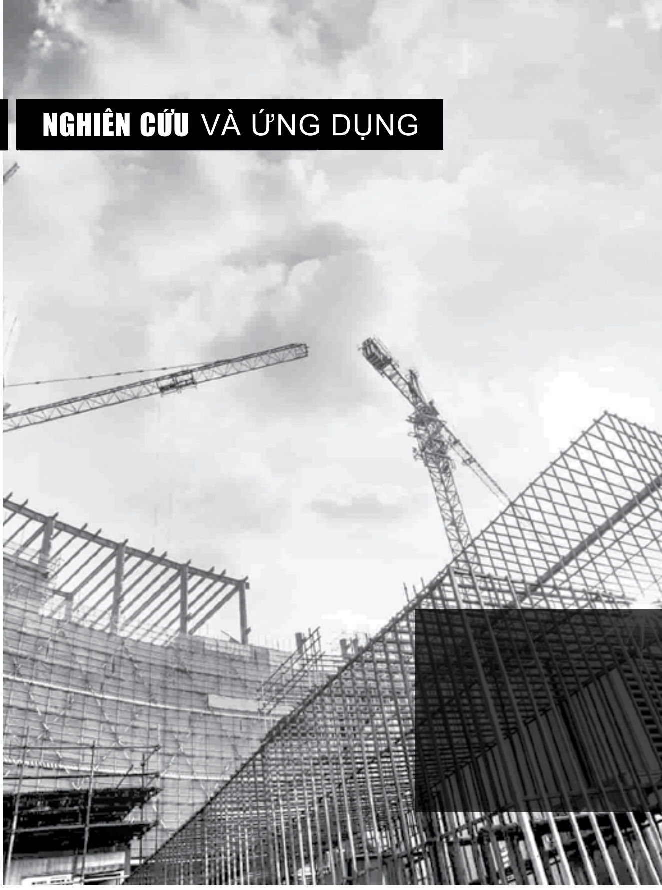


TÍNH TOÁN KẾT CẤU DẦM BẰNG PHƯƠNG PHÁP SO SÁNH

CANCULATING THE BEAMS STRUCTURE BY COMPARATIVE METHOD

PGS. TS. Đoàn Văn Duẩn[1]

Tóm tắt: Trong bài báo này tác giả dùng lý thuyết đầy đủ về dầm [3] và phương pháp mới – Phương pháp dùng hệ so sánh để nghiên cứu nội lực và chuyển vị của hệ dầm, chịu uốn có xét đến biến dạng trượt ngang do lực cắt Q gây ra. Để làm sáng tỏ nội dung phương pháp, tác giả trình bày các ví dụ tính toán cụ thể như tính toán dầm một nhịp dầm liên tục nhiều nhịp.

Từ khóa: Phương pháp so sánh, Biến dạng trượt, Ảnh hưởng của biến dạng trượt ngang, Dầm so sánh.

Abstract: *In this article, the authors use the full theory of beams [3] and new methods – Comparative method is used for studying the internal forces and displacements of the beam systems, bending considering the transverse shear deformation caused by Q cut forces. To clarify the method content, the author presents examples of specific calculations such as calculating one-span beams, continuous-spans beams.*

Key words: *Comparative method, shear, the effects of transverse shear deformation, comparative beams.*

Nhận bài ngày 12/5/2025, chỉnh sửa bài ngày 9/6/2025, chấp nhận đăng ngày 23/7/2025.

MỞ ĐẦU

Việc xác định nội lực và chuyển vị của kết cấu chịu uốn đã được nhiều tác giả trong và ngoài nước quan tâm nghiên cứu, kể cả bài toán có xét đến lực cắt ngang Q. Trong các nghiên cứu đó các tác giả đã sử dụng lý thuyết dầm truyền thống, lý thuyết dầm Euler – Bernoulli (Lý thuyết không đầy đủ về dầm, bỏ qua thành phần biến dạng trượt ngang do lực cắt Q gây ra) để xây dựng bài toán. Khi xây dựng các công thức tính toán nội lực và chuyển vị, giả thiết Bernoulli – giả thiết tiết diện phẳng (tiết diện dầm trước và sau khi biến dạng vẫn phẳng và vuông góc với trục trung hòa) được chấp nhận, tức là góc trượt do lực cắt Q gây ra đã bị bỏ qua, quan niệm tính toán này làm ảnh hưởng không nhỏ tới độ chính xác của kết quả các bài toán. Một số tác giả như X.P. Timoshenko, O.C. Zienkiewicz, J.K. Bathe, W.T. Thomson cũng đã đề cập tới ảnh hưởng của biến dạng trượt khi phân tích kết cấu chịu uốn, nhưng vấn đề thường được bỏ ngỏ hoặc không được giải quyết một cách triệt để kể cả trong các lời giải số. Vì vậy trong bài báo này, tác giả sử dụng phương pháp so sánh và lý thuyết đầy đủ về dầm [3] để tính toán chuyển vị và nội lực của dầm, nhằm khắc phục những tồn tại, nhận được kết quả chính xác của các bài toán.

PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

Tác giả sử dụng phương pháp Nguyên lý cực trị Gauss [1] và sử dụng hệ so sánh để nghiên cứu nội lực và chuyển vị của hệ dầm có xét đến ảnh hưởng của biến dạng trượt ngang do lực cắt Q gây ra.

Phương pháp sử dụng hệ so sánh

Chuyển vị thực của dầm hoặc khung được tìm từ cực tiểu lượng cưỡng bức Z được viết như (1):

$$Z = \sum_{i=1}^{n} \begin{pmatrix} \int_l (M_{xi} - M_{0i})\chi_i \\ +(Q_i - Q_{0i})\gamma_i \end{pmatrix} dx \to Min \qquad (1)$$

Trong công thức trên dấu tổng lấy theo các đoạn i của dầm và khung, dấu tích phân lấy theo chiều dài l_i của đoạn thứ i, M_i, y_i, Q_i là momen uốn, độ võng và lực cắt của đoạn thứ i của hệ cần tính; M_{0i}, y_{0i}, Q_{0i} là momen uốn, độ võng và lực cắt của đoạn thứ i của hệ so sánh cùng chịu lực ngoài giống như hệ cần tính. Nếu như các hàm thoả mãn các điều kiện biên thì từ điều kiện cực tiểu của Z theo (2):

$$\left.\begin{aligned} & h_i = \int_0^{l_i} [M_i - M_{0i}] \frac{\partial}{\partial \alpha_i}(\chi_i) dx = 0 \\ & \alpha_i (i = 0 \div n) \\ & f_i = \int_0^{l_i} [M_i - M_{0i}] \frac{\partial}{\partial \beta_i}(\chi_i) dx + \\ & \int_0^{l1} [Q_i - Q_{0i}] \frac{\partial}{\partial \beta_i}(\gamma_i) dx = 0; \\ & \beta_i (i = 0 \div n) \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

[1] Khoa công trình, Trường Đại học Hàng hải Việt Nam
Email: duandv.ct@vimaru.edu.vn

sẽ nhận được hệ phương trình đại số để xác định các ẩn α_i, β_i. Như trên đã trình bày, α_i, β_i có thể là các hệ số của đa thức xấp xỉ, chuyển vị và góc xoay của phần tử hữu hạn khi dùng phương pháp phần tử hữu hạn, hoặc chuyển vị tại các nút của phương pháp sai phân hữu hạn. Các chuyển vị và biến dạng theo phương pháp nguyên lý cực trị Gauss phải được xem là độc lập đối với lực và ứng suất (chuyển vị và biến dạng ảo). Các phương trình nhận được từ điều kiện (2) là các phương trình đại số, không phải là các phương trình vi phân, biểu thị điều kiện cân bằng lực của kết cấu. Bởi vì giải hệ phương trình cân bằng nên bài toán luôn có nghiệm và nghiệm là duy nhất.

Nếu như các hàm y_i chưa thoả mãn đầy đủ các điều kiện biên thì ta phải đưa các điều kiện biên chưa thỏa mãn đó vào điều kiện ràng buộc của bài toán (1). Giả sử có k điều kiện biên chưa thỏa mãn ta có k điều kiện ràng buộc. Cuối cùng bài toán dẫn về tìm cực trị của (1) với k điều kiện ràng buộc đó.

Đưa bài toán tìm cực trị (1) với k điều kiện ràng buộc về bài toán tìm cực trị không có ràng buộc bằng cách xây dựng phiếm hàm mở rộng F như sau:

$$F = Z + \sum_{k=1}^{n} g_k \lambda_k \rightarrow Min \quad (3)$$

Trong đó: λ_k là các thừa số Lagrange và cũng là các ẩn của bài toán. Từ điều kiện cực trị của bài toán (3), ta có hệ các phương trình đại số (4).

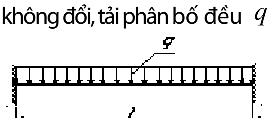
$$\left.\begin{aligned} & h_i = \int_0^{l_i} [M_i - M_{0i}] \frac{\partial}{\partial \alpha_i}(\chi_i) dx + \\ & \frac{\partial}{\partial \alpha_i} \sum_{k=1}^{n} g_k \lambda_k = 0; \quad \alpha_i (i = 0 \div n) \\ & f_i = \int_0^{l_i} [M_i - M_{0i}] \frac{\partial}{\partial \beta_i}(\chi_i) dx + \\ & \frac{\partial}{\partial \alpha_i} \sum_{k=1}^{n} g_k \lambda_k + \\ & \int_0^{l_i} [Q_i - Q_{0i}] \frac{\partial}{\partial \beta_i}(\gamma_i) dx = 0; \\ & \beta_i (i = 0 \div n) \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Giải hệ (4), ta sẽ nhận được các ẩn cần tìm là α_i, β_i, và λ_k.

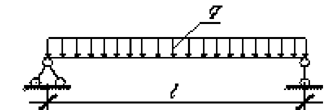
KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN

1. Dầm hai đầu ngàm

Xác định nội lực và chuyển vị của dầm siêu tĩnh trình bày ở hình 1a. Chiều dài dầm l, độ cứng uốn EJ không đổi, tải phân bố đều q.



Hình 1a. Dầm cần tính



Hình 1b. Dầm so sánh

Đường độ võng y_1 và Q1 của dầm được tìm theo hàm đa thức:

$$\left.\begin{aligned} & y_1 = a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \\ & a_4 x^4 + a_5 x^5 \\ & Q_1 = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + \\ & b_3 x^3 + b_4 x^4 \end{aligned}\right\} \quad (a)$$

Các hệ số $a_i (i = 1 \div 5)$, $b_i (b = 0 \div 4)$ là các ẩn cần xác định. Hàm   cần thỏa mãn thêm các điều kiện ràng buộc sau: Điều kiện góc xoay tại ngàm ở hai đầu và chuyển vị tại đầu phải dầm bằng không:

$$\left.\begin{aligned} & g_1 = \frac{dy_1}{dx} - \frac{\alpha}{GF} Q_1 \Big|_{x=0} = 0 \\ & g_2 = y\big|_{x=l1} = 0 \\ & g_3 = \frac{dy_1}{dx} - \frac{\alpha}{GF} Q_1 \Big|_{x=l1} = 0 \end{aligned}\right\} \quad (b)$$

Biến dạng uốn χ_1 và biến dạng trượt χ_1 của dầm bằng:

$$\begin{aligned} & \chi_1 = -\frac{d^2 y_1}{dx^2} + \frac{\alpha}{GF} \frac{dQ_1}{dx}; \\ & \gamma_1 = \frac{dy_1}{dx} - \frac{\alpha Q_1}{GF} \end{aligned} \quad (c)$$

Mô men uốn của dầm bằng:

$$\begin{aligned} & M_1 = EJ\chi_1 = \\ & EJ\left[-\frac{d^2 y_1}{dx^2} + \frac{\alpha}{GF} \frac{dQ_1}{dx}\right] \end{aligned} \quad (d)$$

Chọn dầm tĩnh định cùng chịu lực phân bó đều q làm hệ so sánh (hình 1b).

Momen uốn và lực cắt của dầm so sánh xác định theo công thức :

$$\left.\begin{aligned} & M_0 = \frac{ql}{2} x - \frac{q}{2} x^2 \\ & Q_0 = \frac{ql}{2} - qx \end{aligned}\right\} \quad (e)$$

Hai phản lực gối tựa trái R_{0t} và phải R_{0p} của dầm so sánh không có tác dụng lên dầm cần tính, cho nên từ biểu thức (1) lượng cưỡng bức Z của dầm được viết như sau

$$\begin{aligned} & Z = \int_0^{l1} (EJ\chi_1 - \frac{qlx}{2} + \frac{qx^2}{2})\chi_1 + \\ & \int_0^{l1} (Q_1 - \frac{ql}{2} + qx)\gamma_1 \rightarrow Min \end{aligned} \quad (f)$$

Khi tìm cực tiểu của Z còn phải thỏa mãn điều kiện ràng buộc (b) cho nên, theo phương pháp thừa số Lagrange, viết phiếm hàm mở rộng:

$$F = Z + \sum_{k=1}^{3} \lambda_k g_k \rightarrow Min \quad (g)$$

Ở đây $\lambda_k (k = 1, 2, 3)$ là các thừa số Lagrange cũng là các ẩn của bài toán, Z xác định theo (g). Từ điều kiện cực tiểu của biểu thức (g) ta nhận được hệ phương trình sau:

$$\left.\begin{aligned} & h_i = \int_0^{l1} [M_1 - M_{01}] \frac{\partial}{\partial a_i}(\chi_1) dx + \\ & \frac{\partial}{\partial a_i} \sum_{k=1}^{3} g_k \lambda_k = 0; \quad a_i (i = 1 \div 5) \\ & f_i = \int_0^{l1} [M_1 - M_{01}] \frac{\partial}{\partial b_i}(\chi_1) dx + \\ & \frac{\partial}{\partial a_i} \sum_{k=1}^{3} g_k \lambda_k + \\ & \int_0^{l1} [Q_1 - Q_{01}] \frac{\partial}{\partial b_i}(\gamma_1) dx = 0; \\ & b_i (i = 0 \div 4) \end{aligned}\right\} \quad (h)$$

Giải hệ phương trình (h) gồm 13 phương trình $a_i (i = 1 \div 5)$; $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, $a_i (i = 1 \div 5)$ và ta tìm được 13 ẩn số. Từ đó tìm được:

- Hàm đường độ võng của dầm cần tính

$$y(x) = \frac{1}{10000000} \frac{ql^3}{EJ} x + \frac{ql^2}{24EJ} x^2 - \frac{ql}{12EJ} x^3 + \frac{q}{24EJ} x^4$$

- Tại x=0.5*l có: $y(x)_{\max} = \dfrac{ql^4}{384EJ}$

- Tại x=0.5*l có:

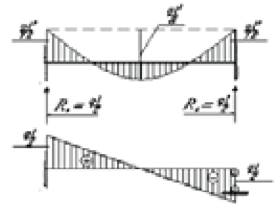
- Hàm momen uốn và hàm lực cắt của dầm cần tính

$$M(x) = -\frac{ql^2}{12} + \frac{ql}{2} x - \frac{q}{2} x^2$$

- Hàm lực cắt của dầm cần tính

$$Q(x) = \frac{ql}{2} - qx$$

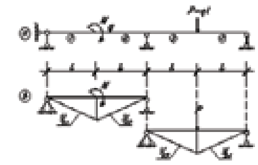
- Biểu đồ mômen uốn và lực cắt trong trường hợp không xét biến dạng trượt có dạng như, hình 2.



Hình 2. Biểu đồ M và Q của dầm hai đầu ngàm

2. Dầm liên tục hai nhịp

Xác định nội lực và chuyển vị của dầm liên tục hai nhịp, độ cứng uốn EJ=Const, chịu tải M và P như hình 3. Tiết diện dầm chữ nhật, có chiều cao h, hệ số ứng suất trượt $\alpha = 1.2$.



Hình 3. Dầm liên tục hai nhịp

Chia dầm thành bốn đoạn với các đoạn có chiều dài tương ứng là $l_1 = l_2 = l_3 = l_4 = l/2$.

Giả thiết đường độ võng y_1, y_2, y_3, y_4 và đường lực cắt Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, của dầm có dạng đa thức như sau:

$$\left.\begin{aligned}
y_1 &= a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4;\\
Q_1 &= b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3\\
y_2 &= c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 + c_4x^4;\\
Q_2 &= d_0 + d_1x + d_2x^2 + d_3x^3\\
y_3 &= e_1x + e_2x^2 + e_3x^3 + e_4x^4;\\
Q_3 &= i_0 + i_1x + i_2x^2 + i_3x^3\\
y_4 &= v_0 + v_1x + v_2x^2 + v_3x^3 + v_4x^4\\
Q_4 &= w_0 + w_1x + w_2x^2 + w_3x^3
\end{aligned}\right\} \quad (a)$$

Trong đó: $a_i(i=1\div4)$, $b_i(i=0\div3)$, $c_i(i=0\div4)$, $d_i(i=0\div3)$, $e_i(i=1\div4)$, $i_i(i=0\div3)$, $v_i(i=0\div4)$, $w_i(i=0\div3)$,

là các ẩn của bài toán. Biến dạng trượt $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$; góc xoay $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$; biến dạng uốn $\chi_1, \chi_2, \chi_3, \chi_4$, và momen uốn $M_{x1}, M_{x2}, M_{x3}, M_{x4}$, tương ứng với các đoạn 1, 2, 3 và 4, cụ thể là:

$$\gamma_i = \frac{\alpha Q_i}{GF};$$

$$\theta_i = \frac{dy_i}{dx} - \gamma_i = \frac{dy_i}{dx} - \frac{\alpha Q_i}{GF}; \quad \text{với}$$

$(i=1\div4)$

$$\chi_i = -\frac{d^2y_i}{dx^2} + \frac{\alpha}{GF}\frac{dQ_i}{dx};$$

$$M_{xi} = -EJ\chi_i = EJ\left(-\frac{d^2y_i}{dx^2} + \frac{\alpha}{GF}\frac{dQ_i}{dx}\right)$$

Trong đó: α là hệ số xét sự phân bố không đều của ứng suất cắt tại trục dầm; $GF = \frac{E}{2}F = \frac{6EJ}{h^2}$ GF là độ cứng cắt của dầm

Chọn hai dầm tĩnh định chịu mômen tập trung M và lực tập trung P làm hệ so sánh tương ứng cho hai nhịp của dầm liên tục cần tính (hình 4b).

Mômen uốn và lực cắt của hai dầm so sánh xác định theo công thức:

$$\left.\begin{aligned}
M_{01} &= \frac{-Mx}{(l_1+l_2)}; M_{02} = \frac{-M(l_2-x)}{(l_1+l_2)}\\
Q_{01} &= \frac{-M}{(l_1+l_2)}; Q_{02} = \frac{-M}{(l_1+l_2)};\\
M_{03} &= \frac{Pl_4x}{(l_3+l_4)}; M_{04} = \frac{Pl_3(l_4-x)}{(l_3+l_4)};\\
Q_{03} &= \frac{Pl_4}{(l_3+l_4)}; Q_{04} = \frac{-Pl_3}{(l_3+l_4)};
\end{aligned}\right\} \quad (b)$$

Phản lực gối tựa trái R_{0t} và gối tựa phải R_{0f} của hai dầm so sánh không gây mô men lên dầm liên tục cần tính, cho nên từ biểu thức (1) lượng cưỡng bức Z của dầm được viết như sau:

$$\left.\begin{aligned}
Z &= \int_0^{l1}\left(EJ\chi_1 + \frac{Mx}{(l_1+l_2)}\right)\chi_1dx\\
&+ \int_0^{l1}\left(Q_1 + \frac{M}{(l_1+l_2)}\right)\gamma_1dx +\\
&+ \int_0^{l2}\left(EJ\chi_2 + \frac{M(l_2-x)}{(l_1+l_2)}\right)\chi_2dx\\
&+ \int_0^{l2}(Q_2 + \frac{M}{(l_1+l_2)})\gamma_2dx +\\
&+ \int_0^{l3}\left(EJ\chi_3 - \frac{Pl_4x}{(l_3+l_4)}\right)\chi_3dx +\\
&\int_0^{l3}\left(Q_3 - \frac{Pl_4}{(l_3+l_4)}\right)\gamma_3dx +\\
&+ \int_0^{l4}\left(EJ\chi_4 - \frac{Pl_3(l_4-x)}{(l_3+l_4)}\right)\chi_4dx\\
&+ \int_0^{l4}\left(Q_4 + \frac{Pl_3}{(l_3+l_4)}\right)\gamma_4dx
\end{aligned}\right\} \to Min \quad (c)$$

Hàm độ võng y_i phải thoả mãn các điều kiện ràng buộc sau:

$$\left.\begin{aligned}
&g_1 = EJ\left(-\frac{d^2y_1}{dx^2} + \frac{\alpha}{GF}\frac{dQ_1}{dx}\right)\Bigg|_{x=0} = 0;\\
&g_2 = \left(\frac{dy_1}{dx} - \frac{\alpha Q_1}{GF}\right)\Bigg|_{x=l_1} = \left(\frac{dy_2}{dx} - \frac{\alpha Q_2}{GF}\right)\Bigg|_{x=0}\\
&g_3 = y_1\big|_{x=l_1} = y_2\big|_{x=0}; \quad g_4 = y_2\big|_{x=l_2} = 0;\\
&g_5 = \left(\frac{dy_2}{dx} - \frac{\alpha Q_2}{GF}\right)\Bigg|_{x=l_2} = \left(\frac{dy_3}{dx} - \frac{\alpha Q_3}{GF}\right)\Bigg|_{x=0}\\
&g_6 = \left(\frac{dy_3}{dx} - \frac{\alpha Q_3}{GF}\right)\Bigg|_{x=l_3} = \left(\frac{dy_4}{dx} - \frac{\alpha Q_4}{GF}\right)\Bigg|_{x=0};\\
&g_7 = y_3\big|_{x=l3} = y_4\big|_{x=0}; g_8 = y_4\big|_{x=l_4} = 0\\
&g_9 = EJ\left(-\frac{d^2y_4}{dx^2} + \frac{\alpha}{GF}\frac{dQ_4}{dx}\right)\Bigg|_{x=l4} = 0
\end{aligned}\right\} \quad (d)$$

Đưa bài toán tìm cực trị (c) với các ràng buộc (d) về bài toán cực trị không ràng buộc bằng cách xây dựng phiếm hàm mở rộng Lagrange F như sau:

$$F = Z + \sum_{k=1}^{9}\lambda_k g_k \to Min \qquad (e)$$

với $\lambda_k(k=1\div9)$ là các thừa số Lagrange cũng là các ẩn của bài toán. Như vậy có tổng cộng 41 ẩn (4 hệ số a_i, 4 hệ số b_i, 4 hệ số c_i, 4 hệ số d_i, 4 hệ số e_i 4 hệ số i_i, 4 hệ số v_i, 4 hệ số w_i và 9 thừa số λ_i).

Phương pháp nguyên lý cực trị Gauss xem các biến dạng uốn là độc lập với mômen tác dụng cho nên điều kiện cực trị của phiếm hàm mở rộng F là:

$$\left.\begin{aligned}
&h_i = \int_0^{l_1}[M_{x1} - M_{01}]\frac{\partial}{\partial a_i}(\chi_1)dx + \frac{\partial}{\partial a_i}\sum_{k=1}^{9}(g_k\lambda_k) = 0; \quad a_i(i=1,2,3,4)\\
&f_i = \int_0^{l_1}[M_{x1} - M_{01}]\frac{\partial}{\partial b_i}(\chi_1)dx + \frac{\partial}{\partial b_i}\sum_{k=1}^{9}(g_k\lambda_k) + \int_0^{l1}[Q_1 - Q_{01}]\frac{\partial}{\partial b_i}(\gamma_1)dx = 0;\\
&b_i(i=0,1,2,3)\\
&k_i = \int_0^{l_2}[M_{x2} - M_{02}]\frac{\partial}{\partial c_i}(\chi_2)dx + \frac{\partial}{\partial c_i}\sum_{k=1}^{9}(g_k\lambda_k) = 0;\\
&c_i(i=0,1,2,3,4)\\
&t_i = \int_0^{l_2}[M_{x2} - M_{02}]\frac{\partial}{\partial d_i}(\chi_2)dx + \frac{\partial}{\partial d_i}\sum_{k=1}^{9}(g_k\lambda_k) + \int_0^{l2}[Q_2 - Q_{02}]\frac{\partial}{\partial d_i}(\gamma_2)dx = 0;\\
&d_i(i=0,1,2,3)
\end{aligned}\right\} \quad (f)$$

$$\left.\begin{aligned}
&h_{3i} = \int_0^{l_3}[M_{x3} - M_{03}]\frac{\partial}{\partial e_i}(\chi_3)dx + \frac{\partial}{\partial e_i}\sum_{k=1}^{9}(g_k\lambda_k) = 0; \quad e_i(i=1,2,3,4)\\
&f_{3i} = \int_0^{l_3}[M_{x3} - M_{03}]\frac{\partial}{\partial i_i}(\chi_3)dx + \frac{\partial}{\partial i_i}\sum_{k=1}^{9}(g_k\lambda_k) + \int_0^{l3}[Q_3 - Q_{03}]\frac{\partial}{\partial i_i}(\gamma_3)dx = 0;\\
&i_i(i=0,1,2,3)\\
&k_{4i} = \int_0^{l_4}[M_{x4} - M_{04}]\frac{\partial}{\partial v_i}(\chi_4)dx + \frac{\partial}{\partial v_i}\sum_{k=1}^{9}(g_k\lambda_k) = 0; v_i(i=0,1,2,3,4)\\
&t_{4i} = \int_0^{l_4}[M_{x4} - M_{04}]\frac{\partial}{\partial w_i}(\chi_4)dx + \frac{\partial}{\partial w_i}\sum_{k=1}^{9}(g_k\lambda_k) + \int_0^{l4}[Q_4 - Q_{04}]\frac{\partial}{\partial w_i}(\gamma_4)dx = 0;\\
&w_i(i=0,1,2,3)
\end{aligned}\right\} \quad (f)$$

nhận được 41 phương trình bậc nhất để xác định 41 ẩn số. Giải các phương trình trên ta nhận được kết quả tính đường độ võng y_i, moomen uốn Mi và lực cắt Q_i như sau:

$$y_1(x) = -0.0677\frac{ql^3}{EJ}x + 0.1927\frac{ql}{EJ}x^3$$

$$y_2(x) = -0.0098\frac{ql^4}{EJ} + 0.0768\frac{ql^3}{EJ}x - 0.2109\frac{ql^2}{EJ}x^2 + 0.1927\frac{ql}{EJ}x^3$$

$$y_3(x) = 0.0104\frac{ql^3}{EJ}x + 0.0781\frac{ql^2}{EJ}x^2 - 0.1094\frac{ql}{EJ}x^3$$

$$y_4 = 0.0111\frac{ql^4}{EJ} + 0.0065\frac{ql^3}{EJ}x - 0.0859\frac{ql^2}{EJ}x^2 + 0.0573\frac{ql}{EJ}x^3$$

$M_{1x} = -1.1562qlx$; $Q_{1x} = -1.1562ql$

$M_{2x} = 0.4219ql^2 - 1.1562qlx$;

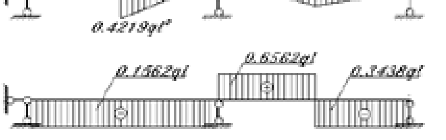
$Q_{2x} = -1.1562ql$

$M_{3x} = -0.1562ql^2 + 0.6562qlx$;

$Q_{3x} = 0.6562ql$

$M_{4x} = 0.1719ql^2 - 0.3438qlx$;

$Q_{4x} = -0.3438ql$



Hình 7. Biểu đồ M và Q

Việc xác định nội lực và chuyển vị của kết cấu chịu uốn đã được nhiều tác giả quan tâm nghiên cứu

KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

Tác giả đã xây dựng được phương pháp so sánh để nghiên cứu nội lực và chuyển vị của hệ dầm có xét đến biến dạng trượt ngang do lực cắt Q gây ra. Cách đặt bài toán đơn giản và nhận được kết quả chính xác. Khi không kể đến biến dạng trượt ngang nhận được kết quả trùng khớp với kết quả giải bằng các phương pháp khác. Bài toán xác định nội lực và chuyển vị của hệ dầm có xét đến biến dạng trượt ngang tỏ ra rất đơn giản vì có thể so sánh cả hệ phức tạp với một hệ đơn giản. Hiệu quả của cách làm này càng cao khi hệ cần xét càng phức tạp. Phương pháp giải bài toán kết cấu bằng cách sử dụng hệ so sánh mở ra khả năng nhận được dữ liệu thực nghiệm của một kết cấu từ việc nghiên cứu thực nghiệm kết cấu khác - một phương pháp mới và có hiệu quả.

Đây là một phương pháp mới và đúng nên có thể dùng nó như một công cụ phục vụ công tác giảng dạy và học tập. Phương pháp cho phép nhận được giữ liệu thực nghiệm từ việc thực nghiệm kết cấu khác nên có thể ứng dụng trong việc xây dựng mô hình mô phỏng. Dùng lý thuyết đã xây dựng ở trên để nghiên cứu nội lực và chuyển vị của các kết cấu chịu uốn khác như tấm, vỏ vv...có xét đến biến dạng trượt ngang do lực cắt Q gây ra.

Tài liệu tham khảo:

1. Hà Huy Cương (2005), *Phương pháp nguyên lý cực trị Gauss, TC Khoa học và kỹ thuật*, IV/Tr.112-118.
2. Đoàn Văn Duẩn (2011), *Nghiên cứu ổn định đàn hồi của thanh và hệ thanh có xét đến biến dạng trượt*, Luận án Tiến sĩ kỹ thuật, Hà nội.
3. Vũ Thanh Thủy (2009), *Xây dựng bài toán dầm khi xét đầy đủ hai thành phần nội lực momen và lực cắt*. Tạp chí Xây dựng số 4.
4. Киселев В.А.Строительная механика – Специальный курс. Стройздат, Москва,1969.
5. Stephen P.Timoshenko-Jame M.Gere, *Theory of elastic stability*, McGraw-Hill Book Company, Inc, New york – Toronto – London 1961, 541 Tr.
6. Klaus – Jurgen Bathe, *Finite Element procedures. Part one*, Prentice – Hall International, Inc 1996, 484 trang.
7. O.C. Zienkiewicz-R.L. Taylor, *The finite element method (four edition-1991) Volume 2*, McGraw-Hill Book Company, Inc, 807 trang.
8. William T. Thomson, Professor Emeritus, *Theory of Vibration with Applications-four*. Edition, 1993.