

CÁCH VẼ ĐƯỜNG BAO MẶT CONG BẬC 2 QUADRID TRONG HÌNH CHIẾU TRỰC ĐO

THS.KS BÙI THÙY TRANG | TRƯỜNG ĐẠI HỌC XÂY DỰNG HÀ NỘI

Tóm tắt

Nghiên cứu cách vẽ hình chiếu trực đo đường bao của các mặt cong bậc hai Quadrid một cách chính xác, khi biết 3 bán trục. Đặc biệt là việc vẽ đường bao trong trường hợp tổng quát khi biết 3 bán kính liên hiệp. Cơ sở để vẽ đường bao mặt bậc 2 trong cả hai trường hợp là áp dụng mệnh đề hình học và phép biến đổi xạ ảnh.

Abstract

Study on how to draw the contour projection of Quadrid surfaces accurately, knowing 3 semi-axes. Especially the contour drawing in the general case when knowing 3 union radius. The basis for drawing a quadratic surface contour in both cases is the application of the geometry proposition and the projective transformation.

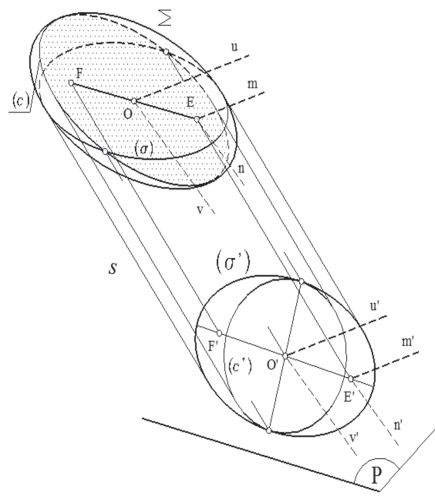
ĐẶT VẤN ĐỀ

Hình chiếu trực đo là loại hình biểu diễn nổi, được sử dụng nhiều trong các bản vẽ kỹ thuật: cơ khí, kiến trúc, công trình... Nó đặc biệt được dùng để minh họa cho các bản vẽ hình chiếu thẳng góc, giúp người đọc dễ hình dung ra hình khối của vật thể. Ở nước ta, hình chiếu trực đo được giảng dạy trong chương trình của các trường trung cấp, cao đẳng và đại học kỹ thuật nhưng tài liệu còn ít, ít người nghiên cứu về lĩnh vực này. Trong khi biểu diễn các mặt cong trong hình chiếu trực đo là vấn đề hấp dẫn, được nhiều người quan tâm.

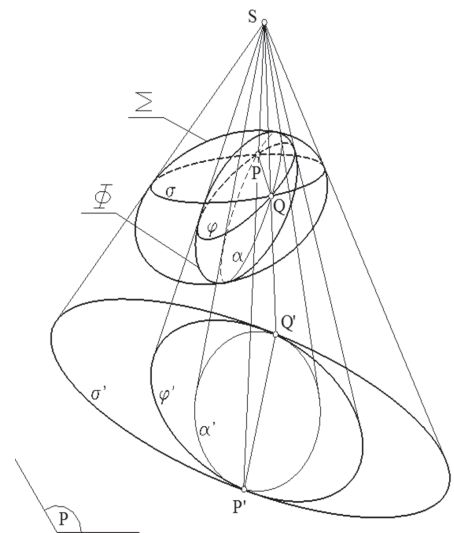
NỘI DUNG NGHIÊN CỨU

Hình chiếu trực đo đã được các họa sỹ trên thế giới sử dụng từ rất lâu. Những bức tranh cổ của Trung Quốc, Nhật Bản... cho thấy: người xưa đã biết vẽ trực đo để mô tả các vật thể một cách tương đối chính xác. Lý thuyết về trực đo đã được hai giáo sư người Nga: N.F.Cheverukhin và E. A. Glazunop nghiên cứu đầy đủ và trình bày có hệ thống trong cuốn sách "Hình chiếu trực đo" xuất bản năm 1953.

Trong khuôn khổ nghiên cứu này, chúng tôi xin đề cập đến việc vẽ hình chiếu trực đo một số mặt bậc 2 thường gặp như mặt cầu, mặt Ellipsoid, Hyperboloid 1 tầng, Hyperboloid 2 tầng và mặt Paraboloid Eliptic là các mặt trong nhóm Quadric.



Hình 1



Hình 2

Muốn biểu diễn trực đo được các mặt này thì điều quan trọng là vẽ đường bao của chúng.

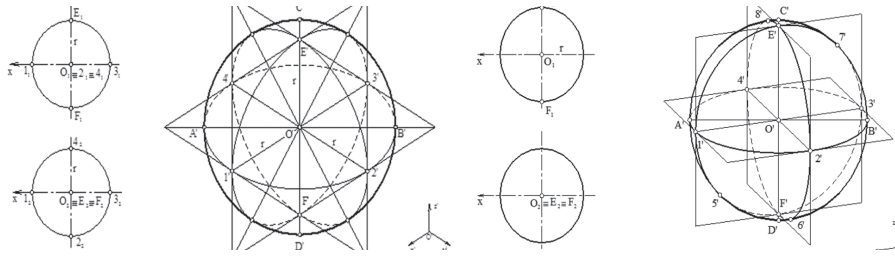
Cơ sở khoa học

Các mệnh đề, định lý cơ sở:

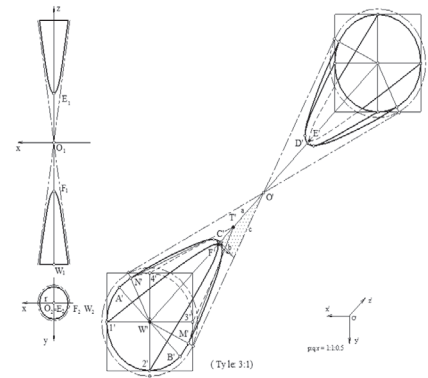
Mệnh đề: "Cho mặt bậc hai Σ có thiết diện kính Conic (c) liên hiệp với đường kính EF. Hình chiếu song song của chúng theo hướng s lên mặt phẳng hình chiếu P lần lượt là (σ) , (c') và F'E'. Nếu (c') là đường tròn thì E', F' là hai tiêu điểm của đường bao (σ) của mặt trên P." (Hình 1)

Định lý: Hai mặt bậc 2 Σ và Φ tiếp xúc nhau dọc theo conic α . Đối với tâm chiếu S, đường bao thấy ngoài của Σ và Φ là σ và ϕ . Ta có: hình chiếu xuyên tâm từ S lên mặt phẳng bất kỳ P của σ, ϕ, α lần lượt là σ', ϕ', α' là 3 đường cong tiếp xúc nhau tại 2 điểm P, Q. (Hình 2)

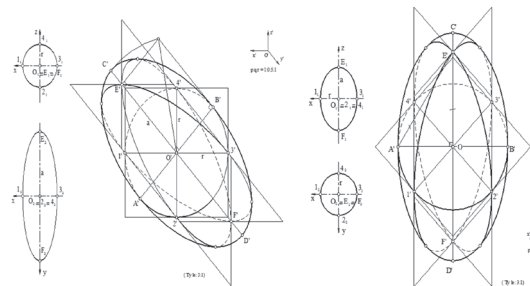
Hệ quả: Trong phép chiếu song song, đường bao thấy ngoài của Hyperboloid (một hay hai tầng) nhận cặp đường sinh thấy ngoài của nón tiệm cận là hai tiệm cận.



Hình 3. Hình chiếu trục đo vuông góc đều và vuông góc cân của cầu

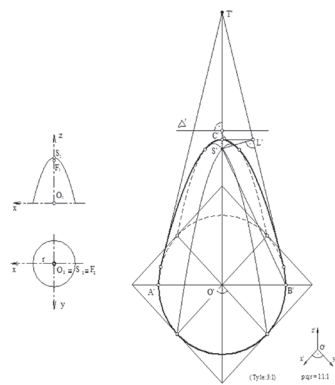


Hình 5. Hình chiếu trục đo xiên góc bằng đều của Hyperboloid 2 tầng tròn

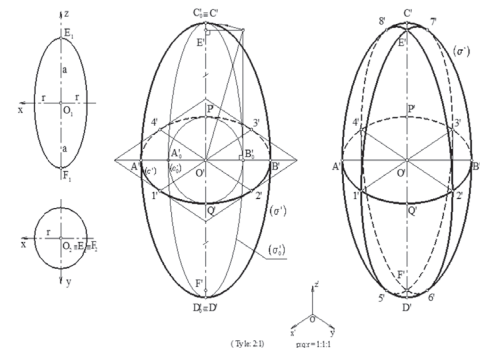


Hình chiếu trục đo xiên góc đứng đều của Ellipsoid tròn xoay trục song song mặt đất

Hình 4



Hình 6. Hình chiếu trục đo xiên góc bằng đều của Paraboloid tròn xoay



Hình 7. Hình chiếu trục đo vuông góc đều của mặt Ellipsoid dài

Ứng dụng vẽ đường bao các mặt bậc 2 khi biết 3 trục

Việc vẽ đường bao các mặt Quadric như: Ellipsoid, Hyperboloid, Paraboloid dựa vào các thiết diện chính và việc chọn hệ trục đo thích hợp để có hình chiếu một thiết diện chính là tròn. Nhờ vậy, có thể áp dụng ngay mệnh đề ở trên.

Vẽ hình chiếu trục đo vuông góc của cầu bán kính r (hình 3). Trước tiên, ta vẽ các thiết diện chính của cầu. Tìm trục ngang $A'B'$ của xích đạo. Hình chiếu vuông góc của cầu là đường tròn. Vì vậy, đường bao của mặt cầu là đường tròn ($O; O'A$).

Để vẽ hình chiếu trục đo của mặt Ellipsoid, ta cần chọn hệ trục đo thích hợp. Với Ellipsoid tròn xoay, kinh tuyến chính là đường tròn bán kính r , xích đạo là Elip trục $2a, 2r$, thì chọn hệ trục đo xiên góc đứng cân. Rồi áp dụng mệnh đề về đường bao, ta có $E; F'$ là tiêu điểm của đường bao Hình 4. Với Ellipsoid có hình chiếu bằng là đường tròn, nên chọn hệ

trục đo xiên góc bằng đều. Khi ấy, hình chiếu trục đo của xích đạo là đường tròn, dễ dàng vẽ được đường bao của Ellipsoid là Elip trục $A'B', C'D'$.

Vẽ hình chiếu trục đo Hyperboloid 2 tầng: Giả sử có một Paraboloid tròn xoay, trục Oz . Ta nên chọn hệ trục đo xiên góc bằng đều, để có hình chiếu trục đo một thiết diện là tròn, khi ấy, sẽ có $E; F'$ là tiêu điểm của Hyperbol đường bao. (Hình 5)

Cũng tương tự, để vẽ đường bao của Paraboloid, trước tiên, vẽ các thiết diện chính. Thiết diện qua W có hình chiếu là tròn. Do đó, S' là tiêu điểm của hình chiếu đường bao (σ). Vẽ đường bao (σ) là một Parabol nhận S' làm tiêu điểm và ngoại tiếp đường tròn ($W; r$) (Hình 6).

Ứng dụng xạ ảnh vẽ đường bao mặt bậc 2 khi biết 3 trục

Các mặt Quadric biểu diễn trong hình chiếu trục đo vuông góc đều là đẹp nhất, hoặc vuông góc cân cũng khá đẹp. Nhưng

khi ấy, hình chiếu trục đo của vòng tròn xích đạo là Elip, không phải là đường tròn. Vì vậy, để vẽ được đường bao của các mặt này, ta cần thêm phép biến đổi xạ ảnh đưa hình chiếu của xích đạo về tròn rồi mới áp dụng được mệnh đề cơ bản ở trên.

Có mặt Ellipsoid tròn xoay có vòng tròn xích đạo bán kính r và trục dài là $a > r$. Cần vẽ hình chiếu trục đo vuông góc đều của mặt Ellipsoid này.

Trước tiên, vẽ Elip xích đạo (c) theo hai bán kính liên hiệp $1'3', 2'4'$ (Hình 7). Sau đó, tìm hai trục $A'B', P'Q'$ của Elip (c), $A'B'$ là trục dài trên trục $O'z'$, lấy đoạn $O'E' = O'F' = a$.

Dùng afin phối cảnh, biến elip (c) thành đường tròn (c_0). Bằng cách vẽ đường tròn (c_0) là ($O', O'P'$). Tương ứng với $A'B'$ là $A'_0B'_0$. Trong trường đã biến đổi, đường bao (σ_0) có $E; F'$ là tiêu điểm và $A'_0B'_0$ là 1 trục, từ đó tìm được trục còn lại là $C'_0D'_0$.

ở phần đầu và phép afin phối cảnh bảo toàn tính tiếp xúc. Các bước tiến hành như sau:

- Biến trường trục đo P' sang trường P'_0 sao cho: Biến 2 đường kính liên hiệp xác định Elip (c') thành 2 đường kính vuông góc và bằng nhau xác định đường tròn (c'_0). Từ đó vẽ được đường tròn (c'_0) và áp dụng định lý đã nêu ở phần cơ sở. Khi ấy, đầu mút của đường kính liên hiệp thứ ba sẽ là tiêu điểm của đường bao (σ'_0) của mặt bậc hai mặt bậc 2.

- Trong trường đã biến đổi, tìm các yếu tố xác định đường bao (σ'_0) và vẽ đường bao này.

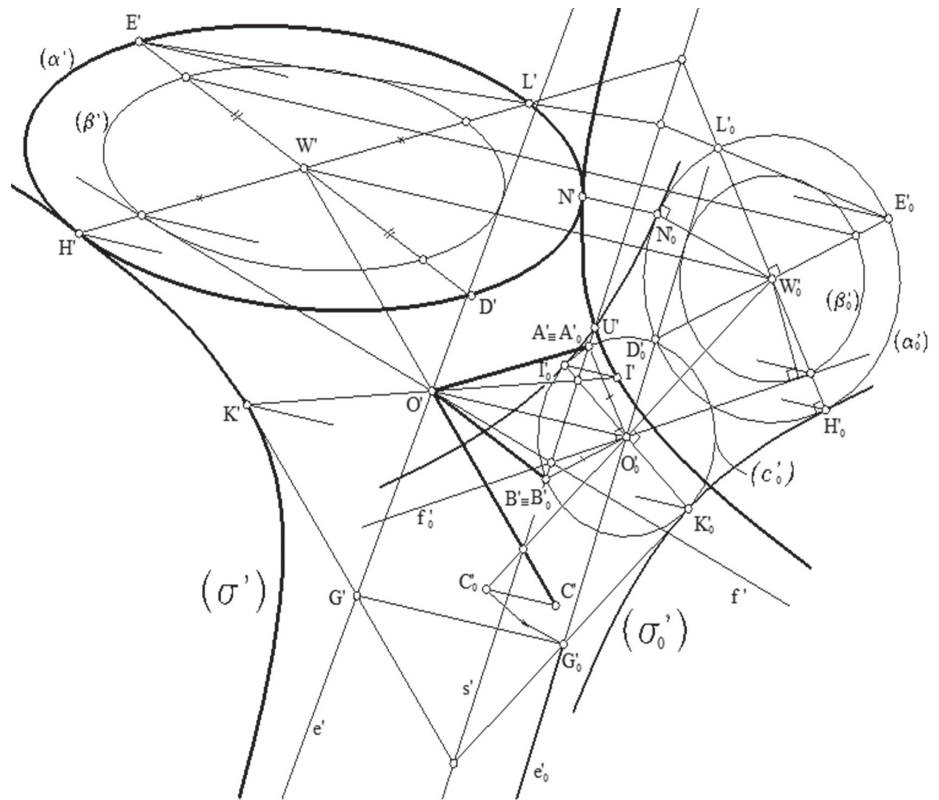
- Từ trường P'_0 biến đổi ngược về trường trục đo ban đầu theo mối quan hệ afin phối cảnh, chúng ta có hình chiếu trục đo đường bao (σ') của mặt bậc hai cần dựng.

Vẽ hình chiếu trục đo của mặt Ellipsoid Σ biết ba bán kính liên hiệp OA, OB, OC (Hình 9)

Ta lập tương ứng afin phối cảnh để biến Elip (c') xác định bởi 2 đường kính liên hiệp là $O'A'$ và $O'B'$ thành đường tròn (c'_0). Muốn vậy, dựng tam giác $O'_0A'_0B'_0$ vuông cân ở O'_0 , sao cho $A'_0 \equiv A', B'_0 \equiv B'$. Quan hệ giữa trường P' (trường trục đo) và P'_0 (trường đã biến đổi) là tương ứng afin phối cảnh: trục $s' \equiv A'B'$, hướng afin $O'O'_0$, cặp điểm tương ứng (O', O'_0). Tìm điểm C'_0 tương ứng với C' và vẽ đường tròn (c'_0 , $O'_0A'_0$).

Vẽ đường bao (σ'_0) của mặt bậc 2 trong trường P'_0 . Áp dụng mệnh đề cơ bản, ta có C'_0 là tiêu điểm của elip (σ'_0). Qua O'_0 , kẻ đường thẳng vuông góc với $O'_0C'_0$, cắt đường tròn (c'_0) tại 2 điểm I'_0, K'_0 . Biết tiêu điểm $C'_0D'_0$, và trục ngắn là $I'_0K'_0$, ta dựng được trục dài $H'_0G'_0$ và vẽ elip đường bao (σ'_0) biết các trục.

Biến đổi ngược trở lại trường ban đầu, nhờ tương ứng afin phối cảnh, ta có $H'G', I'K'$ tương ứng với $H'_0G'_0, I'_0K'_0$. Đường bao (σ') của mặt Ellipsoid là Elip vẽ theo hai đường kính liên hiệp $H'G', I'K'$. Tương ứng với đường tròn (c'_0) ($O'_0, O'_0A'_0$) là Elip (c') cũng được vẽ theo 2 đường kính liên hiệp.



Hình 10. Dựng hình chiếu trục đo tổng quát của Hyperboloid 1 tầng biết 3 bán kính liên hiệp OA, OB, OC

Vẽ đường bao của mặt Hyperboloid, áp dụng tương tự và căn dựa vào thêm vào nón tiệm cận của mặt. Trong hình chiếu trục đo, đường bao nón tiệm cận là tiệm cận của hình chiếu đường bao mặt Hyperboloid. Từ đó có được hình 10.

KẾT LUẬN

Nghiên cứu đã ứng dụng hình học xạ ảnh và mệnh đề hình học để giải quyết việc: Vẽ đường bao mặt bậc hai khi biết các trục chính, đặc biệt là khi biết các đường kính liên hiệp. Làm cơ sở để các kỹ sư, KTS thể hiện hình chiếu trục đo của các vật thể, các cấu kiện trong kiến trúc, xây dựng trên bản vẽ kỹ thuật hoặc phát triển vẽ trên máy tính.

Bài nghiên cứu cũng mở ra hướng nghiên cứu về biểu diễn các mặt bậc

hai phức tạp như mặt Paraboloid Hyperbolic và việc vẽ bóng của các mặt bậc hai trong hình chiếu trục đo./.

Tài liệu tham khảo

1. Đoàn Như Kim, Nguyễn Quang Cự, Dương Tiến Thọ, Vẽ Kỹ Thuật xây dựng, Nhà xuất bản Giáo dục - 1996.
2. Hoàng Văn Thân, Đoàn Như Kim, Dương Tiến Thọ, Hình học hoạ hình, Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật - 2005.
3. Nguyễn Cảnh Toàn, Hình học xạ ảnh, Nhà xuất bản Giáo dục - 1963.
4. V.O. Goođôn, M.A. Xêmenxốp, Oghinhiexki, Giáo trình hình học hoạ hình, Nhà xuất bản Mir Maxcova - 1988
5. E. A. Glazunóp - N. F. Cheverukhin, Phép chiếu trục đo (Người dịch: Hoàng Văn Thân), Nhà xuất bản Đại học và Trung học chuyên nghiệp - 1979
6. Adrian Gheorghiu, Virgil Dragomir, La representantion des structures Constructives, Eyrols - Paris - 1968