khoảng ở cận dưới và cận trên, chỉ số độ tin cậy số (numerical reliability index) là kỳ vọng của độ tin cậy.

### 3. ĐỀ XUẤT PHƯƠNG PHÁP ĐÁNH GIÁ ĐỘ TIN CẬY MỜ

#### 3.1. Phương pháp đánh giá độ tin cậy mờ

Qua phân tích các phương pháp đánh giá độ tin cậy mờ hiện có, nhận thấy việc sử dụng lý thuyết độ tin cậy truyền thống như một cơ sở để đánh giá độ tin cậy mờ là một hướng tiếp cận đúng đắn, do lý thuyết xác suất truyền thống vẫn giữ được tính trội trong trường các độ đo (Dubois et al., 2004) và thiết lập tốt trong bài toán ra quyết định (Smets, 1990). Để thực hiện được điều này, các đại lượng đầu vào mờ cần được chuyển đổi thành các đại lượng ngẫu nhiên tương đương. Từ góc nhìn kỹ thuật, hàm mật độ phân phối chuẩn được sử dụng. Với ý tưởng này, tác giả đề xuất một phương pháp đánh giá độ tin cậy mờ sử dụng lý thuyết độ tin cậy truyền thống. Sau đây sẽ trình bày các nội dung chính của phương pháp đề xuất.

##### 3.1.1 Các đặc trưng của hàm mật độ phân phối chuẩn tương đương (Nguyen, Le, 2019)

Xét số mờ tam giác cân  $\tilde{x} = (a, l)_{LR}$ , trong đó  $a$  - giá trị trung tâm,  $l$  - độ rộng (trái, phải), sử dụng phép đổi biến (Nguyễn Hùng Tuấn nnk, 2015), số mờ chuẩn  $\tilde{X} = (0, 1)_{LR}$  được xác định theo công thức:

$$X = \frac{x - a}{l} \quad (14)$$

Sử dụng nguyên lý thông tin không đầy đủ (Dubois, 2006), chuyển đổi từ số mờ chuẩn thành đại lượng ngẫu nhiên tương đương có hàm mật độ phân phối xác suất  $p(x)$ :

$$p(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2} \ln(-x) ; x \in [-1, 0) \\ -\frac{1}{2} \ln(x) ; x \in (0, 1] \end{cases} \quad (15)$$

Để xác định độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên chuẩn tương đương  $X_{ni} \sim N(0, \sigma)$ , sai lệch giữa xác suất của sự kiện A đối với hàm mật độ phân phối xác suất  $p(x)$  và hàm mật độ phân phối xác suất chuẩn  $p_I(x)$  phải đạt tối thiểu:

$$F(\sigma) = \int_{-1}^0 (P(A) - P_I(A))^2 dx + \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx \rightarrow \min \quad (16)$$

trong đó

$$p_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\left(\frac{-x^2}{2\sigma^2}\right)} \quad (17)$$

$$P(A) = \frac{1}{2} [x - x \ln(-x) + 1] \quad (18)$$

$$P_1(A) = \int_{-1}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\left(\frac{-x^2}{2\sigma^2}\right)} dx \quad (19)$$

Đối với chuyển đổi ngược từ biến ngẫu nhiên chuẩn về biến mờ tương đương, sai lệch về độ đo khả năng giữa biến mờ tương đương của biến ngẫu nhiên chuẩn được xác định theo nguyên lý đặc trưng lớn nhất (Dubois et al., 1993) với biến mờ chuẩn phải đạt tối thiểu:

$$G(\sigma) = \int_{-1}^0 (\pi_1(x) - \pi(x))^2 dx + \int_{-\infty}^{-1} \pi_1^2(x) dx \rightarrow \min \quad (20)$$

$$\text{trong đó } \pi(x) = I + x \quad (21)$$

$$\pi_1(x) = \pi_1(-x) = \int_{-6\sigma}^x p_1(y) dy + \int_{-x}^{6\sigma} p_1(y) dy \quad (22)$$

Để giải bài toán tối ưu đa mục tiêu (16) và (22), đưa về bài toán tối ưu một mục tiêu sử dụng trọng số:

$$H(\sigma) = \gamma F(\sigma) + (1-\gamma)G(\sigma) \rightarrow \min \quad (23)$$

trong đó  $\gamma \in [0,1]$ .

Để giải (23), thuật giải di truyền GA trong Matlab được sử dụng.

Kết quả khảo sát chi tiết cho thấy sai lệch chuẩn  $\sigma$  tỷ lệ nghịch với giá trị trọng số  $\gamma$ . Cuối cùng, chuyển đổi từ biến mờ gốc  $\tilde{x}_i = (a_i, l_i)_{LR}$  thành biến ngẫu nhiên chuẩn tương đương  $x_i \sim N(\mu_i, \sigma_i)$  tại các giá trị trọng số  $\gamma = 0.5, 1.0, 0$  lần lượt cho kết quả như sau:

$$\text{- Khi trọng số } \gamma = 0.5: \mu_i = a_i, \sigma_i = 0.476 l_i \quad (24.a)$$

$$\text{- Khi trọng số } \gamma = 1.0: \mu_i = a_i, \sigma_i = 0.288 l_i \quad (24.b)$$

$$\text{- Khi trọng số } \gamma = 0 : \mu_i = a_i, \sigma_i = 0.640 l_i \quad (24.c)$$

### 3.1.2. Độ tin cậy mờ trung tâm, độ lệch chuẩn của độ tin cậy mờ

Sau khi chuyển đổi số mờ chuẩn thành họ các đại lượng ngẫu nhiên chuẩn, bài toán độ tin cậy mờ sẽ được chuyển thành các bài toán độ tin cậy truyền thống. Dễ dàng nhận thấy, độ tin cậy truyền thống thu được sẽ biến thiên theo độ lệch  $\sigma$  của biến ngẫu nhiên chuẩn tương đương. Do đó,

độ tin cậy mờ được xem xét là một đại lượng ngẫu nhiên có các đặc trưng là giá trị trung bình và độ lệch chuẩn.

Để xác định độ tin cậy mờ trung tâm  $FR_c$ , các giá trị trung bình và độ lệch của biến ngẫu nhiên chuẩn tương đương trong công thức (24.a) được sử dụng.

Để xác định độ lệch của độ tin cậy mờ, sẽ phải thực hiện với số lượng lớn các bài toán độ tin cậy tương ứng với các giá trị độ lệch của biến ngẫu nhiên chuẩn tương đương khác nhau. Tuy nhiên, có thể giảm khối lượng tính toán bằng cách sử dụng thiết kế mẫu hỗn hợp trung tâm (the central composite design) trong phương pháp mặt đáp ứng (Mason et al., 2003). Khi đó, độ lệch chuẩn của độ tin cậy mờ được xác định theo công thức sau:

$$\sigma_{FR} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^m (FR_{s_k} - FR_c)^2}{(m-1)}} \quad (25)$$

trong đó  $\sigma_{FR}$  là độ lệch của độ tin cậy mờ;  $FR_c$  là độ tin cậy mờ trung tâm ;

$FR_{s_k}$  là giá trị độ tin cậy tại mẫu thứ k của thiết kế mẫu hỗn hợp trung tâm, với giá trị trung bình và độ lệch của biến ngẫu nhiên chuẩn tương đương xác định theo các công thức (24.b) và (24.c); m là tổng số lần chạy trong thiết kế mẫu hỗn hợp trung tâm:  $m = 2^n + 2n$ , với n là số lượng các biến mờ.

### 3.1.3. Độ tin cậy mờ cuối cùng

Để xét ảnh hưởng độ lệch của độ tin cậy mờ, độ tin cậy mờ cuối cùng được sử dụng để so sánh với độ tin cậy cho phép trong các tiêu chuẩn xây dựng. Trên cơ sở quy tắc  $3\sigma$  trong lý thuyết xác suất thống kê, độ tin cậy mờ cuối cùng  $FR_u$  được xác định theo công thức sau:

$$FR_u = FR_c - 3\sigma_{FR} \quad (26)$$

Khi số lượng biến mờ  $n = 1$ , độ tin cậy mờ cuối cùng được xác định theo công thức:

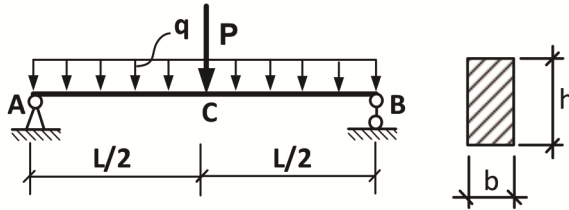
$$FR_u = \min(FR_1, FR_2) \quad (27)$$

trong đó  $FR_1 = P_s(x_1, x_R)$ ,  $FR_2 = P_s(x_2, x_R)$  với  $x_1$  and  $x_2$  là các biến ngẫu nhiên tương đương, có

giá trị trung bình  $\mu_i$  và độ lệch  $\sigma_i$  được xác định theo các công thức (24.b) và (24.c);  $\mathbf{x}_R$  là tập hợp các đại lượng đầu vào ngẫu nhiên của bài toán độ tin cậy mờ.

### 3.2. Ví dụ minh họa

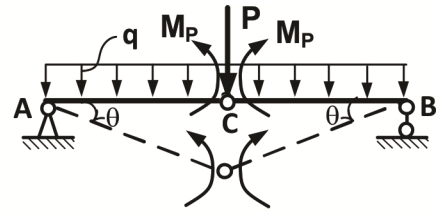
Xác định độ tin cậy theo quan điểm tải trọng giới hạn của dầm thép có tiết diện chữ nhật (bxh)



Hình 5. Dầm thép đơn giản, hai đầu khớp

= (6x10) cm cho trên Hình 5. Biết cường độ chảy của vật liệu  $\bar{\sigma}_y$  (đơn vị: kN/cm<sup>2</sup>), tải trọng phân bố đều  $\bar{q}$  (đơn vị: kN/m), tải trọng tập trung  $\bar{P}$  (đơn vị: kN), chiều dài dầm  $\bar{L}$  (đơn vị: m) là các số mờ tam giác cân :

$$\bar{\sigma}_y = (25,1)_{LR}, \bar{q} = (9,1)_{LR}, \bar{P} = (12,2)_{LR}, \bar{L} = (4,0,2)_{LR}.$$



Hình 6. Sơ đồ hình thành khớp dẻo

Do dầm tĩnh định nên theo phương pháp tải trọng giới hạn (Case et al., 1999), dầm biến hình khi xuất hiện một khớp dẻo tại C. Sơ đồ phá hoại dẻo của hệ được thể hiện trên Hình 6.

Theo nguyên lý công khả dĩ, cân bằng công nội lực sinh ra bởi khớp dẻo với công của ngoại lực sinh ra bởi tải trọng phân bố đều q và tải trọng tập trung P, thu được:

$$M_p = \frac{ql^2}{8} + \frac{Pl}{4} \quad (28)$$

trong đó  $M_p = \sigma.W_p$ , với  $W_p = \frac{b.h^2}{4}$ .

Do đó, hàm trạng thái giới hạn theo quan điểm phá hoại dẻo được xác định như sau:

$$g(\mathbf{x}) = \sigma_y - \frac{qL^2}{8.W_p} - \frac{PL}{4.W_p} \quad (29)$$

Độ tin cậy mờ tính toán theo phương pháp lát cắt  $\alpha$ :  $FR_D = 0.956238$

Độ tin cậy mờ tính toán theo phương pháp tỷ số diện tích:  $FR_S = 0.995847$

Chênh lệch giữa hai phương pháp:

$$\varepsilon = 100 \cdot \frac{(FR_D - FR_S)}{FR_S} = 3.9774\% \quad (30)$$

Kết quả tính toán theo phương pháp đề xuất, trong đó độ tin cậy truyền thống sử dụng phương pháp độ tin cậy bậc hai SORM (Zhao, Ono, 1999a) và chênh lệch so với phương pháp tỷ số diện tích được thể hiện ở Bảng 1.

**Bảng 1. Kết quả tính toán theo phương pháp đề xuất**

Độ tin cậy mờ	Phương pháp đề xuất	Phương pháp tỷ số diện tích	Chênh lệch (%)
$FR_c$	0.999983	0.995847	0.4153
$FR_u$	0.998923	0.995847	0.3089

### 4. KẾT LUẬN

- Bài báo đã phân tích ưu, nhược điểm các phương pháp đánh giá độ tin cậy mờ hiện có và phân loại các phương pháp này theo các hướng tiếp cận khác nhau. Từ đó đề xuất một phương pháp đánh giá độ tin cậy mờ trên cơ sở chuyển đổi từ đại lượng mờ sang đại lượng ngẫu nhiên

và sử dụng lý thuyết độ tin cậy truyền thống. Thông qua các kết quả khảo sát số tại (Nguyen, Le, 2019) và trong bài báo này, nhận thấy phương pháp đề xuất mang đúng ý nghĩa độ tin cậy trong lý thuyết xác suất thống kê và có thể được sử dụng để so sánh với độ tin cậy cho phép trong các tiêu chuẩn xây dựng.

- Với cách tiếp cận trên, hướng nghiên cứu tiếp theo là phát triển phương pháp đề xuất cho trường hợp số mờ đầu vào là các tam giác không cân để tính toán cho lớp các bài toán rộng hơn trong thực tế.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Lê Xuân Huỳnh, Lê Công Duy (2007), “*Phương pháp tỷ số giao hội trong trường hợp hiệu ứng tải trọng và sức bền là hai tập mờ dạng tổng quát*”, Tuyển tập công trình Hội nghị Cơ học toàn quốc lần thứ VIII, 215–220.
- Nguyễn Hùng Tuấn, Lê Xuân Huỳnh (2011), “*Một phương pháp đánh giá mức độ an toàn của kết cấu trong trường hợp trạng thái và khả năng là các tập mờ hai chiều*”, Tạp chí kết cấu và công nghệ xây dựng số 6, 12–19.
- Nguyễn Hùng Tuấn, Lê Xuân Huỳnh, Phạm Hoàng Anh (2015), “*A fuzzy finite element algorithm based on response surface method for free vibration analysis of structure*”, Vietnam Journal of Mechanics, 37(1), 17–27.
- Balu A. S., Rao B. N. (2014), “*Efficient Assessment of Structural Reliability in Presence of Random and Fuzzy Uncertainties*”, Journal of Mechanical Design, 136(5), 051008.
- Case J., Chilver H. C., Ross C. T. F (1999), *Strength of materials and structures*, Butter New York.
- Chakraborty S., Sam, P. C. (2007), “*Probabilistic safety analysis of structures under hybrid uncertainty*”, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 70(4), 405–422.
- DeGroot M. H., Schervish M. J. (2012), *Probability and statistics*, Addison-Wesley, Boston.
- Dong W., Chiang W.-L., Shah H. C., Wong, F. S. (1990), “*Assessment of Safety of Existing Buildings Using Fuzzy Set Theory*”, ASCE, 903–910.
- Dubois D. (2006), “*Possibility theory and statistical reasoning*”, Computational Statistics & Data Analysis, The Fuzzy Approach to Statistical Analysis, 51(1), 47–69.
- Dubois D., Foulloy L., Mauris G., Prade, H. (2004), “*Probability-Possibility Transformations, Triangular Fuzzy Sets, and Probabilistic Inequalities*”, Reliable Computing, 10(4), 273–297.
- Dubois D., Prade H. (1980), *Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications*, Academic Press, New York.
- Dubois, D., Prade H. M. (1988), *Possibility Theory: an Approach to Computerized Processing of Uncertainty*, Springer US, Boston, MA.
- Dubois D., Prade H., Sandri S. (1993), “*On Possibility/Probability Transformations*”, Fuzzy Logic: State of the Art, Theory and Decision Library, R. Lowen and M. Roubens, eds., Springer Netherlands, Dordrecht, 103–112.
- Ferrari P., Savoia M. (1998), “*Fuzzy number theory to obtain conservative results with respect to probability*”, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 160(3), 205–222.
- ISO 2394: 2015 *General principles on reliability for structures*
- Jiang Q., Chen C.-H. (2003), “*A numerical algorithm of fuzzy reliability*”, Reliability Engineering and System Safety, 3(80), 299–307.
- Klir G. J. (2005), *Uncertainty and Information: Foundations of Generalized Information Theory*, Wiley-IEEE Press, Hoboken, N.J.
- Li Bing, Zhu Meilin, Xu Kai. (2000), “*A practical engineering method for fuzzy reliability analysis of mechanical structures*”, Reliability Engineering and System Safety, United Kingdom, 67(3), 311–315.
- Lijie C., Zhenzhou L., Guijie L. (2015), “*Reliability Analysis in Presence of Random Variables and Fuzzy Variables*”, Journal of Applied Mathematics, 2015, 1–8.

- Mason R. L., Gunst R. F., Hess J. L. (2003), *Statistical Design and Analysis of Experiments, with Applications to Engineering and Science*, Wiley-Interscience, New York.
- Melchers R. E., Beck A. T. (2018), *Structural Reliability Analysis and Prediction*, Wiley, Hoboken, NJ.
- Nguyen T. H., Le H. X. (2019), “A practical method for calculating structural reliability with a mixture of random and fuzzy variables”, *Structural Integrity and Life*, 19(3), 175–183.
- Nowak A. S., Collins K. R. (2000), *Reliability of Structures*, McGraw-Hill.
- Park H. J., Um J.-G., Woo I., Kim J. W. (2012), “Application of fuzzy set theory to evaluate the probability of failure in rock slopes”, *Engineering Geology*, 125, 92–101.
- Sam P. C., Chakraborty, S. (2013), “Possibilistic safety assessment of hybrid uncertain systems”, *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, 20(01), 1350002-1 – 1350002-19.
- Savoia, M. (2002), “Structural reliability analysis through fuzzy number approach, with application to stability”, *Computers & Structures*, 80(12), 1087–1102.
- Sherstha B., Duckstein, L. (1997), *A fuzzy reliability measure for engineering applications*, in *Uncertainty Modelling and Analysis in Civil Engineering* by Ayub, CRC Press.
- Smets P. (1990), “Constructing the Pignistic Probability Function in a Context of Uncertainty”, *Machine Intelligence and Pattern Recognition*, North-Holland, 29–39.
- Tang Z., Lu Z., Xia, Y. (2013), “Numerical Method for Fuzzy Reliability Analysis”, *Journal of Aircraft*, 50(6), 1710–1715.
- Zhang X., Gao H., Huang H.-Z., Behera D. (2018), “An Equivalent Method for Fuzzy Reliability Analysis”, 2018 Annual Reliability and Maintainability Symposium (RAMS), IEEE, Reno, NV, 1–4.
- Zhao Y.-G., Ono T. (1999a), “New Approximations for SORM: Part I”, *Journal of Engineering Mechanics*, 125(1), 79–85.

**Abstract:**

**ON THE METHODS FOR ASSESSING FUZZY RELIABILITY OF STRUCTURES**

*This study is focussed on analyzing the overview of the methods utilized to assess fuzzy reliability of structures as well as their application for evaluating safety level. Based on these results, a method for calculating fuzzy reliability using the classical reliability theory is proposed. In order to illustrate the proposed method, a numerical example is surveyed.*

**Keywords:** Fuzzy sets theory, probability theory, reliability of structures, fuzzy reliability, possibility-probability transformations, plastic bending of beams.

---

Ngày nhận bài: 09/10/2021

Ngày chấp nhận đăng: 09/11/2021