

ỨNG DỤNG VẬN TRÙ HỌC TRONG KIỂM THỬ HỆ THỐNG QUẢN LÝ SINH VIÊN

Đào Thị Hương

Khoa Công nghệ thông tin

Email: huongdt83@dhhp.edu.vn

Ngày nhận bài: 10/3/2025

Ngày PB đánh giá: 24/3/2025

Ngày duyệt đăng: 05/5/2025

Tóm tắt: Hệ thống quản lý sinh viên (*Student Management System - SMS*) đóng vai trò quan trọng trong việc quản lý và theo dõi thông tin sinh viên của các cơ sở giáo dục đại học. Nó không chỉ tác động trực tiếp đến trải nghiệm học tập của sinh viên mà còn ảnh hưởng đến hiệu suất hoạt động của nhà trường. Vận trù học (*Operations Research - OR*) là một ngành khoa học nghiên cứu các vấn đề thực tế nhằm xác định cách sử dụng tối ưu các nguồn lực hiện có để đạt được các mục tiêu đã định trước thông qua các phép tính toán và công cụ kỹ thuật số. Bài báo này trình bày ứng dụng của OR để tối ưu hóa quy trình kiểm chứng chức năng của hệ thống SMS. Cụ thể, chúng tôi sử dụng Lập trình tuyến tính (*Linear Programming - LP*) để kiểm tra các chức năng: (i) *Đăng ký khóa học* và (ii) *Lập thời khóa biểu*. Hơn thế nữa, chúng tôi cũng so sánh và phân tích kết quả thực nghiệm khi sử dụng OR với các phương pháp kiểm thử truyền thống để làm thấy rõ hơn khả năng ứng dụng của OR trong kiểm chứng các hệ thống phần mềm.

Từ khóa: vận trù học, hệ thống quản lý sinh viên, kiểm thử, lập trình tuyến tính.

APPLICATION OF OPERATIONS RESEARCH IN TESTING STUDENT MANAGEMENT SYSTEM

Abstract: Student Management System (SMS) plays an essential role in manipulating and tracking student information of higher education institutions. It not only directly impacts the learning experience of students but also affects the performance of the university. Operations Research (OR) is a scientific approach which studies practical problems to determine the optimal use of existing resources to achieve predetermined goals by using calculations and digital tools. This article demonstrates on the application of OR to optimize the testing process of the SMS. Specifically, we make use of Linear Programming (LP) to test the functions: (i) *Course registration* and (ii) *Scheduling*. Additionally, we analyze the experimental results and make comparison with traditional testing methods to further explore the applicable capacity of OR in testing software systems.

Keywords: Operations research, SMS, testing, linear programming.

1. Mở đầu

Hệ thống quản lý sinh viên (*Student Management System - SMS*) đóng vai trò quan trọng trong các trường đại học và cơ sở giáo dục, giúp quản lý thông tin sinh viên, quá trình học tập, lịch học và các hoạt động liên quan. Trong số các chức năng cốt lõi, **đăng ký môn học** và **lập thời khóa biểu** là hai chức năng có tính phức tạp cao, liên quan trực tiếp đến trải nghiệm học tập của sinh viên cũng như hiệu

suất hoạt động của nhà trường. Nếu hệ thống không được kiểm thử kỹ lưỡng, có thể xảy ra nhiều vấn đề nghiêm trọng như sinh viên bị trùng lịch học, quá tải hoặc thiếu hụt lớp học do phân bổ tài nguyên không hợp lý, giảng viên bị xếp dạy nhiều lớp cùng một thời điểm, số lượng sinh viên đăng ký vượt quá sức chứa phòng học, v.v. Những lỗi này không chỉ ảnh hưởng đến trải nghiệm của sinh viên mà còn gây gián đoạn hoạt động giảng dạy, làm mất thời gian và nguồn lực của nhà trường khi phải

khắc phục. Vì vậy, kiểm thử hệ thống là một bước bắt buộc để đảm bảo tính chính xác, hiệu quả và ổn định.

Vận trù học (Operations Research - OR) cung cấp các phương pháp tối ưu hóa mạnh mẽ để kiểm thử hệ thống một cách có hệ thống và hiệu quả. Thay vì kiểm thử dựa trên các kịch bản thử nghiệm thủ công hoặc mô phỏng ngẫu nhiên, vận trù học có thể giúp:

- **Xây dựng các mô hình tối ưu hóa** để kiểm thử toàn diện các kịch bản đăng ký môn học và lập thời khoá biểu;

- **Phát hiện xung đột thời gian** trong lịch học một cách tự động;

- **Đánh giá các ràng buộc phức tạp** như số lượng lớp tối đa mà sinh viên có thể đăng ký, số lượng sinh viên trong mỗi lớp, và lịch dạy của giảng viên;

- **Giảm thiểu số lượng test case cần thiết** nhưng vẫn đảm bảo bao phủ đầy đủ các trường hợp lỗi tiềm năng.

Đã có một số nghiên cứu kiểm thử chức năng của hệ thống SMS. Các phương pháp kiểm thử được sử dụng phần nhiều là các phương pháp truyền thống được thực hiện một cách thủ công hoặc bán tự động. Bởi vậy, các phương pháp này được yêu cầu thực thi bởi các chuyên gia, tiêu tốn nhiều thời gian và công sức, đòi hỏi mức độ hiểu biết chuyên sâu về mã nguồn nhưng hiệu quả kiểm thử chưa cao.

Trong nghiên cứu này, chúng tôi tập trung vào tiến trình áp dụng một số kỹ thuật trong vận trù học để tối ưu hoá quá trình kiểm thử hệ thống SMS. Cụ thể, chúng tôi sử dụng lập trình tuyến tính (Linear Programming - LP) để phân tích và kiểm thử các chức năng sau:

(1). **Kiểm thử chức năng đăng ký môn học:**

- Tối ưu hóa quá trình phân bổ sinh viên vào các môn học sao cho không vi phạm các ràng buộc về số lượng môn tối đa, giới hạn số sinh viên trong lớp và thời gian giảng dạy;

- Kiểm tra tính hợp lệ của quá trình đăng ký môn học, đảm bảo sinh viên không bị phân vào các lớp bị trùng thời gian hoặc vượt quá giới hạn tín chỉ.

(2). **Kiểm thử chức năng lập thời khoá biểu:**

- Kiểm tra và phát hiện các xung đột về thời gian giữa các lớp học, giảng viên và phòng học;

- Tìm kiếm các giải pháp lập thời khoá biểu phù hợp và kiểm tra xem hệ thống có đáp ứng được hay không.

Các phần tiếp theo của bài báo được cấu trúc như sau, Phần 2 chúng tôi sẽ giới thiệu tổng quan về Hệ thống SMS và vận trù học cùng với các đặc trưng cơ bản của nó. Phần 3 là một số nghiên cứu liên quan. Chúng tôi tiến hành ứng dụng phương pháp lập trình tuyến tính trong vận trù học để kiểm chứng các chức năng Đăng ký môn học và lập thời khoá biểu trong phần 4. Cuối cùng là kết luận về những vấn đề là thực hiện được cũng như các công việc cần triển khai trong thời gian tiếp theo.

2. Kiến thức cơ sở

Trong phần này, chúng tôi sẽ giới thiệu một cách tổng quát kiến trúc của Hệ thống SMS và một số vấn đề cơ bản trong lý thuyết vận trù học bao gồm: (i) *đặc trưng của phương pháp vận trù học* và (ii) *phương pháp lập trình tuyến tính (LP)*.

2.1. Tổng quan về Hệ thống quản lý sinh viên

Hệ thống quản lý sinh viên (Student Management System - SMS) [1] trong trường đại học là một giải pháp công nghệ thông tin giúp tự động hóa các quy trình liên quan đến sinh viên, giảng viên và quản lý học thuật. Đây là một hệ thống phức hợp bao gồm nhiều phân hệ con trong đó. Một số phân hệ con của hệ thống SMS được xác định như sau:

(1). **Quản lý thông tin sinh viên:** Bao gồm các chức năng như lưu trữ, cập nhật và quản lý hồ sơ cá nhân của sinh viên; Theo dõi tình trạng học tập; Quản lý hồ sơ nhập học;

(2). **Quản lý tuyển sinh và nhập học:** Tiếp nhận hồ sơ đăng ký xét tuyển từ sinh viên mới qua hình thức trực tuyến; Quản lý kết quả xét tuyển, thông báo danh sách trúng tuyển; Tạo mã số sinh viên và cấp tài khoản truy cập hệ thống; Hướng dẫn nhập học trực tuyến, hỗ trợ đăng ký môn học ban đầu.

(3). **Quản lý chương trình đào tạo:** xây dựng và quản lý chương trình đào tạo

theo từng ngành học, hệ đào tạo (đại học, cao học, liên thông, văn bằng 2, v.v.); Cập nhật khung chương trình đào tạo, số tín chỉ, môn học bắt buộc, tự chọn; Quản lý chu kỳ mở môn học, phân công giảng viên, lịch học, lịch thi.

(4). **Quản lý đăng ký học phần:** Cho phép sinh viên đăng ký môn học trực tuyến theo kế hoạch đào tạo; Tự động kiểm tra điều kiện tiên quyết, giới hạn số lượng sinh viên đăng ký; Hỗ trợ hủy, thay đổi lớp học, đăng ký học cải thiện; Cung cấp danh sách lớp học, lịch học, danh sách sinh viên theo từng môn.

(5). **Quản lý điểm và kết quả học tập:** Nhập, lưu trữ, và công bố điểm thi, điểm chuyên cần, điểm quá trình; Hỗ trợ tính điểm trung bình học kỳ, điểm trung bình tích lũy (GPA); Quản lý xếp loại học lực, học bổng, cảnh báo học vụ; Cho phép sinh viên kiểm tra điểm trực tuyến và nộp đơn phúc khảo nếu cần.

(6). **Quản lý tốt nghiệp và cấp bằng:** Theo dõi tiến trình hoàn thành chương trình học của sinh viên; Xét điều kiện tốt nghiệp, thông báo danh sách đủ điều kiện nhận bằng; Quản lý thông tin cấp phát bằng, chứng chỉ, bằng điểm; Cung cấp dịch vụ xác minh bằng cấp cho doanh nghiệp, tổ chức.

(7). **Quản lý tài chính và học phí:** Theo dõi học phí, lệ phí thi lại, phí dịch vụ; Hỗ trợ thanh toán trực tuyến, tích hợp với cổng thanh toán ngân hàng; Quản lý chính sách miễn giảm học phí, học bổng, hỗ trợ tài chính; Cung cấp hóa đơn điện tử, sao kê tài chính cho sinh viên.

(8). **Xây dựng lịch giảng dạy cho giáo viên (Lập thời khóa biểu):** Bài toán kiểm thử lập thời khóa biểu trong hệ thống quản lý sinh viên nhằm phát hiện các xung đột về thời gian, giảng viên, phòng học và tối ưu hóa quá trình kiểm thử.

(9). **Quản lý giảng viên và cố vấn học tập:** Theo dõi danh sách giảng viên, trợ giảng, phân công giảng dạy; Quản lý lịch làm việc, lịch tư vấn sinh viên; Hỗ trợ cố vấn học tập theo dõi tiến độ học tập, hỗ trợ sinh viên yếu kém.

(10). **Báo cáo và phân tích dữ liệu:** Xuất báo cáo thống kê số lượng sinh viên theo khóa, ngành, giới tính, vùng miền; Theo dõi tỷ lệ tốt nghiệp, tỷ lệ bỏ học, hiệu suất giảng dạy; Cung cấp công cụ phân tích giúp nhà trường điều chỉnh chính sách đào tạo.

Trên đây là một số chức năng chính của Hệ thống SMS, tuy nhiên, trong khuôn khổ nghiên cứu của bài báo này, chúng tôi chỉ tập trung vào nghiên cứu chức năng Đăng ký lớp học phần và bài toán Lập thời khóa biểu.

2.2. Một số vấn đề cơ bản về vận trù học (Operations Research)

Vận trù học (*Operations Research - OR*) [2] là một lĩnh vực nghiên cứu liên ngành kết hợp toán học, khoa học máy tính, thống kê và kinh tế học để phân tích và tối ưu hóa các hệ thống phức tạp. OR hỗ trợ việc ra quyết định dựa trên dữ liệu, giúp tối ưu hóa hiệu suất, giảm chi phí và tăng hiệu quả hoạt động. Quá trình nghiên cứu và ứng dụng vận trù học để giải các bài toán thường được triển khai qua các bước sau:

(1). *Xác định vấn đề:* Định nghĩa rõ ràng bài toán cần tối ưu hóa.

(2). *Xây dựng mô hình toán học:* Biểu diễn hệ thống dưới dạng phương trình, bất đẳng thức.

(3). *Giải mô hình:* Sử dụng các phương pháp tính toán hoặc thuật toán tối ưu.

(4). *Phân tích kết quả:* Kiểm tra độ chính xác và khả năng ứng dụng của mô hình.

(5). *Triển khai và giám sát:* Áp dụng mô hình vào thực tế và điều chỉnh khi cần thiết.

Vận trù học là lĩnh vực nghiên cứu liên ngành, giải bài toán bằng vận trù học thường kết hợp bằng nhiều phương pháp bao gồm Lập trình toán học (Mathematical Programming), Lý thuyết hàng đợi (Queueing Theory), Lập lịch tối ưu (Scheduling Theory), Mô phỏng (Simulation), Lý thuyết ra quyết định (Decision Theory). Với đặc trưng của mình, vận trù học có thể ứng dụng trong các lĩnh vực Giáo dục: Lập thời khóa biểu, phân bổ giáo viên và lớp học; Logistics: Quản lý kho bãi, tối ưu hóa chuỗi cung ứng; Y tế: Phân bổ bác sĩ, tối ưu hóa luồng bệnh nhân trong bệnh viện; Tài chính: Quản lý danh mục đầu tư, dự

báo rủi ro tài chính; Quốc phòng: Chiến lược tác chiến, tối ưu hóa nguồn lực quân sự.

Có thể nói, vận trù học là công cụ mạnh mẽ giúp tối ưu hóa hệ thống phức tạp trong nhiều lĩnh vực khác nhau. Với sự phát triển của trí tuệ nhân tạo, học máy và dữ liệu lớn, OR ngày càng trở nên quan trọng trong thời đại số hóa hiện nay.

Trong nghiên cứu này, chúng tôi quan tâm đến bài toán kiểm thử một số chức năng của Hệ thống SMS trong lĩnh vực giáo dục. Cụ thể là bài toán kiểm thử chức năng đăng ký lớp học phần của sinh viên và chức năng lập thời khoá biểu thông qua việc sử dụng lập trình tuyến tính trong vận trù học.

Lập trình tuyến tính trong Vận trù học

Lập trình tuyến tính (LP) là một nhánh quan trọng trong Vận trù học, chuyên giải quyết các bài toán tối ưu với hàm mục tiêu và ràng buộc đều là các biểu thức tuyến tính. LP ngày càng được ứng dụng rộng rãi trong sản xuất, tài chính, giao thông và giáo dục. Mục tiêu của LP là tìm giá trị tối ưu (tối đa hoặc tối thiểu) của một hàm số, thường được sử dụng để quản lý tài nguyên hữu hạn một cách hiệu quả. Một bài toán lập trình tuyến tính được biểu diễn dưới dạng tổng quát bởi hai phần chính: (1) Hàm mục tiêu và (2) Các ràng buộc. Bảng 1 là ví dụ minh họa về cách biểu diễn một bài toán bằng lập trình tuyến tính.

Bảng 1: Minh họa các yếu tố trong bài toán sử dụng lập trình tuyến tính

Hàm mục tiêu	$\text{Max hoặc Min } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$ <p>Trong đó, Z là giá trị cần tối ưu hóa, c_i là hệ số, x_i biến quyết định.</p>
Ràng buộc bài toán	$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$ $a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2$ <p style="text-align: center;">...</p> $a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m$ $x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$ <p>Trong đó, a_{ij} là hệ số, b_i là hằng số.</p>

3. Một số nghiên cứu liên quan

Đã có một số nghiên cứu thực hiện kiểm thử hệ thống SMS. Myers và các cộng sự [3] tiến hành kiểm thử thủ công giao diện người dùng với các chức năng thêm, sửa, xóa thông tin sinh viên và phân quyền tài khoản người dùng. Beizer, B. [4] kiểm tra các ràng buộc phi chức năng của hệ thống như tiền điều kiện đăng ký môn học, số tín chỉ không vượt quá giới hạn, v.v.

Jorgensen, P. C. [5] sử dụng kỹ thuật kiểm thử hộp trắng để kiểm tra các lỗi logic của hệ thống như tính điểm trung bình cho sinh viên, các quy tắc phân quyền truy cập dữ liệu được thực hiện đúng. Meszaros, G. [6] sử dụng kiểm thử đơn vị để kiểm tra tính đúng đắn của các mô đun của hệ thống phần mềm.

Các phương pháp được sử dụng trong các nghiên cứu này là kiểm thử đơn vị, kiểm

thử hộp đen, kiểm thử hộp trắng, v.v. thường được tiến hành một cách thủ công hoặc bán tự động, đòi hỏi sự thực hiện của các chuyên gia bởi vậy dẫn đến tiêu tốn nhiều thời gian, không kiểm tra được sự phân bổ tài nguyên, không đảm bảo được phương án tối ưu. Ứng dụng LP trong vận trù học có thể khắc phục được những yếu điểm này.

Nghiên cứu của Juan G. Villegas và các cộng sự [7] trình bày ba ứng dụng của ứng dụng vận trù học (OR) trong giáo dục đại học tại Trường Kỹ thuật, Đại học Antioquia. Họ tập trung vào lập kế hoạch năng lực sinh viên, phân bổ khóa học theo năng lực giảng viên và đánh giá hiệu suất giảng dạy. Kết quả cho thấy các công cụ OR giúp tối ưu hóa quá trình ra quyết định trong quản lý giáo dục.

Trong [8], vận trù học (OR) đã được áp dụng rộng rãi trong giáo dục, từ phân bổ nguồn

lực ở cấp chính phủ, quyết định mở hoặc đóng cửa trường học, đến quản lý ngân sách và lập thời khoá biểu trong các cơ sở giáo dục. Bài khảo sát này tổng hợp các vấn đề trong lĩnh vực giáo dục và cách OR được sử dụng để tối ưu hóa hoạt động và tìm ra giải pháp.

Nghiên cứu [9] cung cấp tổng quan bách khoa về vận trù học (OR) với hai phần chính: phương pháp và ứng dụng. Phần phương pháp trình bày các kỹ thuật tiên tiến và những phát triển quan trọng, trong khi phần ứng dụng liệt kê các lĩnh vực mà OR đã được áp dụng. Nội dung được sắp xếp theo bảng chữ cái và có thể được sử dụng như tài liệu tham khảo cho nhiều đối tượng.

Như vậy, các nghiên cứu này tập trung vào việc xây dựng các chức năng của hệ thống phần mềm. Trong khi, chúng tôi tập trung vào một công việc cụ thể hơn là kiểm chứng các chức năng trong quá trình phát triển hệ thống phần mềm.

4. Ứng dụng vận trù học (OR) trong kiểm thử Hệ thống Quản lý sinh viên (SMS)

Nghiên cứu vận trù học (OR) là một lĩnh vực sử dụng các mô hình toán học để hỗ trợ ra quyết định trong các hệ thống phức tạp. Trong

bối cảnh kiểm chứng các chức năng cơ bản của hệ thống SMS để tối ưu hóa quy trình kiểm thử, mô phỏng các kịch bản thực tế, và đảm bảo hệ thống hoạt động chính xác chúng tôi chỉ tập trung vào phân tích và kiểm thử các chức năng: (i) *đăng ký học*, (ii) *lập thời khoá biểu khóa học*. Với mỗi chức năng cần kiểm thử chúng tôi trình bày chi tiết theo bước ứng dụng vận trù học để giải quyết, cụ thể là: (1) *Phát biểu vấn đề*, (2) *Phát biểu các ràng buộc*, (3) *Xây dựng mô hình toán học*, (3) *Thuật toán kiểm thử và* (5) *Phân tích kết quả*.

Chú ý rằng, bài toán mà chúng tôi đang giải quyết tập trung vào giai đoạn kiểm thử, bởi vậy, chúng tôi giả định rằng quá trình phân tích thiết kế, cài đặt và thử nghiệm cũng như vận hành hệ thống đã được thực thi.

4.1. Kiểm thử chức năng Đăng ký lớp học phần cho sinh viên

Mô tả chức năng: Đăng ký học là một trong những phần quan trọng nhất của Hệ thống SMS cho phép sinh viên chọn và đăng ký các môn học trong từng học kỳ.

Các ràng buộc của chức năng: Các ràng buộc đối với chức năng Đăng ký môn học được mô tả như trong bảng 2.

Bảng 2. Các ràng buộc của chức năng Đăng ký lớp học phần

Ràng buộc	Mô tả	Biểu diễn hình thức
Số lượng khóa học tối đa mỗi sinh viên	Sinh viên chỉ được đăng ký tối đa X học phần/học kỳ	$\sum_{c \in C} credits[c] \cdot X_{s,c} \leq \max_credits, \forall s \in S$ Trong đó, $X_{s,c}=1$ nếu sinh viên s đăng ký môn c, ngược lại $X_{s,c}=0$; $credits[c]$ là số tín chỉ của học phần c.
Giới hạn số sinh viên trong một lớp	Mỗi lớp học chỉ có tối đa Y sinh viên	$\sum_{s \in S} X_{s,c} \leq capacity[c], \forall c \in C$ Trong đó, $capacity[c]$ là số lượng sinh viên tối đa của lớp học phần c.
Tránh xung đột lịch học	Không được đăng ký hai học phần có cùng thời gian	$X_{s,c_i} + X_{s,c_j} \leq 1, \forall (c_i, c_j) \in conflict, \forall s \in S$
Học phần tiên quyết	Phải học xong học phần A trước khi đăng ký học phần B	$X_{s,c} \leq X_{s,p}, \quad \forall s \in S, c \in C, p \in prerequisites[c]$
Giới hạn tín chỉ tối đa	Sinh viên không được đăng ký quá Z tín chỉ/học kỳ	$\sum_{c \in C} credits[c] \cdot X_{s,c} \leq \max_credits, \quad \forall s \in S$

Ngoài các ràng buộc trên, có thể còn có một số yêu cầu như Sinh viên phải đăng ký số học phần theo quy định, chỉ được đăng ký trong khoảng thời gian cụ thể, một học phần không thể có quá nhiều lớp, v.v.

Mô hình toán học:

Từ các ràng buộc trên, chúng ta xây dựng mô hình tối ưu hoá cụ thể như sau:

(1). Biến quyết định:

$$X_{s,c} \in \{0, 1\}, \quad \forall s \in S, c \in C$$

$X_{s,c}=1$ nếu sinh viên s đăng ký môn c , ngược lại $X_{s,c}=0$.

(2). Hàm mục tiêu: Mục tiêu là tối đa hóa số lượng đăng ký môn học hợp lệ.

$$\max \sum_{s \in S} \sum_{c \in C} X_{s,c}$$

Thuật toán kiểm thử: Thuật toán kiểm thử chức năng Đăng ký lớp học phần dựa trên lập trình tuyến tính nhằm tối ưu hóa việc kiểm tra các ràng buộc và phát hiện lỗi trong Hệ thống SMS được mô tả như trong Thuật toán 1.

Thuật toán 1: Kiểm thử chức năng Đăng ký lớp học phần

Input: S, C ;

credit[c], capacity[c], conflict(c_i, c_j), prerequisites[c], max_credits=20, max_courses=8

Output: Success or Failure;

Pre: #Biểu diễn các ràng buộc

Khởi tạo bài toán tối ưu hóa

```
model = LpProblem("Course_Registration_Testing", LpMaximize)
```

Biến quyết định: $X[s,c] = 1$ nếu sinh viên s đăng ký môn học c , ngược lại = 0

```
X = LpVariable.dicts("X", [(s, c) for s in students for c in courses], cat=LpBinary)
```

Hàm mục tiêu: Tối đa hóa số lượng đăng ký hợp lệ

```
model += lpSum(X[s, c] for s in students for c in courses), "Maximize_Valid_Registrations"
```

Ràng buộc: Mỗi sinh viên không đăng ký quá 8 môn học

```
for s in students:
    model += lpSum(X[s, c] for c in courses) <= MAX_COURSES, f"Max_Courses_{s}"
```

Ràng buộc: Tổng tín chỉ mỗi sinh viên không quá 20

```
for s in students:
    model += lpSum(credits[c] * X[s, c] for c in courses) <= MAX_CREDITS, f"Max_Credits_{s}"
```

Ràng buộc: Không vượt quá số lượng sinh viên tối đa mỗi môn học

```
for c in courses:
    model += lpSum(X[s, c] for s in students) <= capacity[c], f"Course_Capacity_{c}"
```

Ràng buộc: Môn học tiên quyết phải được học trước

```
for s in students:
    for course, prereq in prerequisites.items():
        model += X[s, course] <= X[s, prereq], f"Prerequisite_{s}_{course}"
```

Algorithm:

```

model.solve() #Giải bài toán bằng thuật toán Branch and Bound bằng thư viện có sẵn
for s in S: # Hiển thị kết quả
    for c in C:
        if X[s,c].value() ==1 print("Student {s} successfully
registered for course {c}")
        else print("Student {s} failed to register for course {c}");

```

Phân tích kết quả kiểm thử:

- ✓ Nếu tất cả ràng buộc đều được thỏa mãn, hệ thống hoạt động đúng.
- ✓ Nếu có sinh viên nào không thể đăng ký môn học mong muốn → kiểm tra nguyên nhân (hết chỗ, xung đột lịch, chưa học môn tiên quyết...).
- ✓ Nếu hệ thống cho phép đăng ký vi phạm ràng buộc → phát hiện lỗi và cần sửa chữa.

So sánh với các phương pháp kiểm thử truyền thống:

Phương pháp kiểm thử sử dụng LP cũng có những ưu và nhược điểm nhất định so với các phương pháp kiểm thử truyền thống. Bảng 3 so sánh một cách chi tiết phương pháp kiểm thử này với các phương pháp kiểm thử trước đây.

Bảng 3: So sánh kiểm thử sử dụng OR với các phương pháp kiểm thử truyền thống

Phương pháp kiểm thử	Ưu điểm	Nhược điểm
Kiểm thử thủ công	Dễ thực hiện, không cần công cụ đặc biệt	Không thể kiểm tra toàn bộ trường hợp, tốn thời gian
Kiểm thử đơn vị (Unit Test)	Tự động kiểm tra từng phần nhỏ của hệ thống	Không kiểm tra được bài toán phân bổ tài nguyên
Kiểm thử mô phỏng (Simulation Testing)	Kiểm tra hệ thống trên dữ liệu mô phỏng	Không đảm bảo tìm được phương án tối ưu
Lập trình tuyến tính (LP)	Tự động kiểm thử toàn bộ hệ thống, đảm bảo tối ưu	Cần hiểu biết về mô hình toán học

4.2. Kiểm thử chức năng Lập thời khoá biểu của Hệ thống SMS

Mô tả chức năng: Bài toán kiểm thử lập thời khoá biểu trong hệ thống quản lý sinh viên nhằm phát hiện các xung đột về thời gian, giảng viên, phòng học và tối ưu hóa quá trình kiểm thử.

Mục tiêu kiểm thử: đảm bảo không có xung đột thời gian giữa các môn học,

phòng học và giảng viên bằng cách sử dụng Lý thuyết lập lịch trong Vận trù học, cụ thể là lập trình tuyến tính nguyên (*Integer Linear Programming - ILP*).

Các ràng buộc của chức năng: Các ràng buộc đối với chức năng Lập thời khoá biểu của hệ thống SMS được mô tả như trong Bảng 4.

Bảng 4. Các ràng buộc đối với bài toán Lập thời khoá biểu

Ràng buộc	Mô tả	Biểu diễn hình thức
Số lượng lớp học	Mỗi môn học chỉ có một khung thời gian và phòng học duy nhất	$\sum_{t,r} x_{c,t,r} = 1, \forall c$ <p>Trong đó, $x_{c,t,r} \in \{0,1\}$: Biến nhị phân, bằng 1 nếu môn học c được xếp vào khung giờ trong phòng r, ngược lại bằng 0.</p>

Ràng buộc	Mô tả	Biểu diễn hình thức
Giảng viên	Một giảng viên không thể dạy hai lớp cùng một lúc	$\sum_{c \in C_i} y_{i,t} \leq 1, \quad \forall i, t$ $y_{i,t} \in \{0,1\}: \text{Biến nhị phân, bằng 1 nếu giảng viên } i \text{ dạy một lớp tại thời điểm } t, \text{ ngược lại bằng 0.}$
Sinh viên	Một sinh viên không thể học hai môn cùng một lúc	$\sum_{c \in C} x_{s,c,t} \leq 1, \quad \forall s \in S, \forall t \in T$
Phòng học	Một phòng không thể chứa hai lớp học cùng thời điểm	$\sum_c x_{c,t,r} \leq 1, \quad \forall t, r$

Mô hình hoá hệ thống:

Các hàm mục tiêu: Mục tiêu của bài toán kiểm thử là tối ưu hóa lịch trình để phát hiện nhanh nhất các lỗi xung đột. Do đó, ta có thể sử dụng các hàm mục tiêu sau:

Bảng 5. Các hàm mục tiêu với bài toán Lập thời khóa biểu

Hàm mục tiêu	Biểu diễn bằng phương pháp hình thức
Phát hiện xung đột nhanh nhất	$\max \sum_{c,t,r} x_{c,t,r} \times C_{conflict}(c, t, r)$ <p>Trong đó, $C_{conflict}(c,t,r)$ là hệ số xung đột tiềm năng (ví dụ: môn học có thể trùng giờ, trùng giảng viên, trùng phòng).</p>
Tối ưu hóa tài nguyên (phòng học, giảng viên)	$\min \sum_r U_r$ <p>Trong đó, U_r là số lượng phòng học được sử dụng, nhằm đảm bảo sử dụng hiệu quả không gian giảng dạy.</p>
Giảm thiểu số lượng lỗi lịch trình	$\min \sum_{c,t,r} E_{conflict}(c, t, r)$ <p>Trong đó, $E_{conflict}(c,t,r)$ là số lỗi phát hiện được.</p>

Thuật toán kiểm thử: Từ các ràng buộc và các hàm mục tiêu bên trên, thuật toán kiểm thử chức năng lập thời khóa biểu được mô tả như trong Thuật toán 2.

Thuật toán 2. Kiểm thử chức năng Lập thời khóa biểu

Input: students, courses, time_slots #Danh sách sinh viên, danh sách môn học và danh sách thời gian

Output: Thông báo kết quả xếp lịch;

Pre: #Biểu diễn các ràng buộc

Tạo mô hình tối ưu hóa

```
model = pulp.LpProblem("Course_Scheduling", pulp.LpMinimize)
```

Biến quyết định: $x[c, t, s] = 1$ nếu sinh viên s tham gia lớp học c vào thời gian t

```
x = pulp.LpVariable.dicts("x", [(c, t, s) for c in courses for t in time_slots for s in students], cat=pulp.LpBinary)
```

```

# Ràng buộc: Một sinh viên không thể tham gia hai lớp học cùng thời điểm
for s in students:
    for t in time_slots:
        model += pulp.lpSum(x[c, t, s] for c in courses) <= 1,
        f"Student_{s}_Time_{t}"

# Giả sử thêm một ràng buộc tối thiểu: mỗi môn học phải có ít nhất một sinh viên
for c in courses:
    model += pulp.lpSum(x[c, t, s] for t in time_slots for s
    in students) >= 1, f"Course_{c}_Min_Student"

# Giả sử một hàm mục tiêu đơn giản (có thể thay đổi tùy thuộc vào yêu cầu)
model += pulp.lpSum(x[c, t, s] for c in courses for t in
time_slots for s in students)
Algorithm:
model.solve()#Giải bài toán bằng thư viện có sẵn
# Hiển thị kết quả
for c in courses:
    for t in time_slots:
        for s in students:
            if pulp.value(x[c, t, s]) == 1:
                print(f"Student {s} participates class {c} at time {t}")

```

Phân tích kết quả:

- Nếu bài toán có nghiệm, thuật toán sẽ in ra danh sách môn học với thời gian và phòng học hợp lệ.
- Nếu không có nghiệm, tức là có xung đột không thể giải quyết, cần thêm hoặc điều chỉnh dữ liệu đầu vào.

So sánh với phương pháp kiểm thử truyền thống:

Bảng 6: So sánh OR và các phương pháp truyền thống trong kiểm thử chức năng Lập thời khoá biểu

Tiêu chí	Lập trình tuyến tính (LP) trong OR	Kiểm thử truyền thống
Tự động hóa	Phát hiện xung đột lập thời khoá biểu tự động	Phải kiểm tra thủ công từng trường hợp tự động
Hiệu suất	Giải quyết bài toán nhanh với tối ưu hóa	Dễ bị chậm khi số lượng môn học lớn
Chính xác	Tìm nghiệm tối ưu, không bỏ sót lỗi	Dễ mắc sai sót khi kiểm tra thủ công
Ứng dụng thực tế	Dùng được cho hệ thống lập thời khoá biểu lớn	Khó mở rộng khi số môn học nhiều

5. Kết luận và hướng phát triển

Hệ thống quản lý sinh viên (Student Management System - SMS) đóng vai trò quan trọng trong các trường đại học và cơ sở giáo dục, giúp quản lý thông tin sinh viên, quá trình học tập, lịch học, và các hoạt động liên quan. Trong số các chức năng cốt lõi,

đăng ký môn học và lập thời khoá biểu là hai chức năng có tính phức tạp cao, liên quan trực tiếp đến trải nghiệm học tập của sinh viên cũng như hiệu suất hoạt động của nhà trường. Vì vậy, kiểm thử hệ thống là một bước bắt buộc để đảm bảo tính chính xác, hiệu quả và ổn định.

Vận trù học (Operations Research - OR) cung cấp các phương pháp tối ưu hóa mạnh mẽ để kiểm thử hệ thống một cách có hệ thống và hiệu quả. Thay vì kiểm thử dựa trên các kịch bản thử nghiệm thủ công hoặc mô phỏng ngẫu nhiên, vận trù học có thể giúp **xây dựng các mô hình tối ưu hóa**, phát hiện xung đột thời gian cũng như đánh giá các ràng buộc phức tạp. Việc áp dụng vận trù học vào kiểm thử hệ thống quản lý sinh viên không chỉ giúp phát hiện lỗi một cách tự động và toàn diện hơn mà còn giúp tối ưu hóa việc sử dụng tài nguyên và giảm thiểu các sai sót trong quá trình vận hành.

Nghiên cứu này ứng dụng vận trù học, cụ thể là lập trình tuyến tính để kiểm chứng chức năng Đăng ký lớp học và lập thời khóa biểu của hệ thống SMS. Với mỗi bài toán cần kiểm thử chúng tôi đã tiến hành mô tả bài toán, phát biểu mục tiêu cần kiểm thử, xác định các ràng buộc, mô hình hoá bài toán bằng phương pháp hình thức và xây dựng thuật toán kiểm chứng. Hơn thế nữa, chúng tôi cũng có những so sánh phân tích phương pháp đã sử dụng với các phương pháp kiểm thử khác.

Việc ứng dụng vận trù học vào kiểm chứng các chức năng của hệ thống SMS không chỉ giúp phát hiện lỗi một cách tự động và toàn diện hơn mà còn giúp tối ưu hóa việc sử dụng tài nguyên và giảm thiểu các sai sót trong quá trình vận hành. Trong tương lai, chúng tôi sẽ tiếp tục nghiên cứu và giải quyết bài toán kiểm thử với các chức năng khác của hệ thống SMS cũng như nhiều hệ thống phần mềm khác nữa.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Budhrani, D., Galphat, Y., & Mulchandani, V. (2018), Student Information Management System, *International Journal of Engineering Development and Research*, 6(1), 8-10.
2. Carter, M., Price, C. C., & Rabadi, G. (2018), *Operations research: a practical introduction*, Chapman and Hall/CRC.
3. Myers, G. J., Sandler, C., & Badgett, T. (2011), *The art of software testing*, John Wiley & Sons.
4. Beizer, B., & Wiley, J. (1996), Black box testing: Techniques for functional testing of software and systems, *IEEE Software*, 13(5), 98.
5. Jorgensen, P. C. (2017), *The craft of model-based testing*, Auerbach Publications.
6. Meszaros, G. (2007), *xUnit test patterns: Refactoring test code*, Pearson Education.
7. Villegas Ramírez, J. G., Castañeda Pérez, C., & Castañeda Gómez, E. (2021), Planning and performance measurement in higher education: three case studies of operational research application.
8. Johnes, J. (2015), Operational research in education. *European journal of operational research*, 243(3), 683-696.
9. Petropoulos, F., Laporte, G., Aktas, E., Alumur, S. A., Archetti, C., Ayhan, H., ... & Zhao, X. (2024), Operational Research: methods and applications. *Journal of the Operational Research Society*, 75(3), 423-617.
10. Rothermel, G., & Harrold, M. J. (1996), Analyzing regression test selection techniques, *IEEE Transactions on software engineering*, 22(8), 529-551.