

NGHIÊN CỨU BÀI TOÁN ĐIỀU KHIỂN TỐI ƯU VÀ ỨNG DỤNG ĐỐI VỚI THIẾT BỊ BAY KHÔNG NGƯỜI LÁI (UAV)

Phạm Ngọc Công - TS. Đặng Văn Hiếu
Khoa Cơ bản, Trường Sĩ quan Không quân
Email: phamngoccong1982@gmail.com.

Tóm tắt: Trong bài báo này, chúng tôi trình bày tóm tắt một số khái niệm, kết quả lý thuyết và các phương pháp số thường được sử dụng để giải bài toán điều khiển tối ưu. Bài báo giới thiệu mô hình bài toán điều hướng bốn điểm cho thiết bị bay không người lái (UAV) trong không gian thực. Đề xuất phương pháp trùng khớp toàn cục (kỹ thuật rời rạc hóa) và thuật toán quán tính giải bài toán tối ưu phi tuyến thu được. Các kết quả số chỉ ra các ưu điểm của phương pháp được sử dụng.

Từ khóa: Điều khiển tối ưu, bài toán điều hướng, thiết bị bay không người lái, phương pháp số.
Ngày nhận bài: 25/01/2026; Biên tập: 26/01/2026; Phản biện: 27/01/2026; Duyệt đăng: 15/02/2026.

1. Đặt vấn đề

Nhiều bài toán trong khoa học và kỹ thuật yêu cầu tìm phương án tối ưu trong số các phương án khả thi. Về mặt Toán học, đây là các bài toán thuộc lĩnh vực tối ưu, trong đó bài toán tối ưu đường bay là một vấn đề quan trọng và thách thức trong hàng không. Bài toán nhằm xác định quỹ đạo tốt nhất của vật thể bay trong không gian ba chiều, dựa trên một hàm mục tiêu nhất định.

Bài toán tối ưu tổng quát được mô tả như một bài toán chuyển động trong trường không gian thực, chịu tác động của các lực như lực hấp dẫn, lực đẩy và lực khí động. Chuyển động của vật thể được biểu diễn bằng hệ phương trình vi phân với các biến trạng thái như vị trí, vận tốc, góc bay và các biến điều khiển như lực đẩy, góc nghiêng.

Do tính phức tạp của hệ phương trình, việc tìm nghiệm giải tích thường rất khó hoặc không khả thi, vì vậy các phương pháp số được sử dụng phổ biến. Các phương pháp chính gồm: quy hoạch động (DP), phương pháp gián tiếp dựa trên nguyên lý Pontryagin, và phương pháp trực tiếp chuyển bài toán về dạng tối ưu phi tuyến (NLP). Mỗi phương pháp có ưu điểm riêng nhưng cũng gặp những thách thức, đặc biệt là về kích thước và độ phức tạp tính toán.

Trong giảng dạy, sự phức tạp của bài toán làm tăng tính hàn lâm, gây khó khăn cho người học. Vì vậy, việc kết hợp lý thuyết với mô phỏng số và trực quan giúp nâng cao khả năng tiếp thu và hiểu bản chất bài toán. Nghiên cứu bài toán điều khiển tối ưu và ứng dụng cho thiết bị bay không người lái (UAV) có ý nghĩa quan trọng, góp phần phát triển tư duy mô hình hóa, tăng tính thực tiễn và nâng cao hiệu quả đào tạo trong lĩnh vực hàng không.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Xây dựng mô hình tính toán cho bài toán điều khiển tối ưu

Bài toán điều khiển tối ưu (OCP) là bài toán vô

hạn chiều theo biến thời gian, nên không thể giải trực tiếp bằng các phương pháp tối ưu hữu hạn chiều. Do đó, cần rời rạc hóa bài toán thành dạng hữu hạn chiều thông qua các nút, khi số nút tăng, nghiệm số sẽ tiệm cận nghiệm thực của OCP.

Có hai hướng tiếp cận chính: phương pháp gián tiếp và phương pháp trực tiếp. Phương pháp gián tiếp sử dụng phép biến phân hoặc nguyên lý cực đại Pontryagin để thiết lập điều kiện cần tối ưu, từ đó chuyển thành bài toán biên hai điểm (BVP). Sau khi rời rạc hóa, nghiệm được tìm bằng các phương pháp giải phương trình vi phân thường. Tuy nhiên, phương pháp này phức tạp và mang tính lý thuyết cao.

Phương pháp trực tiếp rời rạc hóa trực tiếp bài toán OCP và các ràng buộc, đưa về bài toán quy hoạch phi tuyến (NLP) để giải bằng các kỹ thuật tối ưu hữu hạn chiều. Một số phương pháp phổ biến gồm phương pháp bắn và phương pháp trùng khớp.

Trong đó, phương pháp bắn tham số hóa biến điều khiển và rời rạc hóa biến trạng thái. Biến điều khiển được xấp xỉ theo từng đoạn, còn biến trạng thái được xác định tại các nút. Mục tiêu là tìm các tham số sao cho quỹ đạo thu được liên tục trên toàn miền.

2.2. Một số mô hình điều khiển tối ưu

2.2.1. Bài toán điều hướng

Trong lĩnh vực hàng không (không quân), một bài toán được đặt ra là xác định xác định vận tốc (velocity) V , góc đường bay (path angle) γ và góc đảo lái (heading angle) ψ nhằm điều khiển một vật thể bay (máy bay, trực thăng, rocket,...) chuyển động từ vị trí (ban đầu) $A \equiv P_0$ đến vị trí cuối (mục tiêu) $B \equiv P_f$. Vị trí tức thời của vật trong không gian được xác định bởi ba thành phần: độ cao $h=h(t)$, kinh độ $\theta=\theta(t)$ và vĩ độ $\phi=\phi(t)$, nghĩa là $s(t)=(h(t),\theta(t),\phi(t))$.

Xét mô hình của vật thể bay trong không gian thỏa mãn hệ phương trình chuyển động dạng:

$$\begin{cases} \dot{h} = V \sin \gamma \\ \dot{\theta} = \frac{V \cos \gamma \cos \psi}{(R_E + h) \cos \phi} \\ \dot{\phi} = \frac{V \cos \gamma \sin \psi}{R_E + h} \\ \dot{V} = u_1 \\ \dot{\gamma} = u_2 \\ \dot{\psi} = u_3, \end{cases} \quad (2.1)$$

trong đó, h là độ cao (so với mực nước biển), θ và ϕ lần lượt là kinh độ và vĩ độ, R_E là bán kính trái đất, V là vận tốc, γ là góc đường bay, ψ là góc đảo lái, u_1 là gia tốc của vật (tốc độ biến thiên của vận tốc V), u_2 và u_3 lần lượt là tốc độ biến thiên tương ứng của góc đường bay γ và góc đảo lái ψ . Trong mô hình này, các biến trạng thái gồm

$$x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)^T = (h, \theta, \phi, V, \gamma, \psi)^T \quad (2.2)$$

và biến điều khiển $u = (u_1, u_2, u_3)^T$. Vị trí tức thời của vật thể được xác định bởi hàm véc tơ $s(t) = (h(t), \theta(t), \phi(t))$ với t là biến thời gian, $t_i \leq t \leq t_f$ (t_i là thời gian bắt đầu và t_f là thời gian cuối). Hàm f được cho bởi

$$f(x, u) = \begin{bmatrix} f_1(x, u) \\ f_2(x, u) \\ f_3(x, u) \\ f_4(x, u) \\ f_5(x, u) \\ f_6(x, u) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V \sin \gamma \\ \frac{V \cos \gamma \cos \psi}{(R_E + h) \cos \phi} \\ \frac{V \cos \gamma \sin \psi}{R_E + h} \\ u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

Khi đó, hệ phương trình chuyển động (2.1) được viết gọn dưới dạng phương trình động lực:

$$\dot{x} = f(x, u). \quad (2.4)$$

2.2.2. Bài toán tối ưu thời gian bay

Bài toán là xác định quỹ đạo của vật thể bay từ vị trí ban đầu đến mục tiêu sao cho thời gian bay dọc theo quỹ đạo là ít nhất. Bài toán có thể được thiết lập bởi hàm mục tiêu có dạng:

$$J(u) = \int_{t_i}^{t_f} dt. \quad (2.5)$$

Hàm mục tiêu này có thể được viết gọn bởi $J(u) = t_f - t_i$, trong đó t_i là thời gian đầu đã xác định, trong khi thời gian cuối t_f chưa biết và cần cực tiểu đại lượng này.

2.2.3. Tối ưu độ cao

Vật thể bay cần tiếp cận đúng mục tiêu, tuy nhiên nhằm giảm thiểu tiếp xúc với hệ thống phòng không hoặc tránh các địa hình phức tạp. Điều này dẫn đến vật thể bay càng thấp càng tốt, nhưng phải đảm bảo an toàn hoặc có trường hợp khi bay thời gian đầu cần ổn định độ cao, nhưng thời gian cuối cần đạt độ cao nhất định (hướng lên) để thực hiện động tác bổ nhào (hướng xuống) vào mục tiêu. Đại lượng được cực tiểu ở đây là tích phân độ cao, cụ thể hàm mục tiêu có dạng:

$$J(u) = \int_{t_i}^{t_f} h(t) dt \quad (2.6)$$

Lượng cực tiểu này có tính đến các yếu tố động lực học của vật thể bay, ràng buộc về khả năng cơ động của vật, các thông số yêu cầu tại thời điểm cuối và các giới hạn của biến điều khiển.

2.2.4. Bài toán tối ưu mục tiêu

Nhóm tác giả đề xuất bài toán tối ưu mục tiêu như sau: Trong hoạt động bay nói chung và tác chiến không quân nói riêng, một yêu cầu được đặt ra là vật thể bay tiếp cận không chệch mục tiêu. Trong trường hợp này, bài toán có thể được thiết lập bằng cách xét hàm mục tiêu:

$$J(u) = \|P_f - s(t_f)\|_{Q_f}^2. \quad (2.7)$$

trong đó $s(t_f)$ là vị trí của vật thể bay tại thời điểm cuối $t = t_f$ và P_f là vị trí (mục tiêu) mong muốn, Q_f là một ma trận đối xứng xác định dương (được chọn phù hợp sao cho thuật toán hội tụ) [5, 12].

Điều kiện biên:

$$\gamma(t_i) = \gamma_i, \quad \gamma(t_f) = \gamma_f, \quad (2.8a)$$

$$V(t_i) = V_i, \quad V(t_f) = V_f, \quad (2.8b)$$

$$h(t_i) = h_i, \quad h(t_f) = h_f, \quad (2.8c)$$

Ràng buộc đường

$$\{V^{\min} \leq V \leq V^{\max}, \quad (2.9a)$$

$$\{\gamma^{\min} \leq \gamma \leq \gamma^{\max}, \quad (2.9b)$$

Ràng buộc điều khiển

$$u_i^{\min} \leq u_i \leq u_i^{\max}, i = 1, 2, 3. \quad (2.10)$$

2.3. Tính toán tối ưu cho thiết bị bay không người lái (UAV)

2.3.1. Thiết lập mô hình

Trong phần này, nhóm tác giả trình bày cụ thể bài toán cho thiết bị bay không người lái (UAV). Hơn nữa, bài toán điều hướng được nghiên cứu với điều kiện chặt hơn, xuất phát từ yêu cầu thực tế. Cụ thể, trong huấn luyện (với sơ đồ bay) hoặc tác chiến (tránh phát hiện, do địa hình, hoặc bất kỳ lý do nào), yêu cầu điều khiển UAV phải qua một số trạm (vị trí) được xác định $P_1, P_2, \dots, P_M$ trước khi đến mục tiêu cuối P_f .

Thông thường bài toán được nghiên cứu không có yếu tố thời gian đến tại các trạm P_i , nghĩa là vị trí các trạm được cho bởi 3 thành phần (h_i, θ_i, ϕ_i) tương ứng là độ cao, kinh độ và vĩ độ, ta viết $P_i(h_i, \theta_i, \phi_i)$. Khi đó, bài toán được gọi là bài toán điều hướng 3 chiều (không có yếu tố thời gian).

Trong tính toán, điều kiện đi qua các trạm P_i được nói lỏng bởi điều kiện.

$$\|s(t_i) - P_i\| \leq e_i, i = 1, 2, \dots, M, \quad (2.11)$$

trong đó, $e_i \geq 0$ là sai số cho phép tại trạm thứ i .

Trong mục này, nhóm tác giả nghiên cứu bài toán điều hướng có yếu tố thời gian đến các trạm P_i , nghĩa là tại các trạm này ngoài ba thành phần xác định vị trí như độ cao h_i , kinh độ θ_i , vĩ độ ϕ_i , còn gắn thêm thời gian t_i yêu cầu đến trạm P_i , nghĩa là $P_i(h_i, \theta_i, \phi_i, t_i)$, $i = (1, M)$. Khi đó, gọi là bài toán điều hướng bốn chiều (có tính đến yếu tố thời gian). Hơn nữa, chúng ta quan tâm là UAV bay không chệch khỏi mục tiêu, nghĩa là hàm tối ưu được bởi công thức (2.5).

Tóm lại, mô hình bài toán điều khiển tối ưu có

dạng: $\min J(u) = (P_f - s(t_f))^T Q_f (P_f - s(t_f))$, (2.12)

với các ràng buộc

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u), \end{cases} \quad (2.13a)$$

$$\begin{cases} \|s(t_i) - P_i\| \leq e_i, i = 1, 2, \dots, M, \end{cases} \quad (2.13b)$$

$$\begin{cases} V^{\min} \leq V \leq V^{\max}, \end{cases} \quad (2.13c)$$

$$\begin{cases} u_i^{\min} \leq u_i \leq u_i^{\max}, i = 1, 2, 3, \end{cases} \quad (2.13d)$$

$$\begin{cases} \gamma^{\min} \leq \gamma \leq \gamma^{\max}, \end{cases} \quad (2.13e)$$

Bài toán (2.12) - (2.13) là một dạng của bài toán điều khiển tối ưu liên tục (OCP). Bài toán cần giải là tối ưu quỹ đạo tới mục tiêu cuối P_f . Các ràng buộc bao gồm phương trình động lực (2.13a) mô tả chuyển động của UAV và các ràng buộc đường dưới dạng bất đẳng thức (2.13b) - (2.13e). Các ràng buộc bất đẳng thức trong (2.13b) đã được nói lỏng (khi tính toán) nhằm đảm bảo UAV bay qua các trạm P_i với sai số cho phép.

2.3.2. Phương pháp giải

Để giải bài toán liên tục vô hạn chiều (2.12) - (2.13), chúng ta sẽ rời rạc hóa bài toán và chuyển chúng về bài toán hữu hạn chiều. Gọi $N \geq 1$ là một số tự nhiên bất kỳ và $\{t_i\}_{i=0}^N$ là dãy các nút Chebychev, $-1 = t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_{N-1} < t_N = 1$. (2.14)

Sử dụng phương pháp (Global Collocation Method - GCM), chuyển bài toán (2.12) - (2.13) về bài toán tối ưu hữu hạn chiều dạng:

$$\min_y J(y) = \|(h(t_N), \theta(t_N), \phi(t_N)) - (h_f, \theta_f, \phi_f)\|_{Q_f}^2, \quad (2.15)$$

với các ràng buộc

$$\begin{cases} C y = \frac{t_f - t_i}{2} F(y), \end{cases} \quad (2.16a)$$

$$\begin{cases} \|s(t_i) - P_i\| \leq e_i, i = \overline{1, M}, \end{cases} \quad (2.16b)$$

$$\begin{cases} V^{\min} \leq V(t_j) \leq V^{\max}, j = \overline{0, N}, \end{cases} \quad (2.16c)$$

$$\begin{cases} u_i^{\min} \leq u_i(t_j) \leq u_i^{\max}, i = 1, 2, 3, j = \overline{0, N}, \end{cases} \quad (2.16d)$$

$$\begin{cases} \gamma^{\min} \leq \gamma(t_j) \leq \gamma^{\max}, j = \overline{0, N}, \end{cases} \quad (2.16e)$$

trong đó $y = (X, U)^T \equiv (y_1, y_2, \dots, y_{9(N+1)}) \in \mathbb{R}^{9(N+1)}$ là biến tối ưu, các ma trận C và F được xác định:

$$C y = \frac{t_f - t_i}{2} F(y). \quad (2.17)$$

Trong đó $C = \text{diag}(\underbrace{C, C, \dots, C}_{n_x}, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{n_u}, 0, 0, 0, 0)$ và

$$F(y) = \begin{bmatrix} F, 0, 0, \dots, 0, 0, 0, 0 \end{bmatrix}^T. \quad (2.18)$$

Chú ý rằng, bài toán (2.15) - (2.16) là một chương trình phi tuyến NLP cỡ lớn, phụ thuộc vào số nút lưới Chebychev N . Ràng buộc (2.16a) là ràng buộc đẳng thức đại số phi tuyến, trong khi (2.16b) là ràng buộc bất đẳng thức. Các bất đẳng thức (2.16c) - (2.16e) là điều kiện biên. Để đơn giản, ký hiệu Ω là tập hợp các phương án $y \in \mathbb{R}^{9(N+1)}$ thỏa mãn các ràng buộc (2.16). Tức là $\Omega = \{y \in \mathbb{R}^{9N} \mid y \text{ thỏa mãn điều kiện (2.16)}\}$.

Tập Ω được gọi là tập các ràng buộc của bài toán NLP (2.15). Khi đó, bài toán (2.15) - (2.16) có thể được viết dưới dạng toán học ngắn gọn, $\min\{J(y) : y \in \Omega\}$.

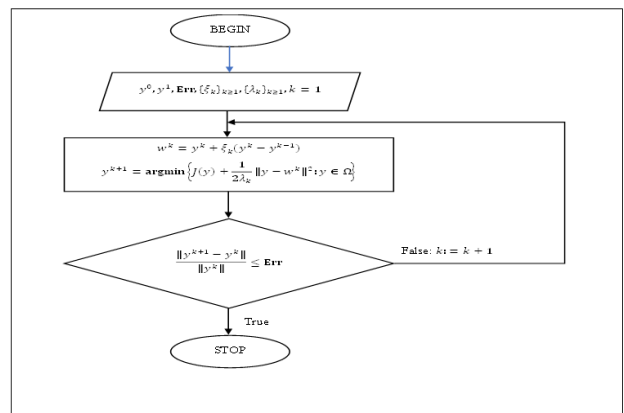
Bài toán (2.20) là bài toán tối ưu cỡ lớn, gồm nhiều ràng buộc phức tạp, trong đó có $6(N+1)$ ràng buộc đẳng thức (phi tuyến), M ràng buộc bất đẳng

thức (phi tuyến) và các điều kiện biên được mô tả trong (2.16). Để giải chương trình phi tuyến NLP (2.15) - (2.16), đặc biệt khi cỡ bài toán lớn, vẫn là một thách thức đối với các nhà khoa học. Thách thức này không phải ở phương pháp giải, mà chủ yếu đến từ tính năng (khả năng) giới hạn của các phần mềm tính toán hỗ trợ hiện có và hệ thống máy tính tốc độ cao. Trong đề tài này, để mô phỏng kết quả số cho bài toán NLP (2.20), chúng tôi sử dụng phương pháp (thuật toán) đạo hàm quán tính (Inertial Gradient Method - IGM) được đề xuất trong [4]. Thuật toán IGM trong [4] được thiết kế cho bài toán cân bằng (EP). Tuy nhiên, bài toán NLP là một trường hợp đặc biệt của bài toán EP, vì vậy để tiện theo dõi, thuật toán IGM cho bài toán NLP (2.20) được mô tả lại như sau:

Thuật toán IGM [4]
Bước 1: Chọn $y^0, y^1 \in \mathbb{R}^{9(N+1)}$, sai số $\text{Err} > 0$. Lấy hai dãy $\{\xi_k\}_{k=1} \subset [0, \frac{1}{3})$, $\{\lambda_k\}_{k=1} \subset (0, +\infty)$. Đặt $k = 1$.
Bước 2: Đặt $w^k = y^k + \xi_k(y^k - y^{k-1})$. Tính $y^{k+1} = \arg\min \left\{ J(y) + \frac{1}{2\lambda_k} \ y - w^k\ ^2 : y \in \Omega \right\}$.
Bước 3: Nếu $\frac{\ y^{k+1} - y^k\ }{\ y^k\ } \leq \text{Err}$ thì dừng.
Ngược lại, đặt $k := k + 1$, quay lại Bước 2 .

Sự hội tụ của Thuật toán IGM được phân tích và chứng minh chi tiết trong công trình khoa học số [4]. Bước 1 của Thuật toán IGM chủ yếu tập trung vào việc cài đặt các tham số đầu vào và sai số tính toán Err. Nhiệm vụ chính tập trung trong Bước 2 nhằm tính xấp xỉ tiếp theo $y^{(k+1)}$, ở đó chúng ta cần giải bài toán tối ưu cỡ lớn cho phiếm hàm tối ưu lồi mạnh trên tập ràng buộc Ω (với các ràng buộc phi tuyến, bất đẳng thức và điều kiện biên). Số hạng w^k được gọi là đại lượng (nhân tố) quán tính, cho phép cải thiện tính chất hội tụ của thuật toán. Bước 3 kiểm tra điều kiện dừng của thuật toán, trong đó sai số tương đối cho xấp xỉ nghiệm được dùng để so sánh với sai số yêu cầu Err. Dưới đây là sơ đồ thuật toán giải bài toán NLP.

2.3.3. Tính toán thử nghiệm cho UAV BIRD EYE 650D



Hình 1. Sơ đồ thuật toán giải bài toán NLP

Trong phần này, chúng tôi áp dụng mô hình tính toán cho thiết bị bay không người lái BIRD EYE

650D (BE650D), một loại UAV cỡ nhỏ, được phát triển bởi bộ phận Malat của IAI (Israel Aerospace Industries) [3]. UAV BE650D được thiết kế cho các nhiệm vụ tình báo, giám sát, trinh sát quân sự hoặc bán quân sự, nhận dạng, xác định các thông số của mục tiêu trên đất liền, trên biển hoặc trên không. Ngoài ra, BE650D còn phục vụ các công tác tìm kiếm cứu nạn, bảo vệ biên giới, chống buôn lậu, vượt biên, phân tích và xây dựng dữ liệu bản đồ. Thiết kế của BE650D kết hợp thân máy bay hỗ trợ các cánh và mang động cơ hai pít-tông, động cơ đốt trong đánh lửa điện tử bốn thì, hệ thống điện tử và các tải trọng.

Tổ hợp UAV BE650D có nhiều tính năng hoạt động, có thể bay tự động, bán tự động, hiệu chỉnh quỹ đạo trong khi bay hoặc điều khiển bằng tay. Dẫn đường bằng GPS, quán tính INS hoặc nội suy từ trạm điều khiển. Một vài thông số kỹ thuật được thống kê trong Bảng 1. Các thông số khác có thể được tìm trong [3].

Bảng 1. Thông số kỹ thuật của UAV BE650D

STT	Mô tả	Đơn vị	Giá trị
1	Tốc độ nhỏ nhất	km/h	78
2	Tốc độ lớn nhất	km/h	138.9
3	Thời gian bay liên tục tối đa	giờ	16
4	Trần bay (h)	mét	4572

Giả sử một kế hoạch bay của BE650D từ trạm đầu tiên ở Sân bay Cam Ranh tới trạm cuối là Hòn Chà Là (Ninh Vân), yêu cầu đi qua 3 trạm trung gian. Vị trí các trạm được xác định với kinh độ θ , vĩ độ ϕ , độ cao h và thời gian đến trạm được cho trong Bảng 2.

Bảng 2. Vị trí các trạm

STT	Vĩ độ	Kinh độ	Độ cao [m]	Thời gian [h]	Ghi chú
1	12°00'6,0942"N	109°13'8,7460"E	400	0	Cảng Cam Ranh
2	12°02'9,9501"N	109°19'27,008"E	450	0.1219	Bãi Biển đôi
3	12°09'40,207"N	109°23'38,215"E	500	0.2234	
4	12°16'16,144"N	109°21'39,767"E	500	0.3548	Hòn Dung
5	12°21'35,402"N	109°22'37,366"E	450	0.4470	Hòn Chà là

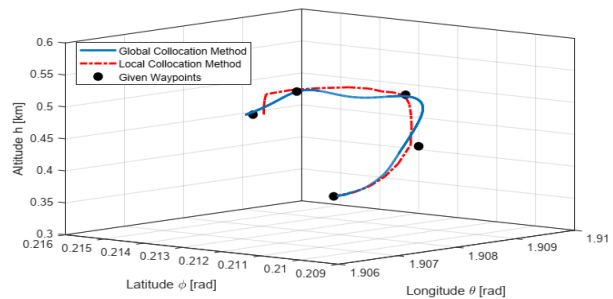
Để tính toán mô phỏng số, chúng tôi sử dụng Thuật toán IGM với các tham số $Err=10^{-10}$ (tiêu chuẩn dừng), điểm xuất phát ban đầu $y^0=y^1$ là gốc tọa độ trong R^{9N} , tham số quán tính $\xi_k=0.1$ và cỡ bước $\lambda_k=1$ với mọi k . Đối với phương pháp trùng khớp địa phương (LCM), khoảng thời gian được chia với $N=21$ nút, bao gồm các mốc thời gian đến các trạm, trong khi các nút của phương pháp trùng khớp toàn cục (GCM) là cực trị của đa thức Chebychev $T_{21}(t)$ trên đoạn $[-1, 1]$. Phép dịch chuyển khoảng thời gian từ $[t_i, t_i]$ về đoạn $[-1, 1]$ được xác định bởi công thức

$$t = \frac{t_f + t_i}{2} + \frac{t_f - t_i}{2} \tau.$$

Chương trình được viết trong MATLAB 2017b với gói hỗ trợ Optimization Toolbox.

Các kết quả tính toán cho kinh độ θ , vĩ độ ϕ , độ cao h theo thời gian và so sánh hai phương pháp trùng khớp GCM, LCM với tọa độ các trạm yêu cầu khi lập kế hoạch, các giá trị của vận tốc V chỉ ra rằng, về cơ bản, chúng là hằng số và thay đổi không nhiều theo thời gian. Điều này có thể đến từ lý do, khi xây dựng kế hoạch bay, chúng ta ấn định thời gian đến các trạm tương ứng với khoảng cách giữa các trạm. Có sự tương đồng của góc đường bay γ giữa hai phương pháp GCM và LCM

Nghiem tối ưu tính bởi mỗi phương pháp được minh họa trong Hình 2. Kết quả minh họa trong không gian 3D với vị trí các trạm được yêu cầu UAV bay qua. Các đồ thị sinh bởi phương pháp GCM được thấy là mịn (trơn) hơn so với phương pháp LCM, mặc dù với cùng số nút nội suy. Điều này là do chúng ta dùng nội suy đa thức bậc cao trong phương pháp GCM, trong khi đó LCM chỉ sử dụng nội suy tuyến tính (bậc 1).



Hình 2. Mô phỏng kết quả trong không gian 3D

2.3. Phương pháp giải và kết quả mô phỏng bài toán điều khiển tối ưu

Trên cơ sở mô hình bài toán điều khiển tối ưu đã được thiết lập, việc lựa chọn phương pháp giải và triển khai tính toán đóng vai trò quyết định đến hiệu quả của toàn bộ quá trình nghiên cứu. Như đã trình bày, bài toán điều khiển tối ưu liên tục có bản chất là bài toán vô hạn chiều với hệ phương trình động lực phi tuyến phức tạp, do đó việc chuyển đổi sang dạng bài toán hữu hạn chiều thông qua các kỹ thuật rời rạc hóa là bước đi tất yếu. Phương pháp trùng khớp toàn cục (Global Collocation Method - GCM) được lựa chọn không chỉ vì khả năng xử lý tốt các hệ phương trình phi tuyến mà còn bởi tính ổn định và độ chính xác cao khi sử dụng các nút Chebyshev trong quá trình nội suy.

Việc chuyển bài toán điều khiển tối ưu sang bài toán quy hoạch phi tuyến (NLP) cho phép tận dụng các công cụ của tối ưu hóa hiện đại để giải quyết vấn đề. Tuy nhiên, do kích thước bài toán NLP thường rất lớn và chứa nhiều ràng buộc phi tuyến phức tạp, việc lựa chọn thuật toán giải phù hợp là yêu cầu quan trọng. Trong nghiên cứu này, thuật toán gradient quán tính (Inertial Gradient Method -

IGM) được sử dụng nhằm cải thiện tốc độ hội tụ và nâng cao hiệu quả tính toán. Cơ chế quán tính giúp thuật toán không chỉ dựa vào thông tin hiện tại mà còn khai thác xu hướng biến đổi của nghiệm qua các bước lặp trước đó, từ đó giảm thiểu dao động và tăng tính ổn định của quá trình tìm kiếm nghiệm.

Kết quả mô phỏng số đối với thiết bị bay không người lái BIRD EYE 650D cho thấy phương pháp đề xuất có khả năng mô tả quỹ đạo bay một cách chính xác và liên tục trong không gian ba chiều. So sánh giữa phương pháp trùng khớp toàn cục (GCM) và trùng khớp địa phương (LCM) cho thấy GCM cho nghiệm mịn hơn và phản ánh tốt hơn đặc tính động lực học của hệ thống, đặc biệt khi số nút nội suy không lớn. Điều này có ý nghĩa quan trọng trong việc lập kế hoạch bay tự động, nơi yêu cầu quỹ đạo phải đảm bảo tính liên tục, ổn định và phù hợp với các ràng buộc thực tế.

Bên cạnh đó, việc tích hợp các yếu tố thực tiễn như ràng buộc về vị trí, thời gian đến các trạm trung gian và các giới hạn điều khiển đã làm cho mô hình trở nên sát thực tế hơn. Điều này không chỉ nâng cao giá trị ứng dụng của nghiên cứu mà còn góp phần tạo cầu nối giữa lý thuyết và thực tiễn trong đào tạo. Thông qua việc mô phỏng và trực quan hóa quỹ đạo bay, người học có thể dễ dàng hình dung và hiểu sâu hơn về bản chất của bài toán, từ đó nâng cao khả năng tư duy mô hình hóa và giải quyết vấn đề trong lĩnh vực hàng không.

3. Kết luận

Trong bài báo này, chúng tôi trình bày bài toán điều hướng (liên tục, vô hạn chiều) trong hoạt động bay và một số mô hình điều khiển tối ưu. Thiết lập bài toán điều hướng cho UAV và xây dựng phương pháp trùng khớp toàn cục (GCM) chuyển bài toán vô hạn chiều về bài toán quy hoạch phi tuyến (NLP - Nonlinear Programming) hữu hạn chiều cỡ lớn. Đề xuất thuật toán tối ưu quán tính (IGM) giải bài toán phân rã thu được. Thử nghiệm được thực hiện

cho một loại UAV cỡ nhỏ (BIRD EYE 650D). Kết quả số cho thấy, phương pháp trùng khớp GCM và thuật toán đề xuất IGM chạy hiệu quả, có những ưu điểm khi so sánh với phương pháp trùng khớp địa phương (LCM). Phương pháp có thể cung cấp bộ dữ liệu khi lập trình chế độ bay tự động của UAV với kế hoạch bay được định sẵn.

Kết quả nghiên cứu có thể phục vụ trực tiếp cho hoạt động nghiên cứu, đào tạo, dạy và học các học phần thuộc Khoa Cơ bản (Toán học, Vật lý) cũng như các môn học liên quan như Cơ lý thuyết, Khí động lực học - Nguyên lý bay, v.v... tại Trường sĩ quan Không quân ■

Tài liệu tham khảo

- [1]. Nguyễn Doãn Phước, Phan Xuân Minh, Hán Thành Trung (2006). *Lý thuyết điều khiển phi tuyến*, Nhà xuất bản khoa học kỹ thuật.
- [2]. Phạm Kỳ Anh (2001). *Phương Pháp Số Trong Lý Thuyết Điều Khiển Tối Ưu*. Nxb. Đại học Quốc Gia Hà Nội.
- [3]. Bộ Tư lệnh Hải quân (2020). *Tài liệu Hướng dẫn bay BIRD EYE 650D*.
- [4]. Dang Van Hieu (2018). *An inertial-like proximal algorithm for equilibrium problems*. Mathematical Methods of Operations Research, 88, 399 - 415, 2018 (ISI/SCOPUS, Q1 - Applied Mathematics).
- [5]. Kopp, R.E (1962). *Pontryagin's Maximum Principle*, in G. Lietmann (ed.). Optimization Techniques, Academic Press, New York
- [6]. Moon, G., Kim, Y. (2005). *Flight path optimization passing through waypoints for autonomous flight control systems*. Engineering Optimization, 37, 755-774.
- [7]. Pytlak R (1999). *Numerical methods for optimal control problems with state constraints*. Springer.
- [8]. Vinh, N.X. (1981). *Optimal Trajectories in Atmospheric Flight*, Elsevier. Amsterdam.
- [9]. Khan, S (2002). *Flight trajectories optimization*. ICAS 2002 Congress.

Optimal Control and Application to Navigation Problem for Unmanned Aerial Vehicles

Pham Ngoc Cong - Dang Van Hieu

Faculty of Basic Sciences, Air Force Officer Training School
Email: phamngoccong1982@gmail.com.

Abstract: This paper first reviews some fundamental concepts and results of optimal control theory, notable numerical methods for solving the optimal control problem, and applications to flight equations of motion in three-dimensional space. We also present a model of realistic navigation problem based on 4Dwaypoints. A global collocation method is used to solve the navigation problem for Unmanned Aerial Vehicles (UAV). The numerical results for application examples have shown the effectiveness of the proposed scheme and the accuracy of solution.

Keywords: Optimal Control, Navigation Problem, UAV, Numerical Method.