

DẠY HỌC CHỦ ĐỀ PHÉP TÍNH VI PHÂN HÀM NHIỀU BIẾN NHẪM PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC CHO SINH VIÊN KHỐI KINH TẾ

TS. Nguyễn Thị Thu Hà
Trường Đại học Hải Dương
Email: uhdhanguyenthuthu76.edu@gmail.com.

Tóm tắt: Trong bối cảnh chuyển đổi số và yêu cầu ngày càng cao về năng lực nghề nghiệp của nguồn nhân lực kinh tế, việc phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho sinh viên khối Kinh tế là nhiệm vụ quan trọng của dạy học Toán đại học. Trong chương trình Toán cao cấp, chủ đề Phép tính vi phân hàm nhiều biến giữ vai trò then chốt, không chỉ giúp sinh viên nắm vững kiến thức toán học mà còn hỗ trợ xây dựng và phân tích các mô hình kinh tế như tối ưu hóa đa biến, hàm mục tiêu và các điều kiện cực trị. Tuy nhiên, thực tiễn giảng dạy hiện nay chủ yếu tập trung vào kỹ thuật tính toán, chưa khai thác đầy đủ tiềm năng của nội dung này trong việc phát triển năng lực mô hình hóa, dẫn đến sinh viên gặp khó khăn khi vận dụng kiến thức toán học vào các tình huống kinh tế thực tiễn. Trên cơ sở lý luận về mô hình hóa toán học, kinh nghiệm tích hợp toán học với các bài toán thực tiễn và các nghiên cứu liên quan, bài báo đề xuất một thiết kế dạy học chủ đề Phép tính vi phân hàm nhiều biến theo định hướng phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho sinh viên khối Kinh tế, đồng thời minh họa bằng các tình huống dạy học cụ thể.

Từ khóa: Vi phân hàm nhiều biến, mô hình hóa toán học, dạy học đại học, sinh viên khối Kinh tế, kinh tế.
Nhận bài: 05/01/2026; Biên tập: 06/01/2026; Phản biện: 12/01/2026; Duyệt đăng: 19/01/2026.

1. Mở đầu

Trong bối cảnh đổi mới giáo dục đại học theo hướng phát triển năng lực người học, năng lực mô hình hóa toán học ngày càng được coi trọng. Đây là năng lực giúp người học chuyển đổi bài toán thực tiễn thành mô hình toán học, giải quyết mô hình đó và đối chiếu kết quả với thực tế. Bản chất của năng lực này không chỉ là kỹ năng tính toán mà còn là khả năng hiểu rõ bài toán trong bối cảnh thực tế, vận dụng toán học để giải quyết vấn đề liên ngành (như kinh tế, quản lý, tài chính) và đánh giá kết quả theo ngữ cảnh thực tế. Nhiều nghiên cứu đã phân tích khái niệm, quy trình và biểu hiện của năng lực mô hình hóa toán học và nhấn mạnh vai trò của năng lực này trong dạy học toán ở mọi cấp độ học tập, kể cả đại học và các ngành ứng dụng nghề nghiệp. Ứng dụng quy trình mô hình hóa vào giảng dạy giúp sinh viên “tiếp cận các vấn đề thực tiễn phức tạp từ góc độ toán học” và nâng cao chất lượng đào tạo theo hướng gắn với thực tế. Kết hợp các mô hình toán học vào bài giảng còn giúp người học thấy được mối liên hệ giữa lý thuyết toán và các hiện tượng kinh tế trong đời sống, đóng góp tích cực cho việc phát triển tư duy phê phán và năng lực giải quyết vấn đề thực tiễn.

Đối với lĩnh vực kinh tế, các bài toán thường liên quan đến nhiều biến số và các mối quan hệ ràng buộc giữa chúng. Phép tính vi phân hàm nhiều biến là công cụ toán học quan trọng để mô hình hóa và giải quyết các vấn đề như tối ưu hóa lợi nhuận, chi phí, sản lượng.... Do đó, việc giảng dạy phép tính vi phân hàm nhiều biến không chỉ truyền đạt kiến thức mà còn giúp sinh viên xây dựng năng lực mô hình hóa toán học, tức là khả năng chuyển vấn đề kinh tế thực tiễn thành mô hình toán học và giải quyết

chúng. Nhiều nghiên cứu nhấn mạnh yêu cầu “Phải dạy Toán cao cấp cho sinh viên kinh tế theo hướng tăng cường vận dụng vào thực tiễn nghề nghiệp” để đáp ứng chuẩn đầu ra. Để làm được điều đó, giảng viên cần tích hợp các bài toán kinh tế cụ thể (tối ưu hóa lợi nhuận, chi phí, mô hình tăng trưởng, tối đa hóa tiện ích...) trong giảng dạy vi phân đa biến, kết hợp với phương pháp dạy học phát triển năng lực. Trên cơ sở đó, bài báo này tổng hợp lý luận và kinh nghiệm về dạy giải tích hàm nhiều biến cho sinh viên kinh tế theo hướng phát triển năng lực mô hình hóa. Nội dung tập trung làm rõ: (1) Vai trò của phép tính vi phân hàm nhiều biến trong chương trình toán của sinh viên kinh tế; (2) Khái niệm mô hình hóa toán học và năng lực mô hình hóa toán học; (3) Dạy học chủ đề Phép tính vi phân hàm nhiều biến nhằm phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho sinh viên ngành Kinh tế.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Phép tính vi phân hàm nhiều biến trong đào tạo sinh viên kinh tế

Trong chương trình đào tạo sinh viên khối kinh tế, học phần Toán cao cấp giữ vai trò là công cụ nền tảng nhằm hỗ trợ người học tiếp cận, phân tích và giải quyết các vấn đề kinh tế, tài chính bằng phương pháp định lượng. Trong đó, phép tính vi phân hàm nhiều biến là một nội dung trọng tâm, có ý nghĩa trực tiếp đối với việc hình thành tư duy kinh tế hiện đại và phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho sinh viên.

Về mặt nội dung, phép tính vi phân hàm nhiều biến cung cấp cho sinh viên các khái niệm và công cụ quan trọng như đạo hàm riêng, vi phân toàn phần, đạo hàm bậc hai, định lý hàm ẩn và phương

pháp nhân tử Lagrange. Những công cụ này cho phép phân tích sự phụ thuộc của một đại lượng kinh tế vào nhiều biến số cùng lúc - đây là một đặc trưng phổ biến của các hiện tượng kinh tế thực tiễn. Khác với hàm một biến thường chỉ mô tả mối quan hệ tuyến tính hoặc đơn giản, các mô hình kinh tế thực tế hầu hết là các hàm nhiều biến, phản ánh sự tác động đồng thời của nhiều yếu tố như vốn, lao động, giá cả, thu nhập, lãi suất và công nghệ.

Trong kinh tế học vi mô, phép tính vi phân hàm nhiều biến được sử dụng rộng rãi để nghiên cứu hành vi của các tác nhân kinh tế. Chẳng hạn, trong lý thuyết sản xuất, hàm sản xuất thường là các hàm nhiều biến, trong đó đạo hàm riêng theo từng biến đầu vào cho phép xác định năng suất biên của vốn và lao động. Các đạo hàm bậc hai giúp phân tích quy luật năng suất cận biên giảm dần và điều kiện ổn định của sản xuất. Tương tự, trong lý thuyết tiêu dùng, đạo hàm riêng của hàm tiện ích cho phép xác định lợi ích biên, còn tỷ số các đạo hàm riêng phản ánh tỷ lệ thay thế cận biên giữa các hàng hóa một khái niệm cốt lõi trong phân tích hành vi người tiêu dùng. Đặc biệt, bài toán tối ưu hóa hàm nhiều biến là nội dung then chốt trong đào tạo kinh tế. Các bài toán tối đa hóa lợi nhuận, tối đa hóa tiện ích hay tối thiểu hóa chi phí đều được mô hình hóa dưới dạng bài toán tối ưu có hoặc không có ràng buộc. Phương pháp nhân tử Lagrange một công cụ quan trọng của phép tính vi phân hàm nhiều biến cho phép sinh viên giải quyết hiệu quả các bài toán tối ưu có ràng buộc, đồng thời cung cấp cách diễn giải kinh tế có ý nghĩa thông qua khái niệm “giá ảo” hoặc “giá ngầm”. Thông qua đó, sinh viên không chỉ nắm được kỹ thuật toán học mà còn hiểu được ý nghĩa kinh tế của nghiệm tìm được, góp phần gắn kết toán học với thực tiễn kinh tế.

Từ góc độ đào tạo, việc học phép tính vi phân hàm nhiều biến giúp sinh viên kinh tế phát triển tư duy phân tích và tư duy hệ thống. Sinh viên học cách nhận diện các biến số chủ yếu của một vấn đề kinh tế, thiết lập mối quan hệ toán học giữa chúng, phân tích sự thay đổi của kết quả khi các yếu tố đầu vào biến thiên và đưa ra quyết định tối ưu trong điều kiện ràng buộc. Quá trình này chính là cốt lõi của năng lực mô hình hóa toán học, năng lực quan trọng đối với sinh viên kinh tế trong bối cảnh kinh tế số và hội nhập quốc tế.

Tuy nhiên, trên thực tế giảng dạy, nhiều sinh viên kinh tế gặp khó khăn khi tiếp cận phép tính vi phân hàm nhiều biến do tính trừu tượng cao và sự thiếu liên hệ rõ ràng với thực tiễn, với chuyên ngành. Điều này đặt ra yêu cầu đổi mới phương pháp dạy học theo hướng tăng cường các ví dụ kinh tế, các bài toán thực tiễn và hoạt động mô hình hóa. Khi được tổ chức dạy học phù hợp, phép tính vi phân hàm nhiều biến không còn là nội dung thuần túy kỹ thuật mà trở thành công cụ hữu hiệu giúp sinh viên

hiểu sâu bản chất của các mô hình kinh tế và vận dụng toán học vào phân tích, dự báo và ra quyết định kinh tế.

2.2. Mô hình hóa toán học

2.2.1. Khái niệm Mô hình hóa toán học

Theo tác giả Phan Thị Tình (2012), “tình huống thực tiễn” là một tình huống mà trong khách thể có chứa đựng những phần tử là những yếu tố thực tiễn, mô hình hóa toán học là quá trình biểu diễn lại những vấn đề thực tiễn theo ngôn ngữ toán học trong việc tìm kiếm phương án giải quyết các tình huống. Nghiên cứu của Trần Vui (2014) khẳng định mô hình hóa toán học là quá trình giải quyết những vấn đề thực tiễn bằng các công cụ toán học. Còn theo Greer (1997), mô hình hóa toán học là sự chuyển đổi giữa thực tiễn và toán học.

Từ các nghiên cứu trên, chúng tôi cho rằng mô hình hóa toán học là quá trình người học xuất phát từ một vấn đề thực tiễn, xác định các biến và giả thiết phù hợp để xây dựng mô hình toán học, sử dụng các công cụ toán học nhằm phân tích và giải quyết vấn đề, đồng thời diễn giải và đánh giá kết quả trong bối cảnh thực tiễn ban đầu.

2.2.2. Năng lực mô hình hóa toán học

Năng lực mô hình hóa toán học được định nghĩa khác nhau nhưng thường nhấn mạnh chu trình xây dựng, giải và đánh giá mô hình toán học từ các tình huống thực tế. Theo Phạm Nguyen Hong Ngu và cộng sự, (2025) trong giáo dục đại học, năng lực này giúp sinh viên không chỉ “học Toán như một công cụ học tập, mà còn là cầu nối giữa lý thuyết và thực tiễn”, qua đó giải quyết vấn đề thực tế một cách có hệ thống. Theo Stillman và cộng sự (2007) cho rằng “nhiều người đồng ý rằng mô hình hóa bao gồm các quá trình xây dựng, giải, diễn giải và đánh giá”. Theo đó, mô hình hóa toán học không chỉ là kỹ năng kỹ thuật đơn thuần mà còn gắn với tư duy hệ thống: sinh viên phải hiểu được đề bài thực tế, chuyển hóa thành dạng toán, giải toán học, rồi diễn giải kết quả trở lại bối cảnh gốc. Theo Nguyễn Danh Nam (2016), năng lực mô hình hóa toán học là khả năng biểu diễn quá trình liên quan đến việc xây dựng và kiểm chứng các mô hình toán học, thực hiện tất cả các giai đoạn của quá trình mô hình hóa nhằm giải quyết vấn đề/tình huống thực tiễn đã đặt ra.

Thành phần năng lực mô hình hóa toán học: Theo Blum và các cộng sự (2007), năng lực mô hình hóa toán học gồm nhiều khía cạnh: (1) Hiểu và phát hiện vấn đề: nhận ra một tình huống thực tiễn có thể giải quyết bằng toán học; (2) Tìm và chọn khái niệm toán học: xác định các biến, tham số liên quan và giả định ban đầu; (3) Thiết lập mô hình toán: xây dựng mô hình toán học từ tình huống (phương trình, hàm số, quan hệ tuyến tính/không tuyến, v.v.); (4) Giải quyết mô hình: áp dụng phương pháp toán học (đạo hàm, tối ưu hóa, giải hệ) để tìm nghiệm;

(5) Diễn giải kết quả: chuyển ngược từ kết quả toán học về ngữ cảnh thực tế, kiểm tra tính hợp lý của mô hình, điều chỉnh nếu cần.

Từ các quan điểm trên, theo chúng tôi, có thể hiểu năng lực mô hình hóa toán học là khả năng của người học trong việc nhận diện và phân tích vấn đề thực tiễn, xây dựng và sử dụng các mô hình toán học phù hợp để giải quyết vấn đề, đồng thời diễn giải và đánh giá kết quả trong bối cảnh thực tiễn cụ thể; qua đó thể hiện sự kết nối hiệu quả giữa kiến thức toán học và lĩnh vực ứng dụng.

Như vậy, có thể mô tả các bước mô hình hóa toán học khi dạy một số chủ đề trong học phần Toán cao cấp nói chung và chủ đề Phép tính vi phân hàm nhiều biến cho sinh viên khối kinh tế gồm 4 bước:

Bước 1. Nhận diện và tìm hiểu vấn đề thực tiễn

Xác định bối cảnh, mục tiêu và các yếu tố cốt lõi của tình huống thực tiễn (kinh tế, quản lý, sản xuất, ...).

Bước 2. Xây dựng mô hình toán học

Lựa chọn biến số, thiết lập giả thiết và biểu diễn mối quan hệ giữa các đại lượng bằng ngôn ngữ toán học (hàm số, hệ phương trình, bất đẳng thức, ...).

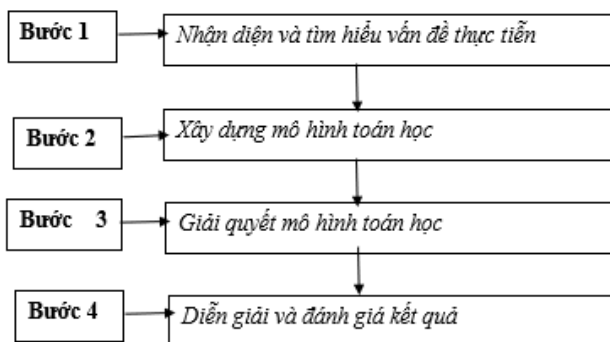
Bước 3. Giải quyết mô hình toán học

Sử dụng các công cụ và phương pháp toán học (đặc biệt là phép tính vi phân hàm nhiều biến) để phân tích, tính toán và tìm lời giải.

Bước 4. Diễn giải và đánh giá kết quả

Chuyển kết quả toán học về ý nghĩa thực tiễn, kiểm chứng tính hợp lý của mô hình và điều chỉnh mô hình khi cần thiết.

Bốn bước này có mối quan hệ mật thiết với nhau và được thể hiện qua sơ đồ Hình 1



Hình 1. Các bước trong quy trình mô hình hóa

2.3. Dạy học chủ đề Phép tính vi phân hàm nhiều biến nhằm phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho sinh viên ngành Kinh tế

2.3.1. Một số định hướng

Để phát triển năng lực mô hình hóa cho sinh viên, giảng dạy nên chuyển từ phương pháp thụ động truyền thống sang các phương pháp tích cực, gắn liền thực tiễn. Một số định hướng được đề xuất:

- Xuất phát từ các vấn đề kinh tế thực tiễn

Việc dạy học phép tính vi phân hàm nhiều biến cần khởi đầu từ các bài toán gắn với bối cảnh kinh tế như tối đa hóa lợi nhuận, tối thiểu hóa chi phí,

phân tích độ nhạy của hàm cầu, hàm sản xuất. Qua đó, sinh viên được đặt vào tình huống phải nhận diện biến số, tham số và mối quan hệ giữa các đại lượng, làm tiền đề cho hoạt động mô hình hóa toán học.

- Nhấn mạnh quá trình xây dựng mô hình toán học

Thay vì chỉ tập trung vào kỹ thuật tính đạo hàm riêng hay cực trị, giảng dạy cần chú trọng làm rõ chu trình mô hình hóa toán học: từ phân tích vấn đề thực tiễn → thiết lập mô hình hàm nhiều biến → sử dụng công cụ vi phân để phân tích → diễn giải và đánh giá kết quả trong ngữ cảnh kinh tế. Cách tiếp cận này giúp sinh viên hiểu rõ vai trò của phép tính vi phân như một công cụ phân tích mô hình.

- Tích hợp diễn giải kinh tế của kết quả toán học

Kết quả tính toán (đạo hàm riêng, điều kiện cực trị..) cần được yêu cầu giải thích ý nghĩa kinh tế như tốc độ thay đổi cận biên, ảnh hưởng của từng yếu tố đầu vào, hay điều kiện tối ưu trong sản xuất và tiêu dùng. Việc này góp phần phát triển thành tố diễn giải và kiểm chứng mô hình đầy một năng lực cốt lõi của mô hình hóa toán học.

- Tăng cường hoạt động học tập tích cực và dự án học tập

Giảng dạy nên tổ chức các hoạt động học tập theo nhóm, bài tập mở hoặc dự án nhỏ, trong đó sinh viên tự lựa chọn vấn đề kinh tế, xây dựng mô hình hàm nhiều biến và vận dụng phép tính vi phân để phân tích. Qua quá trình này, sinh viên được rèn luyện đồng thời tư duy mô hình hóa, tư duy phản biện và năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn.

- Sử dụng công nghệ hỗ trợ mô hình hóa

Việc tích hợp phần mềm toán học (GeoGebra, Excel, MATLAB...) giúp sinh viên trực quan hóa đồ thị hàm nhiều biến, bề mặt cực trị và sự thay đổi của mô hình khi tham số biến thiên. Công nghệ đóng vai trò hỗ trợ sinh viên khám phá, kiểm tra và điều chỉnh mô hình, qua đó nâng cao hiệu quả phát triển năng lực mô hình hóa toán học.

2.3.2. Một số ví dụ minh họa cụ thể vận dụng phép tính vi phân hàm nhiều biến để mô hình hóa và giải quyết vấn đề kinh tế

Ví dụ 1: Giả sử một doanh nghiệp hoạt động trong thị trường cạnh tranh, sản xuất hai loại sản phẩm với hàm tổng chi phí là: $TC = 8Q_1^2 + 3Q_2^2 + 6Q_1Q_2$

Trong đó: Q_1, Q_2 lần lượt là sản lượng của sản phẩm 1 và sản phẩm 2.

Giá bán trên thị trường là: $p_1 = 142; p_2 = 72$

Yêu cầu: Xác định mức sản lượng tối ưu để lợi nhuận đạt cực đại.

Bước 1. Nhận diện và tìm hiểu vấn đề thực tiễn

Ở bước này, sinh viên thực hiện việc nhận diện biến số, tham số và mục tiêu kinh tế, là thành tố đầu tiên của năng lực mô hình hóa toán học.

Trong bối cảnh doanh nghiệp cạnh tranh: Doanh nghiệp chấp nhận giá thị trường: p_1, p_2

Biến quyết định là sản lượng Q_1, Q_2 ;

Chi phí phụ thuộc đồng thời vào cả hai sản lượng, thể hiện mối liên hệ trong quá trình sản xuất.

Bước 2. Thiết lập mô hình toán học

Đây là bước xây dựng mô hình toán học bằng hàm nhiều biến, thể hiện rõ sự chuyển hóa từ bối cảnh kinh tế sang ngôn ngữ toán học.

Doanh thu của doanh nghiệp:

$$TR = p_1Q_1 + p_2Q_2 = 142Q_1 + 72Q_2$$

Hàm lợi nhuận:

$$\pi(Q_1, Q_2) = TR - TC$$

$$\pi(Q_1, Q_2) = 142Q_1 + 72Q_2 - (8Q_1^2 + 3Q_2^2 + 6Q_1Q_2)$$

Bài toán kinh tế được mô hình hóa thành bài toán toán học

Bước 3. Giải bài toán bằng phép tính vi phân

Bước này giúp sinh viên vận dụng đạo hàm riêng và điều kiện cực trị của hàm nhiều biến để giải quyết bài toán kinh tế.

Hàm tổng lợi nhuận:

$$\pi(Q_1, Q_2) = 142Q_1 + 72Q_2 - 8Q_1^2 - 3Q_2^2 - 6Q_1Q_2$$

Để tìm điểm cực đại của hàm lợi nhuận, ta xét các đạo hàm riêng bậc nhất:

$$\rightarrow \begin{cases} \pi'_{Q_1} = 142 - 16Q_1 - 6Q_2 = 0 \\ \pi'_{Q_2} = 72 - 6Q_1 - 6Q_2 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Q_1 = 7 \\ Q_2 = 5 \end{cases}$$

hàm số có một điểm dừng là $M(7, 5)$.

Ta có ma trận Hessian của Π là:

$$\begin{vmatrix} -16 & -6 \\ -6 & -6 \end{vmatrix} = 60 > 0 \text{ và } a_{11} = -16 < 0$$

Nên $M(7;5)$ là là điểm cực đại và $\pi_{CD} = 677$.

Bước 4. Diễn giải và đánh giá kết quả

Đây là bước hoàn thiện chu trình mô hình hóa toán học, giúp sinh viên diễn giải, kiểm chứng và liên hệ kết quả toán học với thực tiễn kinh tế.

Kết quả thu được: $Q_1 = 7; Q_2 = 5$

Ý nghĩa kinh tế:

Doanh nghiệp nên sản xuất 7 đơn vị sản phẩm 1 và 5 đơn vị sản phẩm 2 để đạt lợi nhuận tối đa;

Tại mức sản lượng này, chi phí cận biên riêng của mỗi sản phẩm bằng đúng giá bán tương ứng, phù hợp với lý thuyết tối ưu của doanh nghiệp cạnh tranh;

Sự xuất hiện của hạng tử $6Q_1Q_2$ cho thấy mối quan hệ tương tác trong chi phí sản xuất, và việc tối ưu hóa cần xét đồng thời cả hai biến.

Ví dụ 2: Một công ty nhận thấy rằng doanh thu của mình phụ thuộc vào thời lượng quảng cáo trên đài phát thanh (x - phút) và trên truyền hình (y - phút) với hàm doanh thu

$$TR = 320x - 2x^2 - 3xy - 5y^2 + 540y + 2000$$

Chi phí cho mỗi phút quảng cáo trên đài phát thanh là 1 triệu đồng, trên truyền hình là 4 triệu đồng. Ngân sách chỉ cho quảng cáo là 180 triệu đồng. Hãy xác định x, y để cực đại doanh thu.

Bước 1. Phân tích tình huống thực tiễn và xác định các đại lượng

Bước này giúp sinh viên hiểu bối cảnh thực tiễn và xác định biến số, mục tiêu, khởi đầu cho quá trình mô hình hóa.

Trong bài toán này: Doanh nghiệp quyết định thời lượng quảng cáo trên hai kênh; Doanh thu phụ thuộc đồng thời vào cả hai loại quảng cáo; Doanh nghiệp bị ràng buộc bởi ngân sách quảng cáo hữu hạn.

Các đại lượng được xác định:

Biến quyết định: x, y ;

Hàm mục tiêu: doanh thu $TR(x, y)$

Bước 2. Thiết lập mô hình toán học

Đây là bước chuyển hóa bài toán kinh tế thành bài toán tối ưu có ràng buộc.

Hàm mục tiêu (doanh thu):

$$TR = 320x - 2x^2 - 3xy - 5y^2 + 540y + 2000$$

Ràng buộc ngân sách: $x + 4y \leq 180$

Vì doanh thu tăng theo quy mô quảng cáo trong phạm vi cho phép, bài toán tối ưu đạt được tại biên ngân sách, do đó: $x + 4y = 180$

Bước 3. Giải bài toán toán học bằng phép tính vi phân

Ở bước này, sinh viên vận dụng đạo hàm riêng và tối ưu hóa có ràng buộc, một nội dung cốt lõi của phép tính vi phân hàm nhiều biến.

Sử dụng phương pháp nhân tử Lagrange, xét hàm:

$$L(x, y, \lambda) = 320x - 2x^2 - 3xy - 5y^2 + 540y + 2000 + \lambda(180 - x - 4y)$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} L'_x = 320 - 4x - 3y - \lambda = 0 \\ L'_y = -3x - 10y + 540 - 4\lambda = 0 \\ L'_\lambda = 180 - x - 4y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 52 \\ y = 32 \\ \lambda = 16 \end{cases}$$

Suy ra, hàm số có một điểm dừng là $M(-6; 2)$; $\lambda_0 = 4$.

Ta có: $g_1 = g'_x = 1; g_2 = g'_y = 4$

$$L_{11} = L'_{xx} = -4; L_{12} = L'_{xy} = -3$$

$$L_{21} = L'_{yx} = -3; L_{22} = L'_{yy} = -10$$

Ta có ma trận Hessian là: $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 1 & -4 & -3 \\ 4 & -3 & -10 \end{vmatrix} = 30 > 0$

Bước 4. Diễn giải và đánh giá kết quả

Bước này giúp sinh viên diễn giải kết quả toán học trong ngôn ngữ kinh tế, hoàn thiện chu trình mô hình hóa toán học.

Kết quả tối ưu: $x=52$ (phút phát thanh); $y=32$ (phút truyền hình)

Ý nghĩa kinh tế:

Doanh nghiệp nên phân bổ ngân sách quảng cáo sao cho 52 phút trên đài phát thanh và 32 phút trên truyền hình;

Toàn bộ ngân sách 180 triệu đồng được sử dụng hiệu quả;

Cách phân bổ này phản ánh sự cân bằng giữa hiệu quả cận biên của quảng cáo trên hai phương tiện.

3. Kết luận

Giảng dạy Toán cao cấp với trọng tâm là mô hình hóa đa biến đem lại nhiều lợi ích trong chương trình đào tạo kinh tế. Phương pháp này giúp sinh viên vận dụng linh hoạt kiến thức toán học vào các tình huống kinh tế, tài chính cụ thể, đồng thời thúc đẩy khả năng tư duy phân tích, suy luận và giải quyết vấn đề thực tiễn. Theo xu hướng hiện nay, việc “toán hóa” vấn đề kinh tế đã trở thành tiêu chuẩn trong nghiên cứu và giảng dạy; do đó, phương pháp giảng dạy nhấn mạnh mô hình hóa sẽ cải thiện năng lực của sinh viên để thích nghi với môi trường chuyên nghiệp đòi hỏi cao về kỹ năng này.

Bài báo đã làm rõ vai trò của chủ đề Phép tính vi phân hàm nhiều biến trong việc phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho sinh viên ngành Kinh tế. Thông qua việc phân tích cơ sở lý luận và thiết kế các tình huống dạy học gắn với bối cảnh kinh tế thực tiễn, nghiên cứu cho thấy phép tính vi phân không chỉ là công cụ kỹ thuật mà còn là phương tiện quan trọng giúp sinh viên chuyển hóa các vấn đề kinh tế thành mô hình toán học, phân tích và đưa ra quyết định tối ưu. Các ví dụ minh họa được xây dựng theo quy trình bốn bước mô hình hóa toán học đã tạo điều kiện để sinh viên trải nghiệm đầy đủ chu trình từ phân tích tình huống thực tiễn, thiết lập mô hình, giải quyết bài toán bằng công cụ vi phân đến diễn giải và đánh giá kết quả trong ngữ cảnh kinh tế. Cách tiếp cận này góp phần tăng cường khả năng liên hệ giữa kiến thức toán học và chuyên ngành, đồng thời thúc đẩy tư duy phân tích, tư duy phản biện và năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn nghề nghiệp tương lai của sinh viên.

Kết quả nghiên cứu gợi ý rằng việc đổi mới dạy học chủ đề phép tính vi phân hàm nhiều biến theo

định hướng phát triển năng lực mô hình hóa toán học là cần thiết và khả thi trong chương trình đào tạo đại học khối ngành Kinh tế ■

Tài liệu tham khảo

- [1]. Blum, M., & Jensen, T. (2007). *What's all the fuss about competencies?* In W.Blum, P.L.Galbraith, H.Henn, M.Niss, (Eds): *Modelling and Applications in Mathematics Education (ICMI Study 14)*, 45-56, Springer.
- [2]. Blum, W., & Lei-, D. (2005). *Filling up” - The problem of independence preserving teacher interventions in lessons with demanding modelling tasks.* In M. Bosch (Ed.), *Proceedings of the Fourth Congress of the European*
- [3]. Trần Văn Hoan (2016). *Tăng cường ứng dụng thực tiễn trong dạy học Toán cao cấp cho sinh viên khối ngành kinh tế ở trường đại học Lạc Hồng.* Tạp chí Khoa học và Công nghệ đại học Đà Nẵng, số 4(101).
- [4]. Nguyễn Danh Nam (2016). *Phương pháp mô hình hóa trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông.* Nxb. Đại học Thái Nguyên
- [5]. Phạm Nguyen Hong Ngu, Nguyen Danh Nam, Le Minh Cuong, Trinh Thi Phuong Thao (2025). *Mathematical modelling in higher education: Evolving research and emerging trends (1980 - 2023), Journal of Mathematics Education Volume 14.* No. 2, 2025
- [6]. Đỗ Thị Thanh (2020). *Dạy học giải bài toán Xác suất nhằm phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho sinh viên khối ngành Kỹ thuật Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội.* Tạp chí Giáo dục, số đặc biệt kì 1 tháng 5, 131 - 137.
- [7]. Nguyễn Chiến Thắng, Thái Thị Vân Anh (2023). *Phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho sinh viên ngành kinh tế trong dạy học nội dung “hệ phương trình tuyến tính” (học phần đại số tuyến tính).* Tạp chí Giáo dục (2023), 23(22), 11-16

Teaching the topic of differential calculus of multivariable functions to develop mathematical modeling skills for economics students

Dr. Nguyen Thi Thu Ha

Hai Duong University

Email: uhdhanguyenth76.edu@gmail.com

Abstract: In the context of digital transformation and the in-creasing demand for professional competencies in the economic workforce, developing mathematical modeling competence for economics students has become an important task of university mathematics education. In advanced mathematics curricula, the topic of multivariable differential calculus plays a key role, not only in helping students master mathe-matical knowledge but also in supporting the construction and analysis of economic models such as multivariable optimization, objective functions, and optimality conditions. However, current teaching practice mainly focuses on computational techniques and has not fully exploited the potential of this topic in developing modeling competence, which leads to difficulties for students in applying mathematical knowledge to real economic situations. Based on theoretical foundations of mathematical modeling, experiences in integrating mathematics with real-world problems, and relevant studies, this paper proposes an instructional design for teaching multivariable differential calculus oriented toward the development of mathematical modeling competence for economics students, illustrated through specific teaching situations.

Keywords: Multivariable differential calculus, mathematical modeling, university mathematics education, economics students, economics.