



# TỔNG QUAN VỀ ỨNG DỤNG HỌC MÁY VÀ HỌC SÂU TRONG PHÂN TÍCH PHẦN TỬ HỮU HẠN CHO MÔ HÌNH HÓA VÀ MÔ PHỎNG KẾT CẤU

OVERVIEW OF MACHINE LEARNING AND DEEP LEARNING APPLICATIONS IN FINITE ELEMENT ANALYSIS FOR STRUCTURAL MODELING AND SIMULATION

Ths. Trần Nguyễn Hoàng Uyên<sup>1a</sup>; Ths. Tô Hương Chi<sup>2b</sup>

**Tóm tắt:** Sự tích hợp của học máy (ML) và học sâu (DL) vào phân tích phần tử hữu hạn (FEA) đang trở thành xu hướng nổi bật, vừa giải quyết thách thức tính toán vừa mở ra những hướng nghiên cứu mới trong cơ học tính toán. Bài báo này trình bày một tổng quan toàn diện về vai trò của ML và DL trong việc nâng cao FEA ở các giai đoạn tiền xử lý, giải thuật và hậu xử lý. Các phương pháp như mô hình surrogate, mô hình vật liệu dựa trên dữ liệu và mạng thần kinh thông tin vật lý (PINN) được xác định là mang tính đột phá, có khả năng giảm chi phí tính toán, xử lý bất định và hỗ trợ phân tích ngược. Phần thảo luận so sánh giữa các phương pháp ML/DL và FEM truyền thống chỉ ra những ưu điểm và hạn chế. Định hướng tương lai bao gồm phát triển mô hình lai, khung định lượng bất định mạnh mẽ và bộ giải dựa trên dữ liệu hiệu năng cao. Kết quả nghiên cứu cho thấy ML và DL sẽ giữ vai trò then chốt trong quá trình phát triển thế hệ mới của cơ học tính toán.

**Từ khóa:** Phân tích phần tử hữu hạn, Học máy, Học sâu, Mô hình thay thế, PINN, Cơ học tính toán.

**Abstract:** The integration of Machine Learning (ML) and Deep Learning (DL) into Finite Element Analysis (FEA) has emerged as a prominent trend, addressing computational challenges while opening new research directions in computational mechanics. This article presents a comprehensive review of the role of ML and DL in enhancing FEA across preprocessing, solving, and post-processing stages. Surrogate modeling, data-driven material modeling, and Physics-Informed Neural Networks (PINNs) are identified as breakthroughs with capability of reducing computational costs, managing uncertainty, and enabling inverse analysis. A comparative discussion between ML/DL

approaches and traditional FEM highlights both advantages and limitations. Future perspectives include the development of hybrid models, robust uncertainty quantification frameworks, and high performance data-driven solvers. The findings suggest that ML and DL will play a pivotal role in the evolution of next-generation computational mechanics.

**Keywords:** Finite Element Analysis, Machine Learning, Deep Learning, Surrogate Models, Physics-Informed Neural Networks (PINN), Computational Mechanics.

Nhận bài ngày 8/6/2025, chỉnh sửa ngày 20/7/2025, chấp nhận đăng ngày 23/8/2025.

## 1. MỞ ĐẦU

Phân tích phần tử hữu hạn (Finite Element Analysis – FEA) từ lâu đã trở thành một công cụ cơ bản trong cơ học tính toán và kỹ thuật ứng dụng. Phương pháp này cho phép giải quyết các bài toán cơ học phức tạp liên quan đến biến dạng, ứng suất, dao động, truyền nhiệt và nhiều hiện tượng vật lý khác thông qua việc rời rạc hóa miền liên tục thành các phần tử hữu hạn. Trong hơn nửa thế kỷ qua, FEA đã đóng góp to lớn trong thiết kế kỹ thuật, từ hàng không, xây dựng, ô tô đến cơ học vật liệu tiên tiến. Tuy nhiên, đi cùng với khả năng mô hình hóa chi tiết là thách thức về chi phí tính toán, đặc biệt khi kích thước mô hình tăng lên, hoặc khi yêu cầu phân tích xác suất, phân tích ngẫu nhiên, và tối ưu hóa ngược được đặt ra.

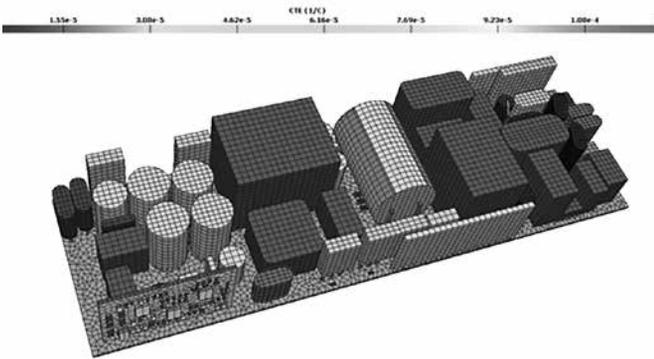
Trong bối cảnh đó, sự phát triển mạnh mẽ của học máy (Machine Learning – ML) và học sâu (Deep Learning – DL) trong hai thập kỷ gần đây đã mở ra cơ hội mới cho cơ học tính toán. ML/DL vốn đã chứng minh hiệu quả vượt trội trong xử lý dữ liệu

(1,2) Khoa Kỹ thuật công trình, Trường Đại học Tôn Đức Thắng  
Email: (a) trannguyenhoanguyen@tdtu.edu.vn; (b) tohuongchi@tdtu.edu.vn

lớn, nhận dạng mẫu, dự đoán phi tuyến và xây dựng mô hình thay thế (surrogate models). Khi áp dụng vào FEA, ML/DL có thể giảm tải khối lượng tính toán thông qua việc xấp xỉ nghiệm, dự đoán nhanh các đại lượng quan tâm, hỗ trợ xây dựng mô hình vật liệu phi tuyến, và thậm chí thay thế một phần quy trình giải truyền thống bằng phương pháp dựa trên dữ liệu.

Một trong những điểm nổi bật là sự xuất hiện của mạng thần kinh thông tin vật lý (Physics-Informed Neural Networks – PINNs), cho phép giải trực tiếp các phương trình đạo hàm riêng (PDEs) mà không cần rời rạc hóa miền như FEM. Cách tiếp cận này mở ra triển vọng về các bộ giải thể hệ mới, không dựa hoàn toàn vào lưới phần tử, đồng thời có khả năng xử lý linh hoạt các bài toán biên ngược và bất định.

Mục tiêu của bài báo này là cung cấp một cái nhìn tổng quan học thuật, phân tích vai trò của ML/DL trong việc nâng cao FEM, chỉ ra các hướng tiếp cận nổi bật, so sánh với phương pháp truyền thống, và đưa ra triển vọng cho tương lai. Bài báo tập trung vào ba giai đoạn chính: tiền xử lý, giải thuật và hậu xử lý. Ngoài ra, bài viết còn bàn luận về hạn chế hiện tại, thách thức kỹ thuật và cơ hội nghiên cứu mở.



*Phân tích phần tử hữu hạn (Finite Element Analysis – FEA) từ lâu đã trở thành một công cụ cơ bản trong cơ học tính toán và kỹ thuật ứng dụng*

**2. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU**

- Thu thập dữ liệu: Dữ liệu nghiên cứu được thu thập chủ yếu từ các nguồn tài liệu học thuật có uy tín như Scopus, Web of Science, IEEE Xplore, ScienceDirect và SpringerLink. Các công trình được chọn lọc bao gồm bài báo khoa học, báo cáo kỹ thuật, và một số tài liệu tổng quan trong những năm gần đây nhằm đảm bảo tính cập nhật.

- Xử lý và tổng hợp phân tích dữ liệu: Các tài liệu thu thập được tiến hành phân loại theo ba giai đoạn của FEA (tiền xử lý, giải thuật, hậu xử lý) và theo loại mô hình ML/DL (ANN, CNN, GAN, GPR, PINN, v.v.). Quá trình phân tích tập trung vào việc đánh giá theo các tiêu chí về độ chính xác, chi phí tính toán, khả năng mở rộng và phạm vi ứng dụng.

- Tổng hợp bằng phương pháp phân tích định tính, kết hợp với một số thống kê mô tả (số lượng nghiên cứu, tần suất áp dụng mô hình, xu hướng xuất bản). Các công cụ hỗ trợ bao gồm Excel và VOSviewer để lập bản đồ trích dẫn và phân tích xu hướng nghiên cứu.

**3. CƠ SỞ LÝ LUẬN VÀ ỨNG DỤNG CỦA TÍCH HỢP HỌC MÁY VÀ HỌC SÂU VỚI PHÂN TÍCH PHẦN TỬ HỮU HẠN FEM**

**3.1. Khái quát về học máy và học sâu**

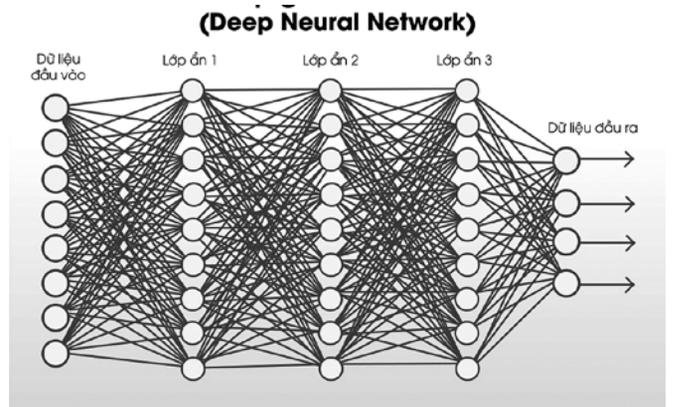
Học máy là lĩnh vực của trí tuệ nhân tạo tập trung vào phát triển các thuật toán có khả năng học hỏi từ dữ liệu và đưa ra dự đoán mà không cần lập trình tường minh. Trong cơ học tính toán, các thuật toán hồi quy, phân loại, mạng nơ-ron nhân tạo (ANN), và máy vector hỗ trợ (SVM) được áp dụng rộng rãi cho việc xây dựng mô hình thay thế.

Học sâu, một nhánh của học máy, khai thác các mạng nơ-ron nhiều tầng (deep neural networks) nhằm tự động học đặc trưng và mô hình hóa các quan hệ phi tuyến phức tạp. Nhờ vào GPU và tính toán song song, DL đã trở thành công cụ hiệu quả để xử lý dữ liệu có độ phức tạp cao như hình ảnh, tín hiệu, và trong bối cảnh FEM - dữ liệu trường ứng suất/biến dạng.

**3.2. Tổng quan về FEM trong cơ học tính toán**

FEM là phương pháp số dựa trên ý tưởng rời rạc hóa miền liên tục thành các phần tử nhỏ, trên đó trường biến dạng và ứng suất được xấp xỉ bằng các hàm dạng. Việc giải FEM truyền thống bao gồm ba giai đoạn: (i) tiền xử lý (tạo lưới, định nghĩa vật liệu, điều kiện biên), (ii) giải hệ phương trình tuyến tính hoặc phi tuyến thu được, (iii) hậu xử lý (xây dựng trường ứng suất/biến dạng và trích xuất đại lượng quan tâm).

Dù FEM đã đạt độ chính xác cao, song khi áp dụng cho các bài toán phi tuyến mạnh, mô phỏng đa tỷ lệ hoặc yêu cầu số lượng mô phỏng lớn trong phân tích bất định, chi phí tính toán trở thành rào cản. Đây là lý do các mô hình dựa trên ML/DL được quan tâm nhằm giảm thiểu độ phức tạp.



*Ứng dụng học máy và học sâu trong phân tích phần tử hữu hạn cho mô hình hóa và mô phỏng kết cấu*

**3.3. Hạn chế của FEM và vai trò bổ trợ của ML/DL**

FEM tồn tại một số hạn chế sau: Chi phí tính toán lớn, các mô hình lớn với hàng triệu bậc tự do đòi hỏi siêu máy tính hoặc cụm HPC; Khó khăn trong phân tích ngẫu nhiên, Phương pháp Monte Carlo yêu cầu số lượng mô phỏng FEM rất lớn để định lượng bất định, dẫn đến chi phí khổng lồ; Khó khăn trong xây dựng mô hình vật liệu phi tuyến, việc xác định thông số vật liệu phi tuyến phức tạp thường đòi hỏi thử nghiệm thực nghiệm tốn kém; Khó giải bài toán ngược, FEM truyền thống thường khó giải các bài toán tìm tham số đầu vào từ dữ liệu quan sát.

*ML/DL mang lại một số vai trò bổ trợ:* Mô hình thay thế (Surrogate models), xấp xỉ quan hệ đầu vào–đầu ra để giảm số lần chạy FEM; Mô hình hóa vật liệu dựa trên dữ liệu, học trực tiếp từ dữ liệu thử nghiệm, thay vì giả thiết hàm hiển pháp; Giải PDE bằng PIN, loại bỏ nhu cầu rời rạc hóa miền; Hậu xử lý nâng cao, GAN và CNN có thể tái tạo trường ứng suất từ dữ liệu thưa

**3.4. Ứng dụng của ML/DL trong các giai đoạn FEA**

**Giai đoạn tiền xử lý:** Trong giai đoạn này, ML/DL hỗ trợ sinh lưới tự động, CNN và GNN có thể học cách tạo lưới tối ưu dựa trên hình học phức tạp; Dự đoán tham số vật liệu, ML học từ dữ liệu thí nghiệm để dự đoán thông số mô hình phi tuyến.

**Giai đoạn giải thuật:** Ứng dụng nổi bật bao gồm, mô hình thay thế cho solver, ANN và Gaussian Process Regression (GPR) thay thế một số bước giải trực tiếp; PINN-giải PDE mà không cần lưới, hữu ích trong bài toán biên ngược và bất định; Mô phỏng đa tỷ lệ, ML kết nối mô hình vi mô và vĩ mô nhanh hơn FEM truyền thống.

**Giai đoạn hậu xử lý:** ML/DL giúp khôi phục trường ứng suất/biến dạng từ dữ liệu đo đạc thưa; GANs-sinh ảnh trường ứng suất với độ phân giải cao từ dữ liệu FEM thưa; Giảm kích thước dữ liệu, Autoencoders nén dữ liệu FEM khổng lồ phục vụ phân tích ngẫu nhiên.

**4. KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN (Results and Discussion)**

**FEM vs ML/DL: FEM:** chính xác, dựa trên cơ sở vật lý vững chắc, nhưng chi phí cao. ML/DL: tính toán nhanh, hiệu quả trong bài toán lặp đi lặp lại, nhưng phụ thuộc vào dữ liệu và khó đảm bảo tính tổng quát.

**PINN vs FEM:** PINN, không cần lưới, linh hoạt trong xử lý biên ngược, nhưng yêu cầu dữ liệu huấn luyện chất lượng. FEM, ổn định, phổ biến trong công nghiệp, nhưng khó áp dụng cho bài toán ngẫu nhiên quy mô lớn.

**Hạn chế và triển vọng:** ML/DL cần lượng dữ liệu huấn luyện lớn và thường thiếu minh bạch (black-box). Triển vọng nằm ở các mô hình lai FEM–DL, vừa tận dụng cơ sở vật lý FEM, vừa tăng tốc bằng DL.

Dựa vào việc so sánh FEM, ML/DL và PINNs cũng làm sáng tỏ ưu thế và hạn chế tương đối của từng phương pháp, từ đó đưa ra góc nhìn cân bằng giữa độ chính xác, chi phí tính toán và tính ứng dụng. Bài báo cung cấp cái nhìn toàn diện về hiện trạng tích hợp ML/DL vào FEA mà còn đưa ra khung phân loại theo ba giai đoạn, giúp hệ thống hóa kiến thức một cách rõ ràng. Ngoài ra, bài viết nhấn mạnh vai trò đặc biệt của các mô hình thế hệ mới như mạng thần kinh thông tin vật lý (PINNs), vốn có thể thay đổi cách tiếp cận truyền thống trong việc giải các phương trình đạo hàm riêng.

Bài báo đã hệ thống hóa những ứng dụng nổi bật của học máy (ML) và học sâu (DL) trong phân tích phần tử hữu hạn (FEA), tập trung vào ba giai đoạn quan trọng: tiền xử lý, giải thuật và hậu xử lý. Các kết quả tổng quan cho thấy ML/DL có khả năng giảm chi phí tính toán, tăng tốc quá trình giải, đồng thời mở ra hướng tiếp cận mới trong mô hình hóa vật liệu phi tuyến, xử lý bài toán biên ngược và phân tích bất định. Ý nghĩa khoa học của nghiên cứu nằm ở việc chứng minh tiềm năng

của ML/DL như một công cụ bổ trợ hiệu quả cho FEM truyền thống, trong khi ý nghĩa thực tiễn thể hiện ở khả năng áp dụng vào các ngành kỹ thuật yêu cầu mô phỏng phức tạp, từ hàng không, xây dựng, đến năng lượng và vật liệu tiên tiến.



*Ứng dụng vào kỹ thuật công nghiệp như hàng không, cơ khí, năng lượng tái tạo*

**5. KẾT LUẬN (Conclusion)**

Bài báo đã tổng quan các ứng dụng ML/DL trong FEA, từ tiền xử lý, giải thuật đến hậu xử lý. Các kết quả cho thấy ML/DL không chỉ là công cụ bổ trợ mà còn có thể thay thế một phần quy trình FEM trong tương lai. Tuy nhiên, thách thức vẫn tồn tại, bao gồm tính minh bạch, độ tin cậy, và nhu cầu dữ liệu lớn.

Trong tương lai, hướng nghiên cứu cần tập trung vào: Mô hình lai FEM–DL để đảm bảo vừa nhanh vừa chính xác. Định lượng bất định tích hợp trong ML/DL nhằm tăng độ tin cậy. Ứng dụng vào kỹ thuật công nghiệp như hàng không, cơ khí, năng lượng tái tạo. Khai thác HPC và tính toán song song để huấn luyện ML/DL quy mô lớn.

Kết luận chung là ML/DL sẽ đóng vai trò nền tảng trong sự phát triển thế hệ mới của cơ học tính toán, đồng thời mở rộng không gian ứng dụng vượt ra ngoài giới hạn của FEM truyền thống.

**Tài liệu tham khảo:**

1. G. E. Hinton, S. Osindero, and Y.-W. The. (2006) "A fast learning algorithm for deep belief nets," Neural Comput., vol. 18, no. 7, pp. 1527–1554.
2. M. Raissi, P. Perdikaris, and G. E. Karniadakis, "Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear PDEs," J. Comput. Phys., vol. 378, pp. 686–707, 2019.
3. A. Fukushima. (1980) "Neocognitron: A self-organizing neural network model for a mechanism of pattern recognition unaffected by shift in position," Biol. Cybern., vol. 36, no. 4, pp. 193–202.
4. H. P. Kirchdoerfer and M. Ortiz. (2016) "Data-driven computational mechanics," Compute. Methods Appl. Mech. Eng., vol. 304, pp. 81–101.
5. J. Schmidhuber. (2015) "Deep learning in neural networks: An overview," Neural Netw., vol. 61, pp. 85–117.