

THỰC TRẠNG ỨNG DỤNG ĐƠN GIẢN HÓA MẶT CONG TỰ DO BẰNG CÁC TẮM PHẪNG ĐA GIÁC TRONG THIẾT KẾ KIẾN TRÚC

THS NGUYỄN VIỆT TÙNG, THS NGÔ THU HẰNG | KHOA KIẾN TRÚC - QUY HOẠCH, TRƯỜNG ĐẠI HỌC XÂY DỰNG HÀ NỘI

Tóm tắt

Trong kiến trúc hiện đại, mặt cong tự do ngày càng được ứng dụng rộng rãi nhờ khả năng tạo nên hình khối độc đáo, mềm mại và giàu tính biểu cảm cho công trình. Tuy nhiên, việc thi công các mặt cong tự do trong thực tế lại đặt ra nhiều thách thức về mặt kỹ thuật, kinh tế và công nghệ chế tạo. Các mặt cong tự do thường yêu cầu sản xuất bằng các khuôn mẫu đặc biệt hoặc công nghệ đắt tiền, đồng thời đòi hỏi trình độ thi công cao để đảm bảo chất lượng và độ chính xác. Trước thực tế đó, giải pháp được nhiều nhà nghiên cứu và kiến trúc sư lựa chọn là đơn giản hóa mặt cong tự do thành các tấm phẳng đa giác. Việc phân mảnh mặt cong thành các đa giác phẳng giúp người thiết kế có thể lựa chọn các loại vật liệu đa dạng hơn, có sẵn trên thị trường, dễ dàng gia công bằng máy CNC hoặc cắt thủ công, đồng thời rút ngắn thời gian và giảm chi phí sản xuất, lắp dựng. Phương pháp này cũng được hỗ trợ bởi các phần mềm thiết kế đồ họa hiện đại, cho phép mô hình hóa và kiểm soát sai số trong quá trình chuyển đổi từ hình học cong sang mặt phẳng. Bài báo là góc nhìn toàn cảnh về những thuận lợi và khó khăn trong quá trình đơn giản hóa mặt cong tự do bằng các tấm phẳng đa giác trong thiết kế kiến trúc. Tuy nhiên, việc kết hợp với sự hỗ trợ của công nghệ số và phần mềm mô hình hóa, quy trình đơn giản hóa mặt cong tự do bằng các tấm phẳng đa giác là một hướng đi đã và đang mang nhiều giá trị thực tiễn. Nó không chỉ giúp hiện thực hóa các ý tưởng thiết kế táo bạo mà còn đóng góp vào quá trình tối ưu hóa chi phí và nâng cao chất lượng thi công trong thực tế xây dựng.

Abstract

In modern architecture, freeform surfaces are increasingly applied thanks to their ability to create unique, smooth, and expressive forms for buildings. However, the construction of freeform surfaces in practice presents significant challenges regarding technical execution, cost, and manufacturing technology. These surfaces often require special molds or expensive technologies for fabrication, and they demand a high level of craftsmanship to ensure quality and precision. In response to these challenges, a solution that has been widely adopted by researchers and architects is to simplify freeform surfaces into flat polygonal panels. Fragmenting the curved surface into flat polygons allows designers to choose from a wider variety of materials available on the market, facilitates fabrication via CNC machines or manual cutting, and helps reduce production time and construction costs. This method is also supported by modern design software, which enables accurate modeling and control of tolerances during the transformation from curved geometry to flat panels. This article provides a comprehensive overview of the advantages and challenges of simplifying freeform surfaces using flat polygonal panels in architectural design. However, with the integration of digital technology and modeling software, the process of simplifying freeform surfaces using flat panels has proven to be a highly practical approach. It not only makes it possible to realize bold architectural ideas but also contributes to cost optimization and improved construction quality in real-world projects.

ĐẶT VẤN ĐỀ

Mặt cong tự do với hình dạng hình học phức tạp đang là xu hướng thiết kế trong nhiều công trình kiến trúc hiện đại. Tuy nhiên, việc mô phỏng và chế tạo các bề mặt cong phức tạp này lại không phải là công việc đơn giản. Các bề mặt cong tự do có độ cong, độ dốc và sự thay đổi rất lớn, đòi hỏi các công cụ và phương pháp xử lý đặc biệt trong thiết kế và sản xuất. Một trong những thách thức lớn nhất trong thiết kế kiến trúc là cách chuyển đổi các bề mặt cong phức tạp này thành các bề mặt có thể được thi công trên thực tế mà không làm mất đi vẻ đẹp thẩm mỹ cũng như sự ổn định về kết cấu. Các công trình có sử dụng mặt cong tự do cần được thiết kế

sao cho phù hợp với tính chất của vật liệu, đồng thời đáp ứng các yêu cầu về an toàn, khả năng chịu lực và khả năng thi công. Đây là một bài toán khó mà các nhà nghiên cứu và kiến trúc sư vẫn luôn trăn trở.

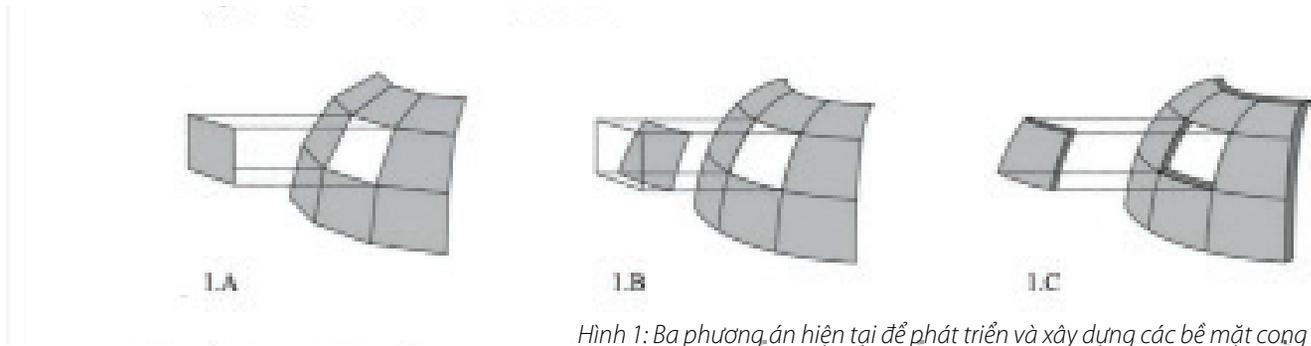
Một giải pháp khá hiệu quả vẫn được ứng dụng phổ biến là phân mảnh mặt cong tự do thành các tấm phẳng đa giác. Những "mảnh ghép" đa giác phẳng này có thể giúp đơn giản hóa quá trình sản xuất và tăng khả năng thi công lắp đặt chính xác. Phương pháp này cho phép các kiến trúc sư và kỹ sư có thể tạo ra những bề mặt cong phức tạp từ những phần tử đơn giản, giúp giảm thiểu chi phí và rút ngắn thời gian xây dựng công trình. Vì vậy, một góc nhìn tổng quan về việc ứng dụng đơn giản hóa mặt cong tự do bằng các

tấm phẳng đa giác trong thiết kế kiến trúc là cần thiết. Điều này giúp chúng ta hiểu biết hơn về một giải pháp thiết kế kiến trúc hiện đại và những thuận lợi, khó khăn khi áp dụng giải pháp này vào thực tế.

CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN

Khái niệm về đơn giản hóa mặt cong tự do

Mặt cong tự do - Freeform Surface là hình dạng bề mặt không có sự đối xứng, tịnh tiến hoặc quay liên tục quanh các trục. Các bề mặt dạng tự do thuộc loại bề mặt bất biến phức tạp [1]. Mặt cong tự do có tính chất phức tạp, theo Abdul-Rahman, các bề mặt dạng tự do là bề mặt phi Euclid [2]. Bề mặt dạng tự do không thể được chiếu lên một mặt phẳng mà không bị biến dạng hoặc



Hình 1: Ba phương án hiện tại để phát triển và xây dựng các bề mặt cong tự do

mất một số thông tin bề mặt. Dạng hình học của mặt cong tự do không thể được mô tả bằng một phương trình phổ quát duy nhất.

Đơn giản hóa mặt cong tự do là “phương pháp phân chia bề mặt tự do thành một tập hợp các phần riêng biệt và đơn giản hóa hình học đối tượng thiết kế”.

Phân mức đơn giản hóa mặt cong tự do trong thiết kế kiến trúc

Công trình sau khi được thiết kế trên máy tính. Đơn giản hóa là bước tiếp theo cần thực hiện. Đơn giản hóa mặt cong là chia mặt cong tự do thành những mảnh nhỏ để từ đó lắp đặt ván khuôn. Hình thức ván khuôn phụ thuộc vào việc phân chia đơn giản hóa mặt cong tự do. Ván khuôn đa phần được chế tạo từ các loại vật liệu như sắt, gỗ, polystyrene giãn nở (EPS), vải và được tạo hình bằng công nghệ tạo hình điều khiển số bằng máy tính (CNC).

Các sơ đồ trên hình tóm tắt ba phương án hiện tại để phát triển và xây dựng các bề mặt cong, hàm ý các mức độ đơn giản hóa khác nhau. [3]

Phương án A: Đơn giản hóa tối đa. Hình dạng bề mặt cong được xây dựng không có cùng đặc tính hình học của thiết kế ban đầu. Bề mặt cong tự do được phân chia thành các tấm đa giác phẳng. Thông tin đường cong của nó bị mất trong quá trình sử dụng các vật liệu tấm cứng và phẳng như thủy tinh hoặc gỗ.

Phương án B: Kết cấu thu được gắn với bề mặt cong do máy tính xây dựng hơn bằng cách sử dụng vật liệu tấm có khả năng uốn cong như kim loại, có thể hoạt động tốt với các bề mặt cong đơn. Tuy nhiên, với sự hiện diện của các dạng

	Phương án A	Phương án B	Phương án C
Mức độ đơn giản hóa	Cao nhất	Trung bình đến thấp nhất	Trung bình đến thấp nhất
Tính chất bề mặt	Mảnh mặt là tấm phẳng đa giác	Mảnh mặt cong 1 chiều, 2 chiều đến mặt cong nguyên thủy theo thiết kế	

Bảng 1: Tính chất của các phương án đơn giản hoá mặt cong tự do

hình học có đường cong kép hoặc có đường cong phức tạp, các tấm cấu kiện phải được sắp xếp hợp lý để tái hiện gần đúng các đường cong ảo như ý tưởng thiết kế. Các kỹ thuật tính toán để tối ưu hóa việc phân chia các tấm cấu kiện thành các phần tùy theo việc thay đổi kích thước của chúng theo độ cong. Ví dụ như quy trình phân chia theo thuật toán được sử dụng trong quá trình đơn giản hóa thiết kế dự án Âm nhạc trải nghiệm của Frank Gehry hoặc sử dụng các vật liệu đàn hồi linh hoạt như vải.

Phương án C: Tái hiện hình học gốc. Các cấu kiện là khối rắn ba chiều có thể được chế tạo với độ cong hình học cần thiết như bê tông, đá, gạch...

So sánh từ ba phương án A, B, C cho thấy tính đơn giản hóa giảm dần từ phương án A đến C. Ở phương án A, tính đơn giản hóa mặt cong tự do được đẩy lên cao nhất khi chuyển các mảnh mặt cong từ 1 hoặc 2 phương trở thành các tấm phẳng. Việc này khiến việc thi công mặt cong trở nên đơn giản hơn. Bởi người thiết kế chỉ cần phân chia mảnh mặt trên máy tính, trải phẳng nó và thi công chế tạo bằng máy cắt CNC mà không cần mất thêm thời gian công sức để gia công độ cong cho từng mảnh mặt.

Với phương án B và C, các mảnh mặt được phân chia từ mặt cong tự do có thể được giữ nguyên độ cong nguyên thủy hoặc gán gần đúng theo một mặt

cong hình học quen thuộc như nón, trụ, mặt HP... Rõ ràng, việc gia công các mảnh mặt giữ nguyên độ cong sẽ khó, mất thời gian và gia tăng chi phí nhiều hơn so với việc đơn giản hóa mặt cong tự do thành các tấm phẳng. Từ lợi thế này nên nhiều nhà thiết kế vẫn lựa chọn phương án A làm tiêu chí để đơn giản hóa các mặt cong tự do.

Nguyên tắc cơ bản của phương pháp đơn giản hóa mặt cong tự do bằng các tấm phẳng đa giác

Với phương án A - phương pháp đơn giản hóa mặt cong tự do bằng các tấm phẳng đa giác dựa trên nguyên lý phân chia bề mặt cong thành các đa giác nhỏ, thường là các tam giác, tứ giác, hoặc các đa giác phức tạp hơn, nhằm tạo ra một bề mặt gần giống với mặt cong ban đầu.

Cơ sở để thực hiện quá trình này cần áp dụng các thuật toán phức tạp ví dụ như Delaunay triangulation [4] hoặc quadtree subdivision [5] để phân chia bề mặt cong thành đoạn thẳng. Mỗi đoạn này sẽ tương ứng với một tấm phẳng. Các đoạn này có thể là các hình đa giác (thường là tam giác hoặc tứ giác) tùy vào hình dạng và kích thước của bề mặt cong cần xấp xỉ để tạo ra một hệ thống đa giác mô phỏng bề mặt cong. Sau khi phân chia bề mặt thành các đa giác, các điểm trên bề mặt được xác định bằng cách sử dụng phương pháp nội suy với thuật toán như least

squares [6] hoặc NURBS (Non-Uniform Rational B-Splines)... Những điểm này sẽ giúp định hình các tấm phẳng sao cho chúng có thể tái tạo chính xác bề mặt cong ban đầu. Các thuật toán tối ưu hóa sẽ tham gia ở bước tiếp theo để điều chỉnh các mảnh phẳng sao cho chúng giảm thiểu sai số và tạo thành một bề mặt mượt mà, liên tục mà vẫn đảm bảo tính chính xác.

Các phần mềm thiết kế hiện đại như Rhino, Grasshopper... đều áp dụng các thuật toán trên vào thiết kế. Các công cụ này cho phép kiến trúc sư và kỹ sư tạo ra các mô hình bề mặt cong phức tạp từ tấm phẳng đa giác một cách dễ dàng và chính xác.

Ví dụ, trong quá trình thiết kế công trình MyZeil, Frankfurt, kiến trúc sư sau khi tạo hình công trình trên phần mềm Rhino, bước tiếp theo, hình dạng 3D cần được chuyển đổi thành một lưới kết cấu. Do cấu trúc hình học phức tạp, phương pháp chiếu đơn giản không thể được áp dụng trong trường hợp này. Khi sử dụng các trình tạo lưới tự động từ phần mềm phân tích phần tử hữu hạn (FE) hoặc phần mềm mô hình 3D, hệ lưới này thường không cho ra kết quả thỏa mãn [7].

Chúng thường bắt đầu từ các biên và kết nối các vùng được tạo riêng lẻ, dẫn đến các lưới không đều ở phần trung tâm. Do đó, sử dụng phần mềm 3D kết

hợp cùng các thuật toán trong plugin để phân chia lại hệ lưới nhằm đạt yêu cầu cả về mặt thẩm mỹ lẫn kết cấu.

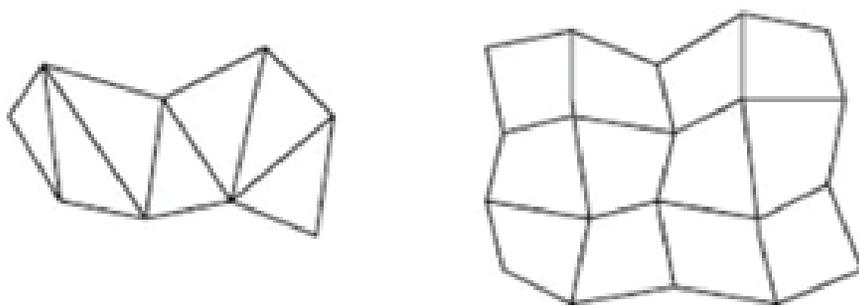
CÔNG TRÌNH ỨNG DỤNG ĐƠN GIẢN HÓA MẶT CONG TỰ DO THÀNH TẤM PHẪNG ĐA GIÁC TRÊN THẾ GIỚI VÀ TẠI VIỆT NAM

Trong quá trình đơn giản hóa, việc phân chia mảnh mặt vẫn luôn là vấn đề cần bàn luận. Các nhà thiết kế hiểu rằng khi đơn giản hóa mặt cong tự do theo phương án A, mảnh mặt là các tấm phẳng đa giác thì việc phân chia, chế tạo và lắp đặt sẽ dễ dàng và chính xác hơn. Công việc được rút ngắn thời gian nên có rất nhiều công trình đã áp dụng phương pháp này vào thiết kế và thành công.

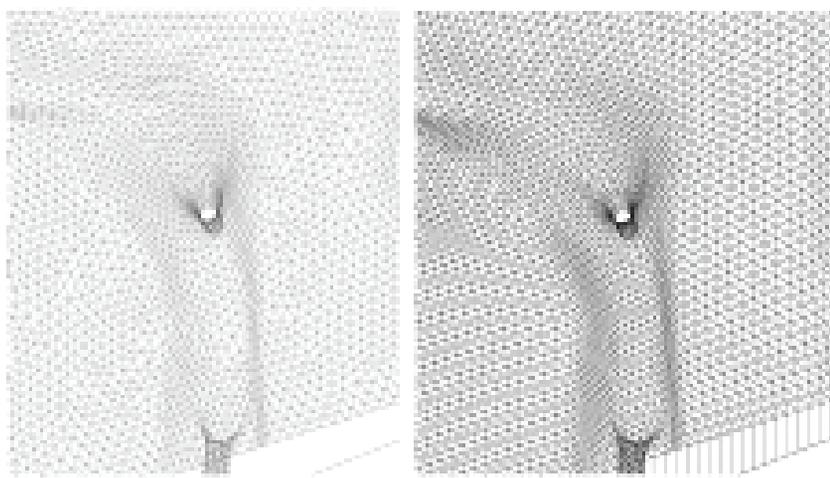
Dự án Web of North Holland của Kas Oosterhuis là một ví dụ về việc sử dụng công nghệ kỹ thuật số để thiết kế và xây dựng toàn bộ công trình từ các tấm cấu kiện phẳng, sử dụng hệ thống nhận dạng để đánh dấu các tấm cấu kiện rời rạc để thuận tiện cho việc lắp ráp.

Hay gian hàng Trada được thiết kế dựa trên một bề mặt dạng form found surface - bề mặt được tìm ra thông qua phân tích cân bằng lực tự nhiên, giúp tối ưu về kết cấu, xuất phát từ mô hình toán học lý tưởng hóa theo phương pháp truyền thống của Antoni Gaudí hoặc Frei Otto, nhưng đã được điều chỉnh thành hình dạng thực tế hơn. Phần kết cấu vỏ được phân mảnh thành một lưới phẳng có các nút ba liên kết, qua đó cho phép bề mặt tự do được xây dựng thành các tấm phẳng.

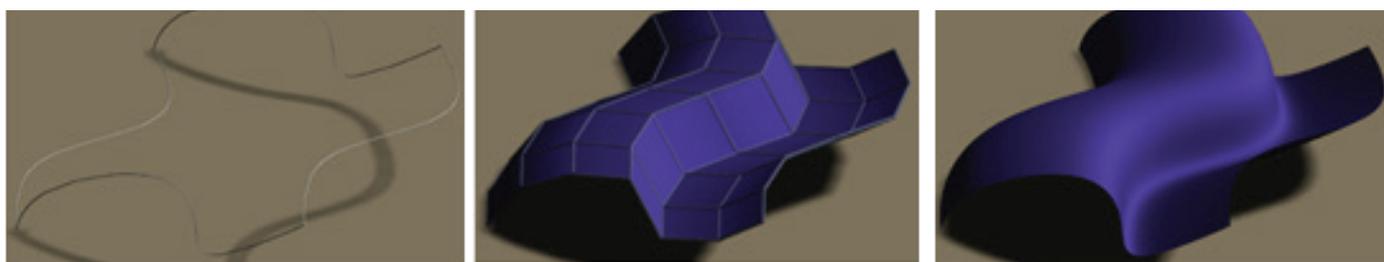
Công trình trung tâm thương mại MyZeil được xây dựng 2009 do KTS Massimiliano Fuksas thiết kế. Ban đầu, hình dạng tổng thể đã được tối ưu hóa thông qua sự phối hợp chặt chẽ với kiến trúc sư nhằm đáp ứng cả tiêu chí



Hình 2: Lưới đa giác



Hình 3: Lưới được tạo tự động (bên trái) và kết quả sau khi xử lý bằng công cụ lập trình (bên phải)



Hình 4: Đơn giản hóa mặt cong tự do nhờ phần mềm Form-Z

thẩm mỹ và kết cấu. Việc trao đổi các tập Rhino giữa nhóm kỹ sư và kiến trúc sư đã cho phép đánh giá nhiều phương án hình học khác nhau cho mái. Việc chia lưới bề mặt 3D có độ cong cao đã được nghiên cứu rất chi tiết, và các công cụ đặc biệt đã được phát triển để tạo ra hệ lưới phù hợp với nội lực trong kết cấu vỏ.[7]

Tại Việt Nam, việc áp dụng đơn giản hóa mặt cong tự do trong kiến trúc là một xu hướng đáng chú ý, phản ánh sự kết hợp giữa tư duy sáng tạo và tính thực tiễn trong điều kiện thi công và kinh tế hiện nay. Mặt cong tự do thường có kết cấu phức tạp, để thi công đòi hỏi kỹ thuật, trình độ và chi phí cao. Do đó, việc đơn giản hóa mặt cong tự do bằng tấm phẳng đa giác trở thành một giải pháp thiết kế hiệu quả, phù hợp với bối cảnh Việt Nam.

Một ví dụ tiêu biểu gần đây nhất là công trình Cung thiếu nhi Hà Nội khánh thành ngày 21/9/2024 do GS.TS. KTS Doãn Minh Khôi chủ trì thiết kế. Với những đường nét mềm mại uốn lượn theo cả phương ngang và phương đứng, công trình được hình thành như một biểu tượng kiến trúc mang ý nghĩa “uơm mầm” và “phát triển”. Trong đó, phần “uơm mầm” được thể hiện qua khối Nhà hát và Rạp chiếu phim - hai nửa hình khối dạng cầu được kết nối một cách hữu cơ, chặt chẽ, tạo nên một tổng thể hài hòa và sinh động. Với hình khối này, nếu áp dụng hoàn toàn mặt cong tự do sẽ rất phức tạp và tốn kém. Người thiết kế đã khéo léo phân chia mặt cong của công trình thành các mảnh tứ giác phẳng rồi lắp ghép chúng trên hệ khung xương, tái tạo hình khối công trình như thiết kế ban đầu. Cách tiếp cận này không chỉ giữ được tính biểu tượng của công trình mà còn đảm bảo khả năng thi công thực tế, phù hợp với điều kiện ngân sách và kỹ thuật trong nước.

LỢI ÍCH VÀ KHÓ KHĂN CỦA PHƯƠNG PHÁP ĐƠN GIẢN HÓA MẶT CONG TỰ DO BẰNG CÁC TẤM PHẪNG ĐA GIÁC

Việc xử lý mặt cong tự do thường đòi hỏi cao về năng lực thiết kế. Thời gian bị kéo dài để xây dựng mô hình vì tính chất phức tạp của bề mặt. Do đó, một phương pháp được áp dụng rộng rãi là phân mảnh các bề mặt bằng các



Hình 5: Một công trình thuộc dự án Web of North Holland của Kas Oosterhuis (nguồn: oosterhuis.nl)



Hình 6. Gian hàng Trada của Ramboll Computational design (nguồn: Archup.net)

tấm phẳng đa giác. Cách tiếp cận này không chỉ giúp đơn giản hóa quá trình tính toán mà còn đem lại nhiều lợi ích thiết thực. Tuy nhiên, bên cạnh những ưu điểm, phương pháp này cũng tồn tại một số hạn chế nhất định. Dưới đây là phân tích cụ thể về các mặt lợi ích và thiếu sót của phương pháp đơn giản hóa mặt cong tự do bằng tấm phẳng đa giác.

Lợi ích của phương pháp đơn giản hóa mặt cong thành tấm phẳng đa giác

Giảm chi phí và thời gian gia công: Việc chuyển đổi các bề mặt cong phức tạp thành các tấm phẳng giúp giảm thiểu chi phí sản xuất và gia công, bởi vì các tấm phẳng dễ dàng cắt, và lắp ráp hơn bởi không cần gia công uốn cong.



Hình 7. Trung tâm thương mại MyZeil, Frankfurt (nguồn: Judy Knesel)

Tăng cường khả năng vận chuyển và thi công lắp đặt: Các tấm phẳng có thể dễ dàng vận chuyển và lắp ráp tại công trường. Điều này giúp giảm bớt các khó khăn trong quá trình thi công, đồng thời giúp tăng hiệu quả và giảm thời gian xây dựng.

Tính linh hoạt trong vật liệu: Các tấm phẳng có thể được sản xuất từ nhiều vật liệu khác nhau như kim loại, kính, bê tông, hay composite có sẵn trên thị trường. Điều này mang lại sự linh hoạt trong thiết kế và thi công, đặc biệt đối với những công trình yêu cầu sự kết hợp giữa nhiều loại vật liệu.

Tính thẩm mỹ cao: Dù có sự hiện diện của các tấm phẳng, các công trình kiến trúc này vẫn giữ được vẻ đẹp thẩm mỹ và tính biểu tượng.



Hình 8. Cung thiếu nhi Hà Nội

Hạn chế khi đơn giản hóa mặt cong tự do bằng tấm phẳng đa giác

Chất lượng thẩm mỹ: Bề mặt được phân mảnh có thể không đạt được độ “mượt” hoặc sự liên tục hình học như bề mặt cong thật, đặc biệt ở khoảng cách gần, gây ảnh hưởng đến yếu tố mỹ quan.

Tối ưu hóa hình học phức tạp: Việc phân mảnh một bề mặt cong tự do cần tính toán số lượng tấm tối ưu, hình dạng tấm hợp lý, hạn chế biến dạng và dễ gia công là một bài toán hình học rất phức tạp, đòi hỏi người thiết kế cần có chuyên môn cao biết áp dụng nhiều công cụ mô phỏng và tính toán.

Chi phí phần mềm và nhân lực: Mặc dù tiết kiệm chi phí thi công, nhưng việc ứng dụng các công cụ thiết kế số cũng đòi hỏi chi phí lớn đầu tư phần mềm, phần cứng.

BÀN LUẬN

Việc ứng dụng đơn giản hóa mặt cong tự do bằng tấm phẳng đa giác trong thiết kế kiến trúc là một xu hướng quan trọng không chỉ ở các quốc gia phát triển mà tại Việt Nam cũng ngày càng được chú trọng. Từ các công trình nổi bật như Cung thiếu nhi Hà Nội đến các dự án trong tương lai, việc ứng dụng đơn giản hóa mặt cong tự do thành các tấm phẳng giúp giảm thiểu chi phí và

thời gian thi công. Điều này rất quan trọng trong bối cảnh nguồn lực tài chính và nhân lực tại Việt Nam vẫn còn nhiều hạn chế.

Tuy nhiên, dù phương pháp này mang lại nhiều lợi ích, nhưng cũng tồn tại nhiều thách thức, nhất là về mặt thẩm mỹ và độ chính xác khi lắp ghép các tấm phẳng. Ngoài ra, đội ngũ kỹ sư cần phải trau dồi học hỏi để có trình độ chuyên môn cao. Để đạt được điều này cũng cần Nhà nước tạo điều kiện để các nhà thiết kế tiếp cận được các công cụ thiết kế số tiên tiến để nâng cao năng lực và chú trọng đầu tư vào công nghệ thiết kế và thi công.

Trong tương lai, với sự phát triển của ngành xây dựng và kiến trúc tại Việt Nam, việc ứng dụng đơn giản hóa mặt cong tự do bằng tấm phẳng đa giác sẽ không chỉ mang lại những công trình kiến trúc nổi bật về thẩm mỹ mà còn góp phần tạo ra các công trình bền vững, tiết kiệm chi phí và phù hợp với xu hướng phát triển đô thị thông minh và sáng tạo.

KẾT LUẬN

Việc đơn giản hóa mặt cong tự do bằng tấm phẳng đa giác hiện đang là một giải pháp phổ biến và thực tiễn trong thiết kế kiến trúc hiện đại, đặc biệt trong bối cảnh gia tăng nhu cầu số hóa

và sản xuất công nghiệp hóa. Phương pháp này không chỉ giúp tối ưu hóa chi phí, rút ngắn thời gian thi công mà còn tận dụng hiệu quả các công nghệ chế tạo tiên tiến như cắt CNC, tạo hình số. Tuy nhiên, việc đơn giản hóa cũng đồng nghĩa với sự đánh đổi về mặt hình học và tính nguyên bản của thiết kế. Trong thực tế, nhiều công trình lựa chọn phương án sử dụng tấm phẳng đa giác nhờ ưu thế rõ rệt về kỹ thuật và chi phí, dù phải hy sinh một phần chất lượng thẩm mỹ và độ chân thực hình học. Do đó, trong tương lai, việc phát triển các thuật toán tối ưu hóa phân mảnh mặt cong, kết hợp với vật liệu linh hoạt và công nghệ chế tạo số sẽ là hướng đi quan trọng, giúp dung hòa giữa tính nghệ thuật của mặt cong tự do và khả năng hiện thực hóa trong thi công kiến trúc./.

Tài liệu tham khảo

1. ISO 17450-1 (2011) Geometrical product specifications (GPS)-general concepts-part 1: model for geometrical specification and verification, Genève
2. Abdul-Rahman, Hussein S., Lou, Shan, Zeng, Wenhan, Jiang, Xiang and Scott, Paul J. "Freeform texture representation and characterisation based on triangular mesh projection techniques." *Measurement*, 92, pp. 172-182. ISSN 0263-2241, (2016)
3. José Pedro Sousa, José Pinto Duarte, "Digital Desires, Material Realities Perceiving the technological gap," *fabrication-eCAADe* 23, (05/2015)
4. Simena dinas & José maria barrión, "A review on delaunay triangulation with application on computer," *International Journal of Computer Science and Engineering (IJCSSE)* ISSN(P): 2278-9960; ISSN(E): 2278-9979 Vol. 3, Issue 2, (05/2014)
5. Renato Pajarola, "Overview of Quadtree-based terrain triangulation and Visualization," *UCI_CS Technical report No.02_01 Department of Information & Computer Science University of California, Irvine*, 01/2002
6. Will Kenton, "Least squares method: What it means, how to use it, with examples," 10/5/2025, <https://www.investopedia.com/terms/l/least-squares-method.asp>
7. Jan Knippers – "The Frankfurt Zeil Grid Shell" - *Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium 2009, Valencia*
8. <http://courses.washington.edu/arch481/1.Tapestry%20Reader/6.How%20To%20form-Z%20Modeling%20freeform%20wall.html>
9. <https://www.oosterhuis.nl/iweb-web-of-north-holland/>
10. <https://archup.net/snapchat-paarchitecture-parametric-timber-pavilion-the-pavilion-designed-by-ramboll-computational-design-is-based/>