

# Tính vỏ bằng phần tử vỏ cong tứ giác đồng tham số

ThS. NGUYỄN VĂN HỒNG  
ThS. VŨ CÔNG HOÀNG  
TS. VŨ NGỌC QUANG  
Học viện Kỹ thuật Quân sự

**Tóm tắt:** Bài báo phân tích ưu, nhược điểm của phần tử vỏ phẳng, vỏ cong. Kết quả thử nghiệm số tính mái vòm bằng phần tử vỏ cong tứ giác đồng tham số 04 nút, 24 chuyển vị nút.

**Từ khóa:** Phương pháp PTHH, vỏ, đàn hồi, tuyến tính.

**Abstract:** This paper presents advantages and disadvantages of planed shell element and those of curved shell element. The result of arch calculation in which the curved-isoparametric - quadrilateral shell elements with 4 nodes, 24 node displacements were applied to model.

**Key words:** Finite element method, shell, elastic, linear.

## 1. Cơ sở lý thuyết tính toán vỏ

Vỏ là vật thể được giới hạn bởi hai mặt cong. Lý thuyết tổng quát tính toán vỏ là lý thuyết mô men, được xây dựng trên cơ sở lý thuyết đàn hồi và giả thiết Kiếckhốp-Lơv. Các phương trình cơ bản (hình học, vật lý, cân bằng) của lý thuyết vỏ là các phương trình đạo hàm riêng với các đại lượng biểu thị yếu tố hình học của vỏ như tham số Lamê A, B và bán kính cong  $r_1$  và  $r_2$  của hai đường cong tọa độ chính. Việc giải bài toán vỏ dưới dạng giải tích rất phức tạp và chỉ nhận được lời giải của một số ít bài toán.

Với sự phát triển của công cụ tính toán và phương pháp phần tử hữu hạn (PPPTH), việc thiết lập các kiểu phần tử vỏ cũng được nghiên cứu và phát triển.

Phần tử vỏ phẳng là loại phần tử xuất hiện sớm nhất khi sử dụng PPTH tính vỏ. Phần tử vỏ phẳng là phần tử kết hợp phần tử màng và phần tử tấm uốn. Nhược điểm của phần tử vỏ phẳng là [5]: Các phương trình vi phân trong bài toán vỏ không đồng nhất với phương trình vi phân của kết cấu màng và tấm chịu uốn; sự không liên tục của góc xoay giữa các phần tử liên kế có thể gây mô men uốn ở những vùng thực tế không có mô men uốn; phần tử vỏ phẳng chỉ thích hợp với vỏ thoải.

Phần tử vỏ cong nhằm kể đến tính chất "cong" của phần tử, xuất hiện vào cuối năm 1960. Những phức tạp khi tính vỏ bằng phần tử vỏ cong là: Khó chọn lý thuyết vỏ phù hợp với việc xét tính chất cơ học của phần tử; khó mô tả dạng hình học của vỏ với các yếu tố hình học mặt cong của phần tử; khó thỏa mãn các điều kiện tương thích hơn so với phần tử vỏ phẳng.

## 2. Phương trình cơ bản tính phần tử vỏ tứ giác đồng tham số

Dưới đây giới thiệu tóm tắt phần tử vỏ cong do Kanok - Nukulchai đề xuất được xây dựng từ phần tử vỏ khối, có sử dụng giả thiết Kiếckhốp - Lơv và giả

thiết Mindlin để chuyển vị và góc xoay tại nút trên mặt trung bình được xem là các bậc tự do độc lập, [5].

Phần tử vỏ cong do Kanok - Nukulchai đề xuất là phần tử tứ giác đồng tham số 04 nút, 24 chuyển vị nút.

Sự khác nhau giữa phần tử vỏ cong và phần tử vỏ phẳng:

- Tại nút  $i$ , có 06 thành phần chuyển vị gồm: 03 chuyển vị thẳng  $u_i, v_i, w_i$  và 03 chuyển vị xoay  $\theta_{xi}, \theta_{yi}, \theta_{zi}$ :

$$\{q_i\} = \{u_i \quad v_i \quad w_i \quad \theta_{xi} \quad \theta_{yi} \quad \theta_{zi}\}^T \quad (1)$$

Với phần tử vỏ phẳng, góc xoay  $\theta_{zi} = 0$ .

- Điểm bất kỳ trong phần tử vỏ cong được biểu diễn bằng 03 tọa độ  $(x, y, z)$ , nên thể hiện được vị trí của phần tử trong không gian:

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^4 N_i \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} t \delta_i \begin{Bmatrix} l_{3i} \\ m_{3i} \\ n_{3i} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

- Hàm chuyển vị của phần tử vỏ cong gồm 03 chuyển vị thẳng và được biểu diễn qua các chuyển vị thẳng và xoay tại nút, thể hiện tính chất không gian qua các *co-sin* chỉ phương của pháp tuyến.

$$\{U\}_e = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^4 N_i \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} t \delta_i \begin{Bmatrix} n_{3i} \theta_{xi} - m_{3i} \theta_{zi} \\ l_{3i} \theta_{zi} - n_{3i} \theta_{xi} \\ m_{3i} \theta_{xi} - l_{3i} \theta_{yi} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

- Biến dạng của phần tử được xác định trực tiếp từ 03 chuyển vị thẳng theo công thức của lý thuyết đàn hồi:

$$\{\varepsilon\}_e = \left\{ \frac{\partial u'}{\partial x'} \quad \frac{\partial v'}{\partial y'} \quad \frac{\partial u'}{\partial y'} + \frac{\partial v'}{\partial x'} \quad \frac{\partial u'}{\partial z'} + \frac{\partial w'}{\partial x'} \quad \frac{\partial v'}{\partial z'} + \frac{\partial w'}{\partial y'} \right\}^T \quad (4)$$

Với phần tử vỏ phẳng, biến dạng của phần tử tấm xác định qua hàm chuyển vị  $\{U\}_e = \{w \quad \theta_x \quad \theta_y\}^T$ .

- Ma trận độ cứng của phần tử vỏ cong là tổng ma trận độ cứng trong trạng thái màng, uốn, cắt và trạng thái xoắn. Biểu diễn ma trận độ cứng của phần tử tương ứng với véc tơ chuyển vị  $\{q_i\}$  tại nút  $i$  với  $i = 1 \div 4$  có dạng:

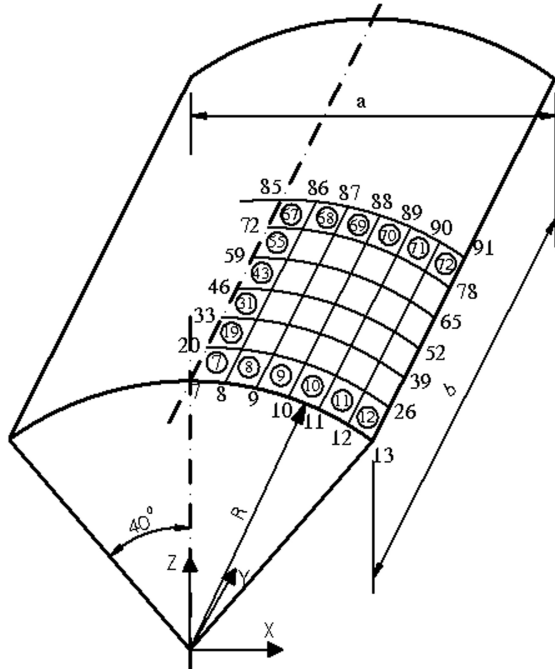
$$[K]_e = \begin{bmatrix} [k_{11}] & [k_{12}] & [k_{13}] & [k_{14}] \\ [k_{21}] & [k_{22}] & [k_{23}] & [k_{24}] \\ [k_{31}] & [k_{32}] & [k_{33}] & [k_{34}] \\ [k_{41}] & [k_{42}] & [k_{43}] & [k_{44}] \end{bmatrix} \quad (5)$$

Ma trận con trong (5) có kích thước 6x6. Ma trận độ cứng của phần tử vỏ phẳng là tổng ma trận độ cứng trong trạng thái màng và trạng thái uốn, cắt.

## 3. Thử nghiệm số

Sử dụng phần tử vỏ cong xác định chuyển vị và mô men uốn của mái vòm Scordelis - Lo (Hình 1) là vỏ trụ hở chịu tải trọng bản thân  $q = 4.309 \text{ N/m}^2$ , trong đó 02 biên thẳng tự do, 02 biên cong tựa trên liên kết tuyệt đối cứng. Vỏ trụ hở có chiều rộng  $a = 9,8\text{m}$ ,

chiều dài  $b = 15,24\text{m}$ , chiều dày  $h = 0,076\text{m}$ , bán kính cong  $R = 7,62\text{m}$  với góc mở của cung tròn  $80^\circ$ . Vật liệu có  $E = 2,068 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ , hệ số nở hông  $\mu = 0$ . Chương trình tính lập theo Matlab.



Hình 1: Mái vòm Scordelis - Lo

4. Kết quả

- Xây dựng thuật toán, lập trình tính toán vỏ bằng phần tử vỏ cong theo Matlab.
- Kết quả tính toán bằng phần tử vỏ cong được so sánh với kết quả tính bằng phần mềm SAP 2000 và bằng phần tử vỏ phẳng [4]
- Giá trị chuyển vị ( $w$ ), mô men uốn ( $M_x, M_y$ ) tại các nút tính bằng phần tử vỏ cong cho trong các Bảng 1,2,3.

Bảng 1. Giá trị chuyển vị  $w$ , [m] tại các nút và so sánh với kết quả giải tích

Nút	PT vỏ cong	PT vỏ phẳng [Th]	SAP 2000
85	0.008304869711950	0.01409	0.01402
86	0.005668055242499	0.009424	0.009449
87	-0.00226100393425	-0.003858	-0.003962
88	-0.01533992972067	-0.0236	-0.02377
89	-0.03263785610473	-0.04708	-0.04724
90	-0.05245898286080	-0.07103	-0.07132
91	-0.07306754625497	-0.0932	-0.09357

Bảng 2. Giá trị mô men uốn  $M_x$ , [Nm/m] tại các nút và so sánh với kết quả giải tích

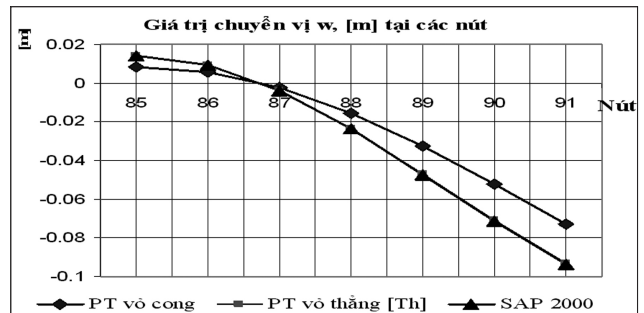
Nút	PT vỏ cong	PT vỏ phẳng [Th]	SAP 2000
85	5794.927254352484	9185	9328
86	5809.822384612442	8653	8790
87	5553.742500315972	7081	7188
88	4478.626379409751	4665	4697
89	2566.363248799375	2095	1899
90	824.872014350253	-1059	-71.17
91	191.502804161385	-250.5	-395.9

Bảng 3. Giá trị mô men uốn  $M_y$ , [Nm/m] tại các nút và so sánh với kết quả giải tích

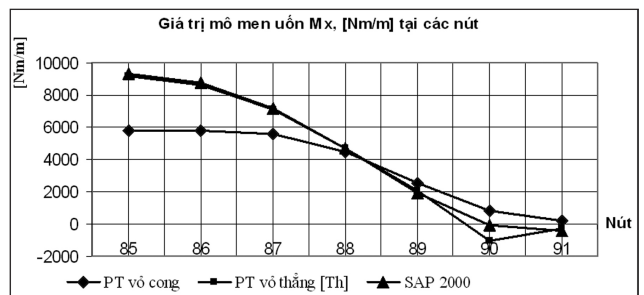
Nút	PT vỏ cong	PT vỏ phẳng [Th]	SAP 2000
85	434.655355919230	434.7	462.6
86	374.202010030852	277.9	298.0
87	-46.490264838980	-158.7	-146.8
88	-487.31972436055	-797.4	-796.2
89	-1141.2784924207	-1584	-1521
90	-1828.3235206253	-1834	-2269
91	-2195.0443091686	-3062	-2989

Nhận xét

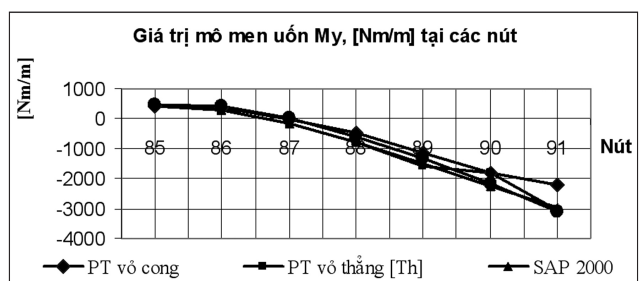
1. So với phần tử vỏ phẳng, phần tử vỏ cong có nhiều ưu việt hơn do có đã kể đến tính không gian của vỏ, biến dạng xác định trực tiếp từ các chuyển vị thẳng.
2. Giá trị chuyển vị  $w$  tại các nút tính theo phần tử vỏ phẳng và phần mềm SAP 2000 gần trùng nhau (Hình 2), do phần mềm SAP 2000 được xây dựng từ phần tử vỏ phẳng.
3. Xây dựng thuật toán và lập trình giải bài toán vỏ bằng phần tử vỏ cong.



Hình 2: So sánh giá trị chuyển vị tại các nút



Hình 3: So sánh giá trị mô men uốn  $M_x$  tại các nút



Hình 4: So sánh giá trị mô men uốn  $M_y$  tại các nút

4. Qui luật biến thiên của chuyển vị, mô men uốn khi sử dụng phần tử vỏ cong phù hợp với các biểu đồ trong [6] □

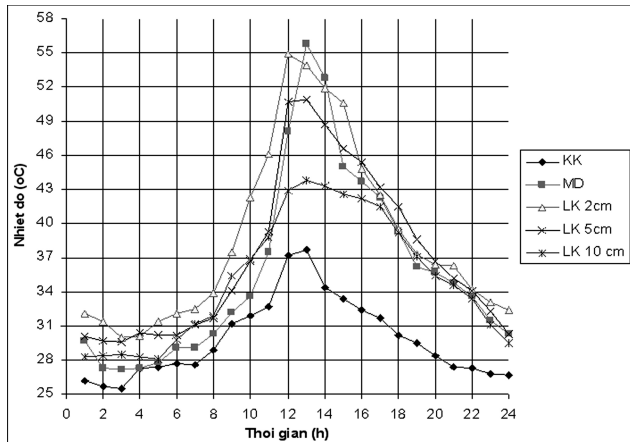
Tài liệu tham khảo

[1]. Vũ Như Cầu, *Tính kết cấu đặc biệt theo phương pháp phần tử hữu hạn*, NXB. Xây dựng, Hà Nội, 2007.

(Xem tiếp trang 17)

#### 4.2. Thí nghiệm đo nhiệt độ không khí, mặt đường và trong các lỗ khoan mặt đường bê tông nhựa ở mặt đường sâu 2cm, 5cm và 10cm, tháng 5 năm 2012

Bằng cách khoan mặt bê tông nhựa của đường Hoàng Hoa Thám, quận Bình Thạnh, TP. Hồ Chí Minh ở độ sâu 2cm, 5cm và 10cm, cho Glixerin vào và đo nhiệt độ trong các lỗ khoan, mặt đường và nhiệt độ không khí được kể quả sau:



## 5. Kết luận và kiến nghị

### 5.1. Kết luận

Với những kết quả trên chúng tôi nhiệt độ ảnh hưởng lớn đến tính chất cơ lý của bê tông nhựa. Vì vậy, việc nghiên cứu ảnh hưởng của nhiệt độ đến những hư hỏng của mặt đường bê tông nhựa là cần thiết.

Nghiên cứu ảnh hưởng của biến thiên nhiệt độ không khí đến qui luật phân bố nhiệt trong các lớp mặt đường bê tông nhựa trong điều kiện khí hậu nóng của Việt Nam để tìm giải pháp tính toán thiết kế kết cấu mặt đường bê tông nhựa phù hợp với điều kiện khí hậu Việt Nam góp phần nâng cao chất lượng khai thác và tăng tuổi thọ của mặt đường bê tông nhựa.

Trên cơ sở nghiên cứu ta có thể xác định nhiệt độ tính toán và tạo ra hỗn hợp bê tông có tính chất cơ lý tương ứng dùng cho mặt đường bê tông nhựa, góp phần tiết kiệm kinh phí xây dựng đường và khai thác hiệu quả hơn cho mặt đường bê tông nhựa ở nước ta.

### 5.2. Kiến nghị

Để có số liệu tin cậy hơn ta nên dùng cảm biến chôn trong kết cấu áo đường mềm theo chiều sâu khác nhau, tiến hành quan trắc sự phân bố nhiệt độ theo chiều sâu và theo thời gian, ta mới có số liệu nhiều hơn, nghiên cứu sâu hơn, hiểu bản chất của vấn đề kỹ hơn và có thể tìm giải pháp cho những hư hỏng mặt đường bê tông do nhiệt độ cao.

Cần có một công trình nghiên cứu toàn diện hơn về sự tác động của nhiệt độ không khí ảnh hưởng đến tính chất cơ lý của hỗn hợp bê tông nhựa mặt đường ô tô, dùng làm cơ sở đưa vào qui trình thiết kế áo đường mềm cho từng vùng miền trong cả nước □

### Tài liệu tham khảo

- [1]. PGS. TS. Phạm Duy Hữu, *Vật liệu xây dựng mới*, NXB. GTVT, 2005.
- [2]. PGS. TS. Trần Thị Kim Đăng, *Độ bền khai thác và tuổi thọ kết cấu mặt đường bê tông nhựa*, NXB. GTVT, 2010.
- [3]. PGS. TS. Nguyễn Xuân Vinh, *Các chuyên đề nâng cao thiết kế đường ô tô*, NXB. Đại học Quốc gia TP. Hồ Chí Minh.
- [4]. GS. TS. Phạm Duy Hữu, PGS. TS. Đào Văn

Đông, ThS. Nguyễn Ngọc Lan, *Nghiên cứu đánh giá hư hỏng mặt đường bê tông asphalt có liên quan đến xô dón và trượt nút trên một số quốc lộ Việt Nam*, Tạp chí GTVT, số 8/2013.

[5]. TS. Hiromitsu Nakanishi, ThS. Nguyễn Ngọc Lan, *Nâng cao ổn định nhiệt cho bê tông asphalt bằng phụ gia Ta-pack-super (TPS)*, Tạp chí Cầu đường Việt Nam, số 11+12/2012.

[6]. Bộ GTVT, *Qui trình thiết kế áo đường mềm 22TCN 211-06*, NXB. GTVT, 2007.

[7]. *Tiêu chuẩn thiết kế đường ô tô - TCVN 4054-2005*, NXB. GTVT, 2007.

[8]. Yang H.Huang, *Pavement analysis and Design*, Prentice Hall, 1993.

[9]. David Croney, Paul Crone, *Design and performance of road pavements*, McGraw-Hill, 1991.

[10]. Phạm Duy Hữu, Ngô Xuân Quảng, *Vật liệu xây dựng đường ô tô và đường sân bay*, NXB. Xây dựng, 2004.

[11]. PGS. TS. Phạm Quang Chiêu, *Nhựa đường và các loại mặt đường nhựa*, NXB. Xây dựng, 2011.

[12]. GS. TS. Phạm Duy Hữu, PGS. TS. Vũ Đức Chính, TS. Đào Văn Đông, ThS. Nguyễn Thanh Sang, *Bê tông asphalt và hỗn hợp asphalt*, NXB. GTVT, 2010.

[13]. Trần Văn Thiện, *Nghiên cứu ảnh hưởng của biến thiên nhiệt độ đến trị số mô đun đàn hồi bê tông nhựa và kiến nghị trị số thiết kế trong điều kiện khí hậu TP. Hồ Chí Minh*, Luận án thạc sỹ khoa học kỹ thuật.

[14]. PGS. TS. Trịnh Văn Quang Khảo, ThS. Trần Văn Bảy, *Khảo sát trạng thái nhiệt lớp bê tông nhựa mặt cầu dưới tác động của thay đổi thời tiết bằng PP phần tử hữu hạn*, Tạp chí Cầu đường Việt Nam, số 1+2/2013.

Ngày nhận bài: 20/3/2014

Ngày chấp nhận đăng: 7/4/2014

Người phản biện: TS. Phạm Văn Hùng

## TÍNH VỎ BẰNG PHẦN TỬ...

(Tiếp theo trang 22)

[2]. Nguyễn Văn Hợi, *Cơ sở lý thuyết và các phương pháp tính vỏ đàn hồi*, Học viện Kỹ thuật Quân sự, 1997.

[3]. Hồ Anh Tuấn, Trần Bình, *Phương pháp phần tử hữu hạn*, NXB. Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội, 1978.

[4]. Nguyễn Đức Thắng, *Luận án tiến sĩ kỹ thuật. Nghiên cứu phản ứng động của vỏ thoải trên các liên kết đàn hồi chịu tác dụng của sóng xung kích*, Hà Nội, 2009.

[5]. C.S Krishnamoorthy, *Finite Element Analysis - Theory and Programming*, Tata McGraw-Hill Publishing Company Limite - Newdli, 1995.

[6]. O.C Zienkiewicz & R.L Taylor - *The Finite Element method - Volume 2 Soil mechanics - Fifth edition*, 1991.

Ngày nhận bài: 7/3/2014

Ngày chấp nhận đăng: 27/3/2014

Người phản biện: PGS. TS. Nguyễn Thanh Bình  
PGS. TS. Nguyễn Quốc Bảo