

# CÁC PHƯƠNG PHÁP BIỂU DIỄN MẶT HYPERBOLOID MỘT TẦNG TRÒN XOAY VÀ ỨNG DỤNG TRONG THIẾT KẾ KIẾN TRÚC

THS.KTS PHAN THỊ HOÀNG YẾN, THS.KTS VŨ THU HUYỀN  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC XÂY DỰNG HÀ NỘI

## Tóm tắt

Mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay là một mặt cong được tạo ra bằng cách quay một hyperbol quanh trục ảo của nó. Với tính chất vừa là một mặt tròn xoay, lại vừa là một mặt kẻ kép, mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay đã được ứng dụng linh hoạt và rộng rãi trong các công trình kiến trúc trên thế giới như: Trung tâm Khoa học Saint Louis (Mỹ), Nhà thờ Brasília (Brazil), Cầu đi bộ Corporation (Anh), Tháp cảng Kobe (Nhật Bản), Hội trường Roy Thomson (Canada), Tháp Tordano (Qatar), Tháp Sydney (Úc),... Tuy nhiên tại Việt Nam hiện nay, mặt Hyperboloid tròn xoay chưa được ứng dụng nhiều và cũng chỉ được ứng dụng vào các công trình nhỏ hay chi tiết trong công trình. Việc tiếp cận với khái niệm và các cách biểu diễn mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay sẽ giúp người thiết kế có thêm ý tưởng và tăng khả năng áp dụng cho đồ án của mình.

## Abstract

A Hyperboloid of revolution of one sheet is a curved surface created by rotating a hyperbola around its imaginary axis. With the nature of being both a circular surface and a doubly ruled surface, the Hyperboloid of revolution of one sheet has been applied flexibly and widely in architectural works around the world as: Saint Louis Science Center (USA), Brasília Cathedral (Brazil), Corporation Pedestrian Bridge (UK), Kobe Port Tower (Japan), Roy Thomson Hall (Canada), Tordano Tower (Qatar), Sydney Tower (Australia),... In Vietnam now, the Hyperboloid of revolution of one sheet has not been applied much and is only applied to small or detailed works in construction. Approaching the concept and representation of a Hyperboloid of revolution of one sheet will help designers get more ideas and increase applicability to their projects.

## KHÁI NIỆM

Mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay là một mặt cong bậc hai và có thể được định nghĩa là mặt tròn xoay hay mặt kẻ do phương pháp tạo thành mặt. Để tạo ra một mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay, ta có thể sử dụng hai phương pháp tạo mặt khác nhau.

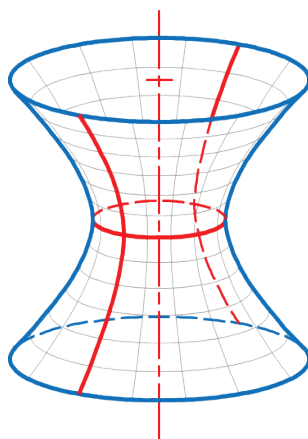
## BIỂU DIỄN MẶT HYPERBOLOID MỘT TẦNG TRÒN XOAY

Để biểu diễn một mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay cần:

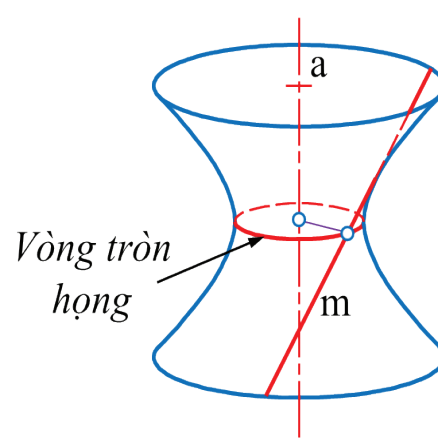
- Biểu diễn các yếu tố đủ để xác định mặt: trục, vòng tròn họng, hai vòng tròn đáy;

- Vẽ các đường bao quanh hình chiếu của mặt;

- Xác định được một điểm bất kỳ của mặt.



Phương pháp thứ nhất: mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay được tạo ra bằng cách quay một Hyperbol quanh trục ảo của nó



Phương pháp thứ hai: mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay được tạo ra bằng cách quay một đường thẳng xung quanh một trục có vị trí chéo nhau đối với đường thẳng trên

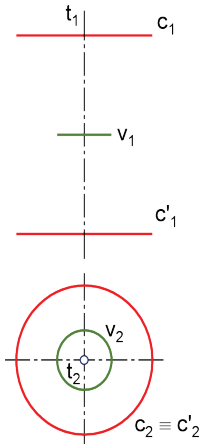
Hình 3 biểu diễn các yếu tố xác định một mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay có trục chiếu bằng:

-  $t (t_1, t_2)$ : trục quay

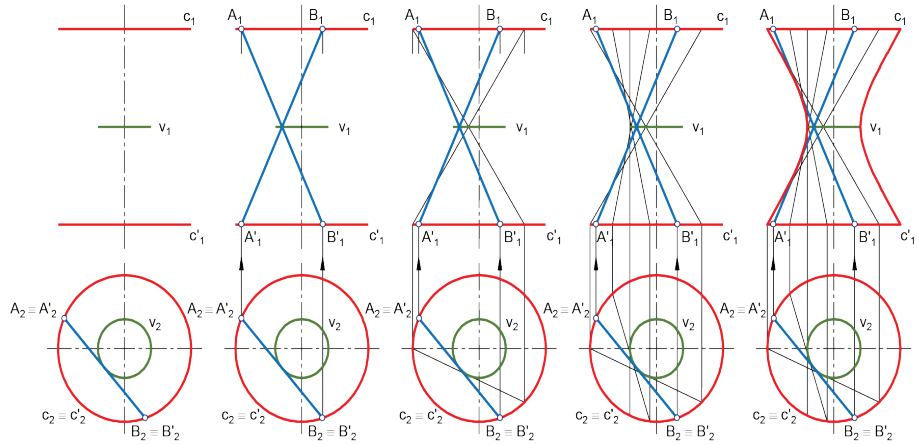
-  $c (c_1, c_2), c' (c'_1, c'_2)$ : hai vòng tròn đáy

-  $v (v_1, v_2)$ : vòng tròn họng

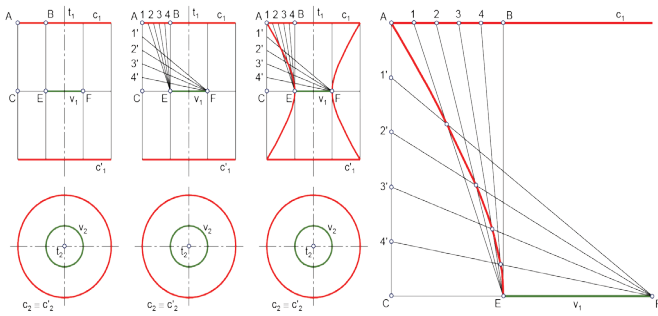
- Trong trường hợp này, đường bao trên



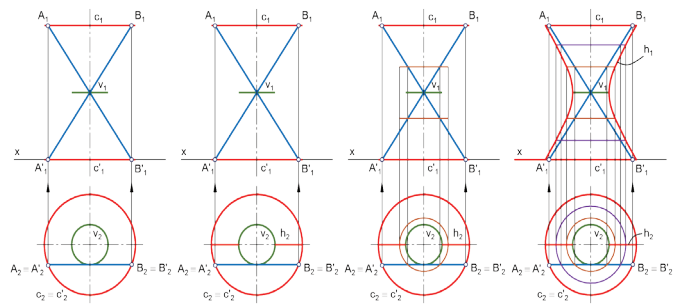
Hình 3. Các yếu tố xác định mặt



Phương pháp đường sinh



Phương pháp hình chữ nhật



Phương pháp Asymptote

hình chiếu bằng của mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay trùng với hình chiếu bằng của vòng tròn họng và vòng tròn đáy. Đường bao trên hình chiếu đứng là một hyperbol giới hạn bởi hình chiếu đứng của 2 vòng tròn đáy.

**Cách xác định đường bao trên hình chiếu đứng**

*Cách 1: "Phương pháp đường sinh"*

B1. Trên hình chiếu bằng vạch đoạn thẳng bất kỳ tiếp xúc với  $v_2$  và cắt  $c_2 \equiv c'_2$  tại  $A_2 \equiv A'_2, B_2 \equiv B'_2$  xác định hình chiếu bằng của một cặp đường sinh của mặt hyperboloid một tầng tròn xoay.

B2. Dóng liên thuộc  $A_2 \equiv A'_2, B_2 \equiv B'_2$  lên hình chiếu đứng xác định được các điểm  $A_1, A'_1, B_1, B'_1$ . Nối  $A_1B'_1, A'_1B_1$ . Ta có 2 đoạn thẳng:  $AB'(A_1B'_1, A'_2B'_2)$  và  $A'B(A'_1B_1, A_2B_2)$  là 2 đường sinh của mặt hyperboloid một tầng tròn xoay.

B3. Lập lại nhiều lần các bước 1, 2 để vẽ hình biểu diễn của các đường sinh khác. Số lượng đường sinh được

vẽ càng nhiều thì hình ảnh mặt hyperboloid một tầng tròn xoay càng xuất hiện rõ ràng hơn.

B4. Vẽ đường cong tiếp xúc với các điểm ngoài cùng của nhóm đường sinh đã vẽ, ta thu được đường bao trên hình chiếu đứng của mặt hyperboloid một tầng tròn xoay là một hyperbol. Đường bao này cũng chính là đường sinh dạng hyperbol của mặt hyperboloid một tầng tròn xoay.

*Cách 2: "Phương pháp hình chữ nhật"*

B1. Đánh dấu các điểm A, B, C, E, F trên hình chiếu đứng như hình vẽ.

B2. Chia đoạn AB thành 5 phần bằng nhau xác định bởi các điểm chia 1, 2, 3, 4. Nối các điểm chia với điểm E.

B3. Chia đoạn AC thành 5 phần bằng nhau xác định bởi các điểm chia 1', 2', 3', 4'. Nối các điểm chia với điểm F.

B4. Vẽ đường cong hyperbol đi qua các điểm giao nhau tương ứng của 2 chùm

đường thẳng như hình vẽ ta xác định được đường bao trên hình chiếu đứng của mặt hyperboloid 1 tầng tròn xoay.

*Cách 3: "Phương pháp Asymptote"*

- Bước 1: Xác định 1 cặp đường sinh của mặt Hyperboloid 1 tầng tròn xoay.

Trên hình chiếu bằng: vẽ 1 đoạn thẳng bất kỳ cắt  $v_2 \equiv v'_2$  tại  $A_2 \equiv A'_2, B_2 \equiv B'_2$  (để dễ biểu diễn ta chọn đoạn thẳng // x). Dóng liên thuộc  $A_2 \equiv A'_2, B_2 \equiv B'_2$  lên hình chiếu đứng xác định được các điểm  $A_1, A'_1, B_1, B'_1$ . Nối  $A_1B'_1, A'_1B_1$ . Ta có 2 đoạn thẳng:  $AB'(A_1B'_1, A'_2B'_2)$  và  $A'B(A'_1B_1, A_2B_2)$  là 2 đường sinh của mặt hyperboloid một tầng tròn xoay.

- Bước 2: Xác định các điểm thuộc đường bao hình chiếu đứng của mặt hyperboloid 1 tầng tròn xoay. Gọi đường bao cần tìm là  $h(h_1, h_2)$ , ta có  $h_2$  trùng trục đối xứng nằm ngang trên hình chiếu bằng. Suy ra  $h_1$  bằng cách gắn liên thuộc các điểm vào các đường tròn vĩ tuyến của mặt.

**Xác định một điểm bất kỳ của mặt**

Có 2 cách để xác định 1 điểm thuộc mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay. (Hình 7)

**ỨNG DỤNG MẶT HYPERBOLOID MỘT TẦNG TRÒN XOAY TRONG TRIỂN KHAI Ý TƯỢNG THIẾT KẾ KIẾN TRÚC**

**Mặt bằng dạng tam giác**

Để cắt mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay cho thiết diện tam giác thì mặt phẳng cắt cần chứa 2 đường sinh cắt nhau của mặt. Khi cần che phủ một diện tích hình tam giác bằng mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay, ta có các trường hợp như sau:

*Trường hợp 1: Có sẵn mặt bằng tam giác, cần tạo mặt che phủ*

Ta nên đưa tam giác về dạng tam giác cân hoặc tam giác đều, và chọn 2 cạnh bằng nhau của tam giác làm đường sinh của mặt che phủ để thuận lợi cho quá trình tạo hình. Nếu thực tế mặt bằng tam giác là tam giác bất kỳ  $AB'C$  có hình chiếu bằng  $A_2B_2C_2$ , ta có thể đưa về dạng tam giác cân  $A_2B_2C_2$  (như hình 8a), sau khi tạo hình xong ta sẽ cắt bớt phần mặt cong nằm ngoài diện tích mặt bằng mong muốn.

Cách 1:

B1. Chọn trục quay  $t$  thuộc mặt phẳng đối xứng của cạnh  $BC$  và song song với mặt phẳng  $(ABC)$ , khoảng cách từ trục quay  $t$  đến mặt phẳng  $(ABC)$  tùy chọn sao cho  $t \notin$  mặt phẳng  $(ABC)$ ;

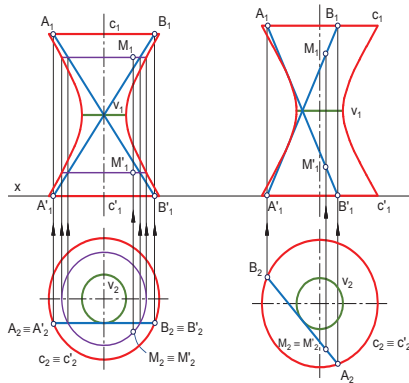
B2. Dựng mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay có trục quay  $t$ , đường sinh  $AB, AC$  theo cách tạo mặt và biểu diễn mặt đã trình bày ở trên:

-Xác định hình chiếu cạnh của vòng tròn hống và 2 vòng tròn đáy;

-Vẽ hình chiếu đứng của mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay;

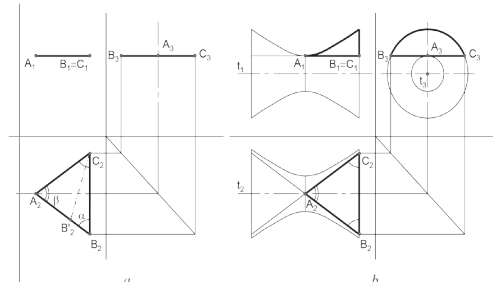
-Vẽ hình chiếu bằng của mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay;

B3. Xác định phần mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay cần dùng là phần che phủ diện tích tam giác  $ABC$  đã cho (hình 8b).

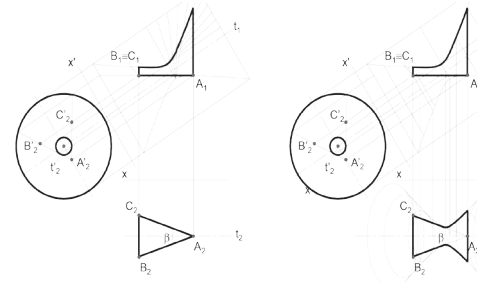


Cách 1: gắn điểm vào đường tròn vĩ tuyến của mặt  
Cách 2: gắn điểm vào đường sinh thẳng của mặt

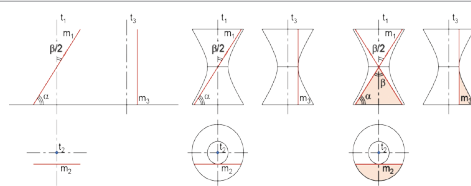
Hình 7



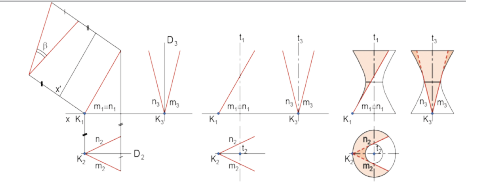
Hình 8. Tạo mặt che phủ diện tích tam giác - Trường hợp 1 - Cách 1



Hình 9. Tạo mặt che phủ diện tích tam giác - Trường hợp 1 - Cách 2



Hình 10. Tạo mặt che phủ diện tích tam giác - Trường hợp 2



Hình 11. Tạo mặt che phủ diện tích tam giác - Trường hợp 3

Cách 2:

B1. Chọn trục quay  $t$  thuộc mặt phẳng đối xứng của cạnh  $BC$  sao cho  $t$  không chứa  $A$ ;

B2. Thay mặt phẳng hình chiếu để trục quay  $t$  trở thành đường thẳng chiếu, trong hình vẽ sử dụng phép thay mặt phẳng hình chiếu bằng để  $t$  trở thành đường thẳng chiếu bằng trong hệ thống chiếu mới, vẽ hình chiếu bằng mới của trục quay  $t$  và tam giác  $ABC$ ;

B3. Dựng mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay có trục quay  $t$ , đường sinh  $AB, AC$  trong hệ thống chiếu mới:

- Hình chiếu bằng mới:  $t$  suy biến thành 1 điểm  $t'2$ , vòng tròn hống có tâm trùng  $t'2$  và tiếp xúc với  $A'2B'2, A'2C'2$ ; 2 vòng tròn đáy tùy ý chọn bán kính, sau đó gắn liền thuộc vào  $AB, AC$  để xác định vị trí trên hình chiếu đứng;

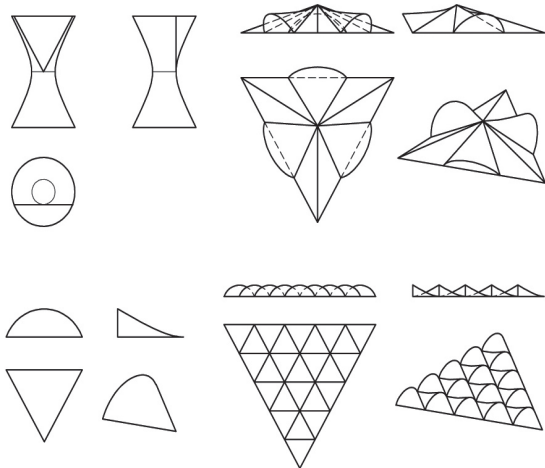
- Hình chiếu đứng: vẽ đường bao hình chiếu đứng bằng 1 trong 3 cách biểu diễn đã trình bày ở phần trên;

B4. Vẽ hình chiếu bằng và giới hạn phần mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay che phủ diện tích tam giác  $ABC$  cần tìm.

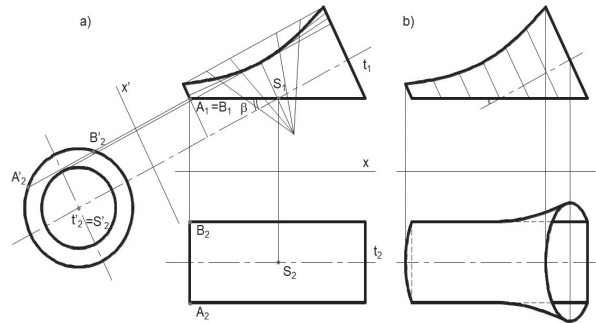
*Trường hợp 2: Cho trước độ lớn 1 góc bằng  $\beta$ , cần tạo mặt che phủ*

B1. Tạo mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay sao cho góc nghiêng của đường sinh so với trục quay là  $\beta/2$ , hoặc độ dốc của đường sinh so với phương ngang (phương vuông góc với trục quay) bằng  $90^\circ - \beta = \alpha$ , khoảng cách từ đường sinh đến trục quay tùy chọn;

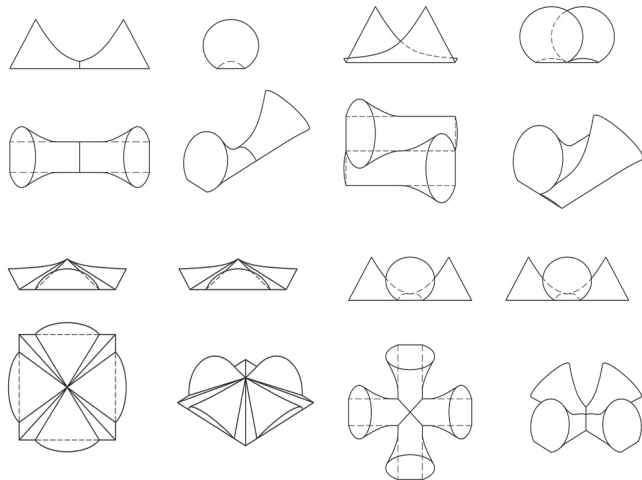
B2. Chọn mặt phẳng cắt là mặt phẳng tiếp xúc với mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay tại 1 điểm trên vòng tròn hống, ta xác định được giao dạng thiết diện tam giác có 1 góc bằng  $\beta$ .



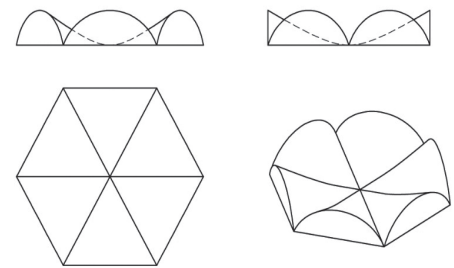
Hình 12



Hình 13



Hình 14. Biểu diễn một số mặt che phủ diện tích hình chữ nhật/hình vuông ghép từ các mảnh của mặt hyperboloid 1 tầng tròn xoay hoặc kết hợp chúng với các tấm phẳng đa giác



Hình 15

Trường hợp 3: Cho trước 2 cạnh (hoặc độ lớn 1 góc bằng  $\beta$ ), cần tạo mặt che phủ

B1. Xác định 2 đường thẳng  $m, n$  cắt nhau tại  $K$  có góc giữa chúng bằng  $\beta$ , chọn  $mp(m,n) \perp \mathcal{P}'$  và mặt phẳng đối xứng  $\mathcal{Q}$  (giữa 2 đường thẳng  $m, n$ )  $\parallel \mathcal{P}'$  để thuận lợi cho quá trình dựng hình;

B2. Xác định trục quay  $t$  thuộc mặt phẳng đối xứng và không chứa  $K$ , nên chọn  $t \perp \mathcal{P}^z$ ;

B3. Dựng mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay xác định bởi trục quay  $t$ , đường sinh  $m, n$ ;

- Lấy  $t_2$  làm tâm vẽ hình chiếu bằng của vòng tròn hợng là đường tròn tiếp xúc với  $m_2, n_2$ . Dóng liên thuộc theo  $m, n$  xác định được hình chiếu đứng của vòng tròn hợng suy biến thành đoạn thẳng  $//x$ .

- Chọn 2 vòng tròn đáy: có thể chọn 1 vòng tròn đáy chứa  $K$ , lấy  $t_2$  làm tâm vẽ vòng tròn bán kính  $t_2 K_2$  là hình chiếu bằng của 2 vòng tròn đáy. Dóng liên thuộc theo  $m, n$  xác định được hình chiếu đứng của 2 vòng tròn đáy suy biến thành 2 đoạn thẳng  $//x$ .

- Vẽ đường bao trên hình chiếu đứng theo 1 trong các phương pháp đã trình bày ở phần trên.

Ta xác định được phần mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay che phủ 1 diện tích hình tam giác có 2 cạnh là  $m, n$ . Để thay đổi độ cong của mặt nên điều chỉnh góc nghiêng của  $mp(m,n)$  với  $\mathcal{P}^z$  sẽ dễ biểu diễn hơn là thay đổi góc nghiêng của trục  $t$ . Nếu  $t \parallel (m,n)$  thì ta thu được kết quả như cách 1.

Ngoài việc sử dụng một phần mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay để che phủ một diện tích hình tam giác, ta cũng có thể ghép các mảnh lại với nhau hoặc kết hợp với các tấm phẳng để tạo nên các hình thức kiến trúc mới (hình 12).

**Mặt bằng dạng vuông hoặc chữ nhật**

Dạng mặt bằng vuông hoặc chữ nhật là dạng mặt bằng khá phổ biến và được sử dụng nhiều trong thiết kế đồ án. Việc che phủ một diện tích hình chữ nhật bằng mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay hoàn toàn có thể thực hiện qua các bước ở hình 13a như sau:

B1. Chọn đỉnh nón tiệm cận ( $S$ ) nằm trên 1 trục đối xứng của hình chữ nhật.

B2. Chọn trục  $t$  đi qua đỉnh  $S$ , nằm trong mặt phẳng đối xứng của hình chữ nhật

và nghiêng 1 góc  $\beta$  như hình vẽ. Độ lớn  $\beta$  tùy chọn và nó sẽ ảnh hưởng đến độ cong của mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay nhận được.

B3. Thay mặt phẳng hình chiếu bằng. Chọn trục  $x'$  vuông góc với trục  $t$ . Xác định được  $A'_2B'_2$ .

B4. Xác định trục  $t'_2$ .

B5. Mặt đứng của mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay được biểu diễn như các bước trên hình dựa vào các yếu tố xác định là trục, độ lớn của vòng tròn đáy và độ lớn của vòng tròn họng (bằng đúng độ lớn cạnh còn lại của hình chữ nhật).

Hình 13b thể hiện cách biểu diễn mặt bằng mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay dựa trên hình chiếu đứng tìm được.

**Mặt bằng dạng ngũ giác đều, lục giác đều, thất giác đều, bát giác đều**

Với các mặt bằng dạng đa giác nói chung ta có thể sử dụng cùng phương án cắt ghép tương tự như hai phần trên.

Hình 15 biểu diễn một hình thức kiến trúc được tạo ra từ việc cắt ghép 6 mảnh của mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay theo thiết diện tam giác để che phủ một diện tích hình lục giác.

**Mặt bằng dạng tròn**

Với dạng mặt bằng hình tròn, ta có thể ứng dụng mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay nguyên thủy để tạo hình thức kiến trúc che phủ. Ngoài ra, ta cũng có thể sử dụng thêm các biện pháp cắt ghép, hay chồng nhiều mặt hyperboloid một tầng tròn xoay lên nhau để tạo nên các hình thức kiến trúc khác biệt (hình 16).

Các loại hoạt động trong kiến trúc đều tổ chức trên mặt bằng, cho nên, có thể coi mặt bằng là khởi nguồn của hình thức kiến trúc, còn thiết kế hình dáng hình học là một loại tìm ý hình thức của kiến trúc học. Kiến trúc có thể cấu thành từ một hình dáng hình học, cũng có thể cấu thành từ một tổ hợp một số hình dáng hình học khác nhau, hoặc tổ hợp những hình hình học tương tự. Hình 17 biểu diễn một số ví dụ minh họa các hình thức kiến trúc được tạo nên từ việc kết hợp các mặt/phần mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay với nhau, hoặc kết hợp chúng với các mặt khác, hay sử dụng một phần của mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay cùng với các phương pháp tạo hình kiến trúc tạo ra những hình thức kiến trúc đa dạng và phong phú.

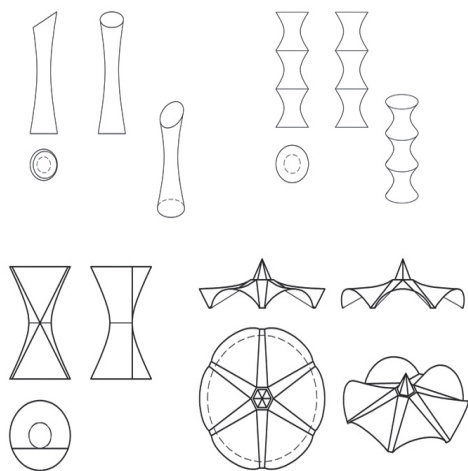
**KẾT LUẬN**

Để ứng dụng mặt Hyperboloid một tầng tròn xoay trong kiến trúc, bản thân người thiết kế cần hiểu rõ cách tạo mặt và các

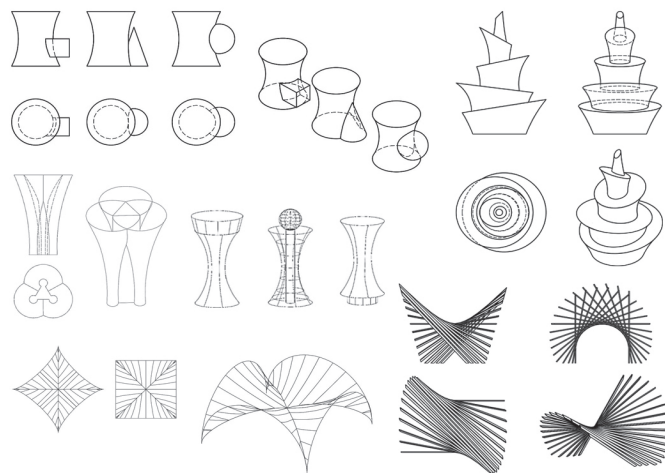
phương pháp biểu diễn mặt. Việc đưa ra các ví dụ minh họa nhằm làm rõ khả năng ứng dụng đa dạng của mặt. Ngoài ra, còn nhiều cách ứng dụng khác tùy thuộc vào khả năng sáng tạo của người thiết kế./.

**Tài liệu tham khảo**

1. Dave Maitry, Sompura Heetarh: Hyperboloid structure
2. Đoàn Như Kim (2005): Một số khái niệm về hình học trong kiến trúc
3. Feray Maden, Koray Korkmaz (2017): Geometric and Kinematic Analysis of Deployable Doubly Ruled Hyperboloids
4. Horacio Caminos: Theme center for world's fair two surfaces of revolution, hyperboloid of revolution of one sheet—circular open ring torus
5. Magdalena Dragovic, Aleksandar Cucakovic, Luka Lazarevic (2014): Modelling shape of architectural structure - elliptic hyperboloid of one sheet
6. Erich Hartmann: Computerunterstützte darstellende und konstruktive geometrie
7. Feray Maden (2015): Novel design methodologies for transformable doubly-ruled surface structures
8. Bộ Xây dựng (2001): Giáo trình thiết kế kiến trúc nhà dân dụng
9. Từ sách trường Đại học Kiến trúc Thành phố Hồ Chí Minh (2002): Phương pháp phân tích và đánh giá qua hình vẽ những tác phẩm kiến trúc nổi tiếng của các kiến trúc sư lớn
10. La Văn Ái, Triệu Quang Diệu (2004): Ngôn ngữ hình thức kiến trúc
11. Đặng Thái Hoàng (2005): Tư duy và tổ hợp kiến trúc
12. Nguồn internet: <https://www.architectmagazine.com>, <https://kienviet.net>, <https://www.tapchikienviet.com.vn>, <https://kienvietnam.org.vn>



Hình 16



Hình 17