

SƠ ĐỒ 2D TÍNH THÀNH PHẦN NGUỒN NƯỚC VÙNG VEN BIÊN – CÔNG CỤ XÂY DỰNG BẢN ĐỒ NỀN VỀ MÔI TRƯỜNG

Nguyễn Ân Niên⁽¹⁾, Tăng Đức Thắng⁽²⁾

(1) Viện Tài Nguyên Nước và Môi Trường TP. HCM

(2) Viện Khoa học Thủy lợi miền Nam

TÓM TẮT: Sơ đồ tính 2D giải bài toán động lực và thành phần nguồn nước được xây dựng trên cơ sở cải tiến sơ đồ KOD-02 với lưới sai phân chữ nhật kèm một số phân tử tam giác ở một số biên (với cạnh huyền cong). Việc giải thành phần nguồn nước thực hiện bằng hàm splines bậc hai. Tất cả được thực hiện theo trình tự luân hướng. Kết quả tính toán cho ta bản đồ phân bố các thành phần nguồn nước làm nền cho việc xây dựng bản đồ phân bố các yếu tố môi trường.

Từ khóa: sơ đồ 2D, hàm splines bậc 2, bản đồ phân bố các thành phần nguồn nước.

1. MỞ ĐẦU

Bài toán 2D tính toán thành phần nguồn nước gồm 2 phần.

- Bài toán động lực 2D-HD

Hệ phương trình vi phân trong hệ tọa độ Descartes.

Phương trình liên tục dưới dạng ô chứa i

$$S_i \frac{dz_i}{dt} = \sum_K Q_{ki} + S_i r_i \quad (1)$$

Phương trình động lực

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v_m}{\partial t} + \frac{v_m}{g} \frac{\partial v_m}{\partial m} + \frac{v_m}{g} \frac{\partial v_m}{\partial \bar{m}} + \frac{\partial z}{\partial m} + k_m v_m |v| - k_{wm} w_m |w| - f v_m \sin(m, \bar{m}) = 0 \quad (2)$$

Trong đó:

S_i, z_i, r_i – Diện tích mặt chứa, mực nước đặc trưng và cường độ mưa/ bốc hơi của ô i

Q_{ki} – Lưu lượng từ các ô k lân cận đổ vào ô i

$m = x$ hoặc y và tương ứng $\bar{m} = y$ hoặc x

$v_m, v_{\bar{m}}$ – thành phần vận tốc trung bình thủy trực theo trục tọa độ $v = (v_m^2 + v_{\bar{m}}^2)^{1/2}$

$w_m, w_{\bar{m}}$ – thành phần tốc độ gió theo trục tọa độ $w = (w_m^2 + w_{\bar{m}}^2)^{1/2}$

$k_m = \frac{n_m^2}{h^{4/3}}$; $k_{\bar{m}} = \frac{n_{\bar{m}}^2}{h^{4/3}}$ - Hệ số cản đáy theo phương m, \bar{m} với hệ số nhám n

h – chiều sâu dòng chảy; $k_{wm}, k_{w\bar{m}}$ – hệ số cản của gió theo các phương

f – hệ số coriolis

$$f = \frac{2\Omega \sin \varphi}{g} \quad \text{với} \quad \Omega - \text{tốc độ góc quay của trái đất;}$$

φ - vĩ độ điểm tính toán, g – gia tốc trọng trường

Điều kiện biên của bài toán động lực là

- Ở biên cứng $v_m = v_m^- = 0$
- Ở biên lỏng có thể có 2 phương án:
 - Cho quá trình mực nước và hướng của véc tơ lưu tốc tại biên ví dụ như mực nước và hướng lưu tốc trực giao với biên.
 - Cho vectơ v hoặc lưu lượng đơn vị q qua thủy trực.

- Bài toán thành phần nguồn nước 2D-WP (Water Portion)

Thành phần nguồn nước p_i của nguồn I (ví dụ nguồn từ 1 cửa sông cụ thể, từ một nguồn xả chất ô nhiễm cụ thể vào vịnh biển, nguồn nước đại dương qua một eo biển v, v, \dots) được định nghĩa là tỷ lệ thể tích dw_i trong mẫu nước dw

$$p_i = \frac{dw_i}{dw} \tag{3}$$

Nếu giả thiết các phần tử nước xáo trộn đều thì ta cũng có

$$p_i = \frac{dq_{mi}}{dq_m} = \frac{dq_m^-}{dq_m^-} \cong \frac{q_{mi}}{q_m} = \frac{q_m^-}{q_m^-} \tag{4}$$

Với

$$q_m = h.v_m ; \quad q_m^- = h.v_m^- \tag{5}$$

Để tìm $p_i(x,y,t)$ ta có phương trình (6)

$$\frac{\partial p_i}{\partial t} + v_m \frac{\partial p_i}{\partial m} + v_m^- \frac{\partial p_i}{\partial m^-} - \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial m} \left(h D_m \frac{\partial p_i}{\partial m} \right) - \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial m^-} \left(h D_m^- \frac{\partial p_i}{\partial m^-} \right) - (R_i - R p_i) = 0 \tag{6}$$

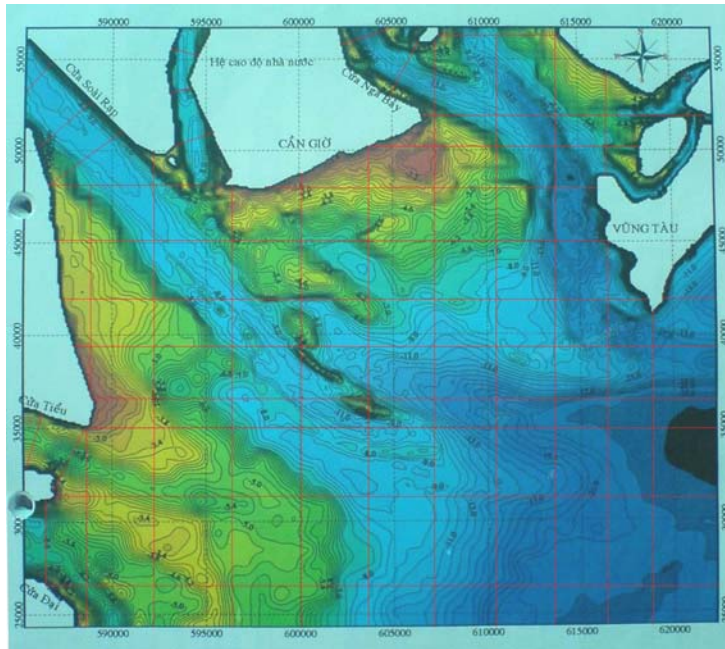
Với R_i – là cường độ nguồn i và R – là cường độ nguồn toàn bộ chất lỏng – nếu đưa p_i – là thành phần nguồn i trong R tức $R p_i = p_i \cdot R$. Thành phần cuối của phương trình (6) có thể viết thành

$$R_i - R p_i = R.(p_i - p_i) \tag{7}$$

Điều kiện biên của bài toán là cho $p_i(x,y,t)$ tại các biên lỏng.

- Lưới sai phân

Ta dùng lưới sai phân chữ nhật với các bước Δm ; $\overline{\Delta m}$ không nhất thiết là hàng số nhờ đó có thể giảm thiểu các ô đặc biệt ở các biên và nối với ô một chiều. Ví dụ ô lưới chia theo các đường vĩ tuyến và kinh tuyến ở vịnh biển Cần giờ - Gò Công như hình vẽ 1



Hình 1. Lưới sai phân

2. GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC 2D-HD [7]

- Tìm mực nước ở lớp thời gian sau từ phương trình liên tục (1)

Mỗi ô chứa dù là thuộc mạng 1D hay 2D được giới hạn bởi các mặt bên (cạnh trên sơ đồ) và để tính mực nước z'_i của ô thứ i ở lớp thời gian sau sai phân hóa theo sơ đồ hiện phương trình (1) ta được:

$$Z'_i = Z_i + \frac{\Delta t}{S_i} \sum_K Q_{Ki} + \bar{r}_i \Delta t \quad (8)$$

Trong đó: Q_{Ki} – lưu lượng đổ vào ô chứa i từ các ô K lân cận qua các cạnh của ô lưới

S_i – Diện tích mặt chứa; \bar{r}_i - cường độ mưa / bốc hơi trung bình trong thời đoạn Δt

Lưu lượng Q_{Ki} được tính toán như sau:

- Nếu là dòng 1 chiều: $Q_{ki} = Av$ với: A – diện tích và v – lưu tốc trung bình mặt cắt.
- Nếu là cạnh của lưới 2 chiều với chiều dài $\Delta l = \Delta x$ hoặc $\Delta y \rightarrow Q_{Ki} = v_n \cdot h \cdot \Delta l$ với: h – chiều sâu thủy lực, v_n – lưu tốc vuông góc với cạnh.

- Tính v_m :

Do số Fr của chuyển động trên vịnh biển quá nhỏ nên nói chung có thể bỏ qua thành phần quán tính dưới đây so với bậc của các thành phần khác trong phương trình (2).

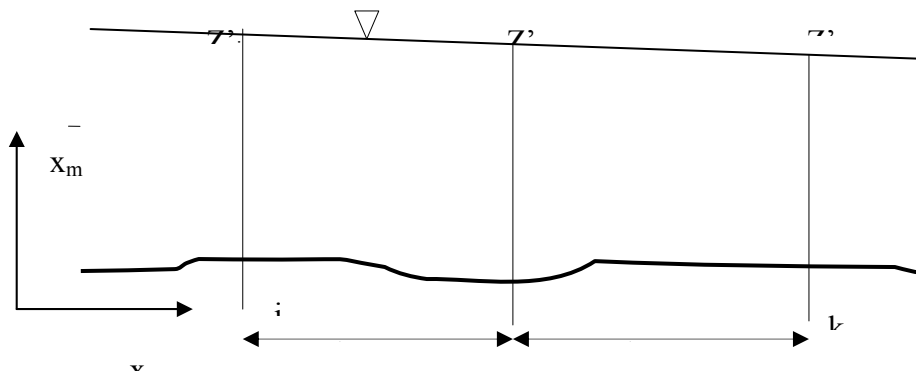
$$\frac{1}{g} v_k \frac{\partial v_l}{\partial m}$$

Trường hợp cần tính thành phần này thì lấy các đặc trưng ở lớp thời gian trước.

Bây giờ phương trình chuyển động theo hướng m bất kỳ ($m=x, y$) có dạng:

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v_m}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial m} + k_m v_m |v| \pm f v_m - k_w w_m |w| = 0 \quad (9)$$

Trước thành phần lực Coriolis là dấu + khi $m = y$ và - khi $m = x$ và \bar{m} là y khi $m = x$ và ngược lại. Để tìm v_m ta có sơ đồ:



Hình 2. Sơ đồ tính toán thành phần lưu tốc v_m .

Trong sơ đồ tính z'_j và z'_k là mực nước đã được tính ở thời điểm $t + \Delta t$, thường là mực nước tại tâm các ô chứa lân cận cạnh đang tính.

Với mảng lưới tính chữ nhật đều đó là đương nhiên, với ô đặc biệt ở biên có thể chọn một điểm gọi là thủy trí (reper) để nội suy từ các mực nước xung quanh, kể cả mực nước z'_m

Sai phân hóa phương trình (9) với hệ thức gần đúng $v'_m |v| \cong 2v'_m |v| - v_m |v|$ (10)

Và lấy tất cả đặc trưng ở lớp thời gian đang tính ta được:

$$\frac{v'_m - v_m}{g} + \frac{Z'_k - Z'_j}{\Delta x_{m(j)} + \Delta x_{m(k)}} + k'_m (2v'_m |v| - v_m |v|) - f v'_m \sin(m, \bar{m}) - k_w w'_m |w| = 0 \quad (11)$$

Ở đây có 1 ngoại lệ là $v_{\bar{m}}$ vẫn lấy ở lớp thời gian trước và tính chiều sâu h'_m để suy ra k'_m .

Đặt độ dốc mặt nước J'_m theo công thức sau: $J'_m = \frac{Z'_j - Z'_k}{\Delta x_{m(j)} + \Delta x_{m(k)}}$

Từ (10) ta tìm ra ngay

$$v'_m = v_m + \frac{J'_m - k'_m v_m |v| + k_w w'_m |w| + f v_m \sin(m, \bar{m})}{\frac{1}{g \Delta t} + 2k'_m |v|} \quad (12)$$

Tính xong mọi giá trị v'_m ta chuyển sang tính cho $v_{\bar{m}}$ bằng thủ tục tương tự.

Trong cách tính v'_m và $v_{\bar{m}}$ không trùng điểm. Đó là nếu v_m tính tại các điểm giữa các cạnh ô chứa theo kinh tuyến thì $v_{\bar{m}}$ được tính ở điểm giữa các cạnh theo vĩ tuyến. như vậy, tính luân phiên v_m rồi $v_{\bar{m}}$ và để có đủ các thành phần lưu tốc tại các điểm tính ta dùng phép nội suy.

Ta thấy cách tính trên hoàn toàn không khó khăn áp dụng cho các ô và cạnh bài toán 1D vì mực nước Z'_i cho ô i vẫn là công thức (8) còn tính v' vẫn theo (12) nhưng không có thành

phần coriolis và chỉ tính một thành phần v' (chính là v_n trực giao với mặt cắt và không cần tính thành phần tiếp tuyến $v_{\bar{n}}$)

Từ điều kiện ban đầu cho gán đúng theo một trạng thái nào đó (ví dụ theo số liệu thực đo tại một số điểm trong mạng và nội suy ra các điểm nút cần biết) bắt đầu từ định các giá trị biên tại $t+\Delta t$ rồi tính z'_i của các ô chứa. sau đó nội suy z'_m tại các nút tính thành phần lưu tốc (điểm giữa các cạnh của lưới) và nếu cần nội suy mực nước z' tại các thùy trí không trùng với tâm của ô chứa. Bước tiếp theo là tính v'_m và $v'_{\bar{m}}$; từ đó tính lưu lượng $Q'_{ik} = v'_m A'_{ik}$ hoặc $Q'_{ik} = v'_n K'_n \Delta x_m$ và quay lại tính cho lớp thời gian sau.

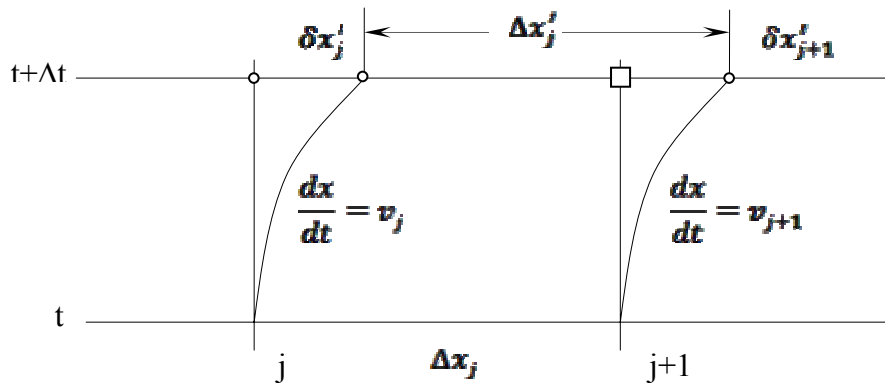
Ghi chú: ở các ô biên cứng diện tích mặt chứa S có thể phụ thuộc vào mực nước ô tùy theo triều lên hay xuống.

3. GIẢI BÀI TOÁN THÀNH PHẦN NGUỒN NƯỚC

Bài toán thành phần nguồn nước cho ta bức tranh phân bố các khối nước có nguồn gốc khác nhau trên vịnh biển ví dụ như nguồn nước các sông đổ vào vịnh (chung hay riêng rẽ cho từng cửa sông); khối nước được cô lập như nguồn nước thài ra vịnh biển v.v..., Lợi giải cho tỷ lệ (%) của từng nguồn nước tại các điểm bất kỳ và thời điểm bất kỳ trên vịnh biển. Tất nhiên từ phân bố đó có thể tìm ra nồng độ chất chẳng hạn phân bố nồng độ mặn phân bố với các tình huống khác nhau (hướng gió, điều tiết nguồn sông, công trình tác động ...) Ta sử dụng sơ đồ hiện Cách giải là dùng hàm spline bậc 2 để khử khuếch tán số dophép nội suy tuyến tính [2,4] và cải tiến để giải bài toán khuếch tán trong cùng một thuật toán với giải phương trình tải [2].

- Giải bài toán thành phần nguồn nước 1 chiều [6]

Ví dụ cần giải thành phần $P'_{(t)j+1}$ tại mặt cắt dưới theo chiều chảy thực thụ khi biết $P'_{(t)j}$ và $P'_{(t)j+1}$ ở lớp thời gian trước và $P'_{(t)j}$ tại lớp thời gian đang tính ($t+\Delta t$) từ điều kiện biên hoặc tính truyền từ trên xuống.



Hình 3. Sơ đồ WP-1D

Trên cơ sở đó ta có:

$$\delta x'_j = \frac{1}{2}(v_j + v'_j)\Delta t ; \delta x'_{j+1} = \frac{1}{2}(v_{j+1} + v'_{j+1})\Delta t ; \Delta x'_j = \Delta x_j + \delta x'_{j+1} - \delta x'_j;$$

$$\text{Đặt } a \approx \frac{\delta x'_{j+1}}{\Delta x'_j}$$

Ta có các hàm Splines như sau:

$$S_j = a + k \left[a(1-a) - 2 \frac{\Delta x_{dj}}{\Delta x'_j} \right] ; S_{j+1} = 1 - S_j \quad (13)$$

Và ta có lời giải: $P'_{(i)j+1} = S_j P_{(i)j} + S_{j+1} P_{(i)j+1}$ (14)

Trong công thức tính Splines hệ số tính đến đạo hàm bậc 2 là k được xác định như sau:

Đặt $X = P_{(i)j+1} - P_{(i)j}$

$$Y = \frac{(P_{(i)j+1} - P_{(i)j})\delta x'_j - (P_{(i)j} - P'_{(i)j})\delta x_{j+1}}{\Delta x'_j + \delta x'_j} \frac{\delta x'_j}{\Delta x'_j}$$

Nếu $|X| \geq |Y|$ thì $k = Y/X$; và nếu $|X| < |Y|$ thì $k = \text{sign}(X * Y)$

Trong hàm Splines (13) Δx_{dj} là độ dài khuếch tán trong đoạn $j, j+1$.

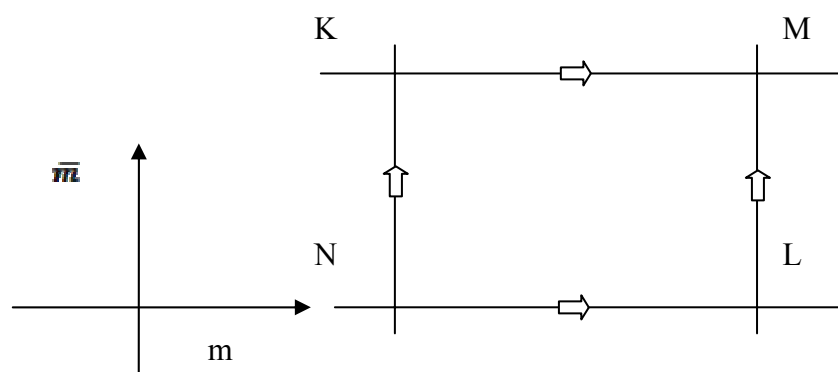
$$\Delta x_{dj} = D_j \frac{\Delta x}{\Delta x'_j} \quad (15)$$

Thủ tục tính toán bắt đầu từ mặt cắt biên có dòng chảy vào và tính dần xuống hạ lưu.

- Tính thành phần nguồn nước bài toán 2D

Nút tính thành phần nguồn nước trùng với nút tính lưu tốc. Trong cách tính ta vẫn tuân thủ nguyên tắc Upwind tức là đặc trưng thành phần nguồn nước tại nút tính phụ thuộc vào đặc trưng nguồn nước đi đến nó

Nút tính toán thành phần lưu tốc có 2 loại: nút tính trực tiếp v'_m còn thành phần vuông góc với nó $v'_{\bar{m}}$ được xác định từ phép nội suy các $v'_{\bar{m}}$ được tính từ các nút lân cận Sơ đồ tính $p'_{(i)}$ tại điểm M (giả sử đó là điểm tính trực tiếp v_m) cho trên hình vẽ 4:



Hình 4. Lưới tính $p'_{(i)}$

Trước khi tính $p'_{(i)M}$ ta đã có $p_{(i)N}$, $p'_{(i)N}$, $p_{(i)K}$, $p'_{(i)K}$, $p_{(i)L}$, $p'_{(i)L}$ và $p_{(i)M}$ từ tính toán trước hoặc điều kiện biên. Ta sẽ tìm các hàm Spline bậc 2 cho các đoạn NL, KM và LM theo công (12) và các công thức phụ (14), (15). Cụ thể:

- Đoạn NL với hàm splines S_{mN} ; S_{mL}
- Đoạn KM với hàm splines S_{mK} ; S_{mM} .
- Đoạn LM với hàm splines $S_{\bar{m}L}$; $S_{\bar{m}M}$.

Cuối cùng trị số $p'_{(i)M}$ bằng công thức sau:

$$P'_{(i)M} = (S_{mN}P_{(i)N} + S_{mL}P_{(i)L})S_{mL} + (S_{mK}P_{(i)K} + S_{mM}P_{(i)M})S_{mM} \quad (16)$$

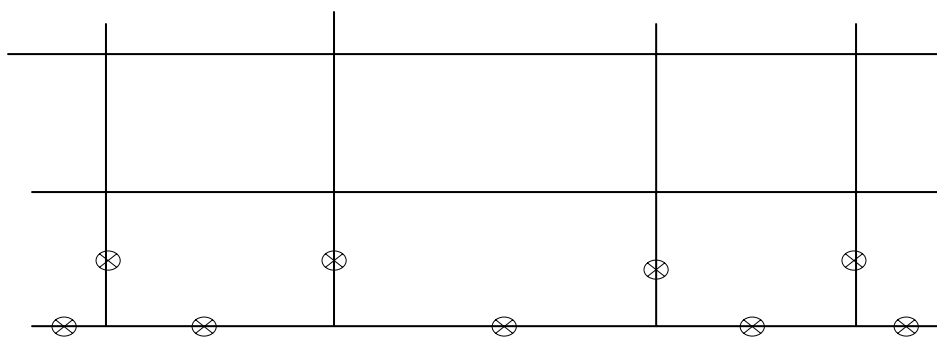
Thủ tục tính toán này tương tự như tính toán cho bài toán 1 chiều và lập trình dễ dàng cho cả 2 bài toán. Điều quan trọng là việc nối bài toán 1D và 2D hoàn toàn tự nhiên.

- Điều kiện biên và xử lý ở các ô biên

- Biên gắn với bài toán 1D:

Bài toán 1 chiều được kéo dài thêm cho tới cạnh lưới chữ nhật gần nhất và trị số $p_{(i)}$ được gán cho điểm giữa cạnh (tính v_m, \bar{v}_m) của ô chữ nhật và xem là điều kiện biên.

- Tại biên lõng là cạnh của ô chữ nhật trị số $p_{(i)}$ biên như trình bày trong hình 5.



Biên lõng

Hình 5. Vị trí các điểm với giá trị biên

- Tại các ô gần với biên cứng giả thiết các chất lỏng nguồn gốc khác nhau được xáo trộn hoàn toàn và giống như phương trình liên tục với sơ đồ tính (7) – ví dụ cho ô j:

$$p'_{(i)j} = p_{(i)j} + \frac{\Delta t}{W_j} \sum_k \bar{Q}_{kj} (p_{(i)k} - p_{(i)j}) \quad (17)$$

Trong đó: $\bar{Q}_K = \frac{1}{z} (Q_K + Q'_K)$ lưu lượng (chiều dương hướng vào ô j)

W' – thể tích nước trong ô chứa ở thời điểm $t+\Delta t$

Do bài toán động lực đã được giải trước nên Q'_K và Z'_j (từ đó S'_j và W'_j) đã được tính.

Giá trị $p'_{(i)j}$ được gán cho điểm giữa của cạnh biên đi liền với ô tính chữ nhật.

4. THẢO LUẬN

- Bài toán 2 chiều về thành phần nguồn nước được giải theo kiểu phân rã.
 - Phân rã chính là bài toán thủy lực 2D và bài toán thành phần nguồn nước. Bài toán 2D-HD giải trước làm nền thủy động lực cho bài toán 2D-WP (WP – water source portion)
 - Phân rã thứ cấp hay tính luân hướng để giải bài toán HD
- Sơ đồ giải là sơ đồ hiện có ưu thế là nối một cách tự nhiên bài toán 1D và 2D ở các cửa sông đổ vào miền 2D của vịnh biển. Tuy nhiên bước thời gian tính để thuật toán là bền vững (ổn định) bước tính Δt bị hạn chế bởi điều kiện Levy-Courant – Friedrich

Cho bài toán động lực HD [7]

- Bài toán 1D

$$\Delta t_{gh} \leq \inf \cdot \frac{\Delta x}{\sqrt{gh} + v}$$

h: chiều sâu trung bình mặt cắt

- Bài toán 2D

$$\Delta t_{gh} \leq \inf \cdot \frac{\sqrt{S}}{\sqrt{gh} + v}$$

S: diện tích ô lưới tính

Cho bài toán thành phần nguồn nước [3]

- Bài toán 1D

$$\Delta t_{gh} \leq \inf \cdot \frac{\Delta x - \Delta x_d}{v}$$

- Bài toán 2D

$$\Delta t_{gh} \leq \inf \cdot \frac{\sqrt{S} - \Delta x_d}{v}$$

trong đó: $\Delta x_d = \sqrt{\Delta x_{dm}^2 + \Delta x_{dm}^2}$; $v = (v_m^2 + v_m^2)$

Tuy bước thời gian hạn chế nhưng thuật toán đơn giản nên mức độ tính nhanh do không phải giải hệ đại tuyến lớn của phép sai phân ẩn và tính lặp – hơn nữa ở đây $\Delta t_{WP} \gg \Delta t_{HD}$

- Điều kiện biên lỏng của miền 2 chiều ở ngoài biển khơi là rất khó định và cần có kinh nghiệm xử lý từ tài liệu đo đạc hiếm hoi, nhất là cho bài thành phần nguồn nước.

5. KẾT LUẬN

Mục tiêu của bài báo là giải bài toán thành phần nguồn nước 2 chiều (2D-WP) làm nền cho việc tính diễn biến môi trường, nhưng để làm được điều đó phải giải bài toán động lực 2 chiều (2D-HD) cho vịnh biển lớn có thể áp lưới tính sai phân chữ nhật và phải giải quyết các ô lưới tính toán khác với hình chữ nhật gần biên cứng để giữ miền tính với bờ tự nhiên. Sơ đồ tính cũng cho phép nối các bài toán 1 chiều và 2 chiều ở các cửa sông. Có quy luật phân bố nguồn nước có lợi cho việc quản lý môi trường vịnh biển và đó cũng là mục tiêu của chúng tôi.

2D SCHEME FOR COMPUTING WATER SOURCE COMPONENTS IN COASTAL AREA - A TOOL FOR CREATING BASIC ENVIRONMENT MAP

Nguyen An Nien, Tang Duc Thang

ABSTRACT: 2D scheme for hydrodynamic and water source components problems is created on improved finite difference scheme KOD-02 with rectangular network that may be added a number of curved triangles at some boundaries. Water resource components problem is solved via so-called second degree spline functions. In all computational process the

alternative direction is used. The computation results lead to the formation of the water source components map, which is the basic environment map in coastal area.

Keywords: *2D scheme, second degree spline functions, a map of water source components distribution.*

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Nguyễn Ân Niên, Bùi Việt Hưng (2002) Sơ đồ giải bài toán truyền chất 1 chiều bằng hàm Spline bậc 2 – tạp chí KHKT Thủy Lợi và Môi trường – ĐH Thủy Lợi – số 2.
- [2]. Nguyễn Ân Niên, Bùi Việt Hưng (2004) Giải trơn vệt bài toán truyền chất một chiều thông qua cải tiến giải bài toán tải – tuyển tập báo cáo KH nhân 25 năm ngày thành lập Viện Cơ Học.
- [3]. Nguyễn Ân Niên, Bùi Việt Hưng (2004) Về điều kiện bền vững của sơ đồ tính truyền chất một chiều với áp dụng hàm Spline bậc 2 – tuyển tập báo cáo KH Hội nghị cơ học Cơ thủy khí.
- [4]. Bùi Việt Hưng (2005) Nâng cao độ chính xác của lời giải bài toán truyền chất một chiều (cụ thể cho trường hợp truyền mặn) Luận án Tiến sĩ kỹ thuật.
- [5]. Tăng Đức Thắng, Nguyễn Ân Niên (2006) Xây dựng sơ đồ tính thành phần nguồn nước hai chiều ngang. Tuyển tập kết quả khoa học và công nghệ 2005 – Viện KHTL MN- Nhà xuất bản NN.
- [6]. Nguyễn Ân Niên, Hồ Trọng Tiến (2007) Phương hướng tính đánh giá ảnh hưởng nguồn lũ bằng sóng động học – Tuyển tập kết quả khoa học và công nghệ 2006-2007– Viện KHTL MN- Nhà xuất bản NN.
- [7]. Nguyễn Việt Dũng, Nguyễn Ân Niên (2007) Giải bài toán thủy lực 2 chiều ngang với ô lưới bất kỳ và việc kết nối với bài toán 1 chiều. – Tuyển tập kết quả khoa học và công nghệ 2006-2007– Viện KHTL MN- Nhà xuất bản NN.