

VẬN DỤNG NĂNG LỰC MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC ĐỂ GIẢI MỘT SỐ BÀI TOÁN MỆNH ĐỀ TẬP HỢP

LÊ THỊ NGỌC ANH
LÊ DANH TUYÊN
Trường Đại học Tân Trào

Nhận bài ngày 11/12/2025. Sửa chữa xong 25/01/2026. Duyệt đăng 10/02/2026.

Abstract

In solving problems on propositions and sets in the Grade 10 mathematics curriculum, the understanding and application of mathematical modeling competence remain limited and have not received adequate attention. This has, in turn, constrained efforts to innovate teaching methods toward a competency-based orientation. Moreover, implementing fundamental and comprehensive reforms in education and training requires general education to shift from a content-based approach to a learner-competency approach. This article outlines mathematical competencies in general and mathematical modeling competence in particular, and discusses how modeling can be applied to solving problems on propositions and sets. Mathematical modeling also helps illuminate the connections between real-world contexts and textbook tasks from a mathematical perspective. Such an approach makes mathematics learning more meaningful for students and can enhance their motivation and interest in the subject.

Keywords: *Mathematical modeling, model validation, practical problems, propositions and sets, competence.*

1. Đặt vấn đề

Nghị quyết số 29 NQ/TW, ngày 04 tháng 11 năm 2013 “Về đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục và đào tạo, đáp ứng yêu cầu công nghiệp hóa, hiện đại hóa trong điều kiện kinh tế thị trường định hướng XHCN và hội nhập quốc tế” đã khẳng định: “Tiếp tục đổi mới mạnh mẽ phương pháp dạy và học theo hướng hiện đại; phát huy tính tích cực, chủ động, sáng tạo và vận dụng kiến thức, kỹ năng của người học; khắc phục lối truyền thụ áp đặt một chiều, ghi nhớ máy móc. Tập trung dạy cách học, cách nghĩ, khuyến khích tự học, tạo cơ sở để người học tự cập nhật và đổi mới tri thức, kỹ năng, phát triển năng lực. Chuyển từ học chủ yếu trên lớp sang tổ chức hình thức học tập đa dạng, chú ý các hoạt động xã hội, ngoại khóa, nghiên cứu khoa học. Đẩy mạnh ứng dụng công nghệ thông tin và truyền thông trong dạy và học”. Bên cạnh đó, trong các kỳ thi như học sinh (HS) giỏi cấp trường, HS giỏi cấp tỉnh và kỳ thi tốt nghiệp THPT thường có câu về phần liên hệ với thực tiễn ở mức độ khó và yêu cầu HS cần nắm vững kiến thức cơ bản và giải quyết được thông qua việc “Mô hình hóa toán học”. Những ứng dụng của Toán học vào thực tiễn trong Chương trình và sách giáo khoa cũng như trong thực tế dạy học Toán chưa được quan tâm một cách đúng mức và thường xuyên. Trong các sách giáo khoa môn Toán và tài liệu tham khảo về Toán thường chỉ tập trung chú ý những vấn đề, bài toán trong nội bộ Toán học. Bộ Giáo dục và Đào tạo đang tiến hành đổi mới đồng bộ phương pháp dạy học và kiểm tra, đánh giá kết quả giáo dục theo định hướng phát triển năng lực người học. Đặc biệt là phát triển năng lực toán học, trong đó có năng lực “Mô hình hóa toán học”. Đặc biệt vận dụng năng lực “Mô hình hóa toán học” để giải quyết bài toán về mệnh đề tập hợp là vấn đề cần được quan tâm cấp thiết.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Năng lực toán học

Năng lực Toán học được đánh giá trên hai phương diện: *Năng lực nghiên cứu toán học và năng lực học tập toán học*. Như vậy, năng lực toán học là các đặc điểm tâm lý cá nhân đáp ứng được các yêu cầu

Email: LTNAh@tqu.edu.com

DOI: 10.64410/SBJP8540

của hoạt động toán và tạo điều kiện linh hoạt các kiến thức, kĩ năng, kĩ xảo trong lĩnh vực toán học tương đối nhanh, dễ dàng, sâu sắc trong những điều kiện ngang nhau. Năng lực toán học bao gồm các thành tố: năng lực tư duy và lập luận toán học; năng lực mô hình hóa toán học; năng lực giải quyết vấn đề toán học; năng lực giao tiếp toán học; năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán. Mỗi thành tố của năng lực toán học được biểu hiện cụ thể bằng các tiêu chí, chỉ báo như sau:

Các thành tố của năng lực toán học	Các tiêu chí, chỉ báo
Năng lực tư duy và lập luận toán học	<ul style="list-style-type: none"> - So sánh; phân tích; tổng hợp; đặc biệt hóa, khái quát hóa; tương tự; quy nạp; diễn dịch. - Chỉ ra được chứng cứ, lí lẽ và biết lập luận hợp lí trước khi kết luận. - Giải thích hoặc điều chỉnh cách thức giải quyết vấn đề về phương diện toán học.
Năng lực mô hình hóa toán học	<ul style="list-style-type: none"> - Sử dụng các mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, bảng biểu, đồ thị,...) để mô tả các tình huống đặt ra trong các bài toán thực tế. - Giải quyết các vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập. - Sử dụng các mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, bảng biểu, đồ thị,...) để mô tả các tình huống đặt ra trong các bài toán thực tế. - Giải quyết các vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập. - Thể hiện và đánh giá lời giải trong ngữ cảnh thực tế và cải tiến mô hình nếu cách giải quyết không phù hợp.
Năng lực giải quyết vấn đề toán học	<ul style="list-style-type: none"> - Nhận biết, phát hiện được vấn đề cần giải quyết bằng toán học. - Đề xuất, lựa chọn được cách thức, giải pháp giải quyết vấn đề. - Sử dụng được các kiến thức, kĩ năng toán học tương thích (bao gồm các công cụ và thuật toán) để giải quyết vấn đề đặt ra. - Đánh giá giải pháp đề ra và khái quát hóa cho vấn đề tương tự.
Năng lực giao tiếp toán học	<ul style="list-style-type: none"> - Nghe hiểu, đọc hiểu và ghi chép được các thông tin toán học cần thiết được trình bày dưới dạng văn bản toán học hay do người khác nói hoặc viết ra. - Trình bày, diễn đạt (nói hoặc viết) được các nội dung, ý tưởng, giải pháp toán học trong sự tương tác với người khác.

2.2. Năng lực mô hình hóa toán học

Để sử dụng kiến thức và kĩ năng toán vào việc giải quyết một vấn đề của thực tiễn, người ta phải trải qua các bước của quá trình mô hình hóa toán học - quá trình chuyển vấn đề thuộc lĩnh vực ngoài toán học thành vấn đề của toán học rồi sử dụng các công cụ toán để tìm câu trả lời cho vấn đề được đặt ra ban đầu. Xác định được mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, bảng biểu, đồ thị,...) cho tình huống xuất hiện trong bài toán thực tiễn. Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập. Thể hiện và đánh giá được lời giải trong ngữ cảnh thực tế và cải tiến được mô hình nếu cách giải quyết không phù hợp [1].

2.3. Hệ thống và mô hình

Hệ thống là một tập hợp các phần tử với những tác động qua lại giữa chúng mà những tác động này phải tuân theo một số nguyên lí hay quy tắc nào đó đặc trưng cho hệ thống này.

Mô hình là một mẫu, một đại diện, một minh họa được thiết kế để mô tả cấu trúc của hệ thống, cách vận hành của một hoặc các sự vật, hiện tượng thuộc hệ thống này.

Người ta thường sử dụng khái niệm mô hình với hai nghĩa khác nhau:

Theo nghĩa thứ nhất, mô hình là một bản sao, một ví dụ, có những tính chất đặc trưng cho sự vật gốc mà mô hình đó biểu diễn. Với nghĩa này thì các khối cầu, chóp, nón (cụ thể, vật chất) được sử dụng trong dạy học hình học là những mô hình của các khái niệm hình cầu, hình chóp, hình nón.

Theo nghĩa thứ hai thì mô hình là một biểu diễn cho các phần quan trọng của một hệ thống (có sẵn hoặc sắp được xây dựng) với mục đích nghiên cứu hệ thống đó. Nói cách khác, mô hình là cái thu được từ việc diễn đạt theo một ngôn ngữ nào đó các đặc trưng chủ yếu của một tình huống, một hệ thống mà người ta cần nghiên cứu. Cách biểu diễn này tuân theo một tập hợp các quy tắc nào đó. Khi các quy tắc ấy là quy tắc toán học thì một mô hình toán học đã được tạo ra.

2.4. Quy trình mô hình hóa toán học

Bước 1: Hiểu tình huống thực tế, xác định các yếu tố có ý nghĩa quan trọng nhất trong hệ thống và xác lập các quy luật mà chúng ta phải tuân theo, có thể đưa vào các điều kiện và giả thiết phù hợp, có

thể lý tưởng hóa, đơn giản hóa vấn đề để từ đó tạo ra một mô hình thực tế của tình huống (mô hình trung gian).

Bước 2: Mô hình thực tế được toán học hóa, tức là được thông dịch sang ngôn ngữ toán học để dẫn đến một mô hình toán học của tình huống ban đầu. Chúng ta nên lưu ý rằng là ứng với vấn đề đang xem xét có thể có nhiều mô hình toán học khác nhau, việc xác định, đưa ra mô hình phụ thuộc vào việc chúng ta đánh giá yếu tố nào của hệ thống và mối liên hệ nào giữa chúng là quan trọng.

Bước 3: Sử dụng các công cụ toán học để khảo sát và giải quyết bài toán hình thành ở bước 2. Căn cứ vào mô hình đã xây dựng cần phải chọn hoặc xây dựng phương pháp giải cho phù hợp.

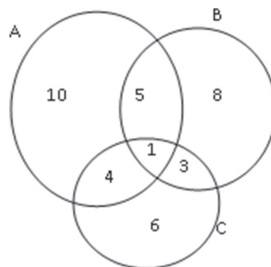
Bước 4: Phân tích và kiểm định lại các kết quả thu được trong bước 3. Ở đây người ta phải xác định mức độ phù hợp của mô hình và kết quả tính toán với vấn đề thực tế. Chúng ta lưu ý rằng: đây là một bước quan trọng giúp cho người thực hiện nhận ra rằng giải pháp đó liên quan chặt chẽ đến ngữ cảnh. Đây cũng là bước quan trọng khi mà sự mạnh, yếu của mô hình được xem xét, thảo luận.

Bước 5: Báo cáo giải thích, dự đoán kết quả. Đây là một bước đòi hỏi người thực hiện cần có kinh nghiệm sử dụng ngôn ngữ để trình bày những ý tưởng toán học. Ở đây, chúng ta sẽ phản ánh được chất lượng tư duy của người thực hiện. Các báo cáo nên bao gồm tài liệu về quá trình tiến hành cũng như các dự đoán và câu trả lời cuối cùng.

Trên đây là 5 bước của quá trình mô hình hóa toán học, lưu ý rằng có nhiều biến thể của quy trình này. Ở bước 4 có thể xảy ra một trong hai khả năng: + Khả năng thứ nhất: Mô hình và các kết quả tính toán phù hợp với thực tế. Khi đó chỉ cần tổng kết lại cách đặt vấn đề, mô hình toán học đã xây dựng, các thuật toán đã sử dụng, kết quả thu được; + Khả năng thứ hai: Mô hình và kết quả không phù hợp với thực tế. Lúc này phải tìm nguyên nhân.

2.5. Vận dụng mô hình hóa toán học để giải các bài toán về mệnh đề tập hợp

Bài tập 1: Trong một khoảng thời gian nhất định, tại một địa phương, Đài khí tượng thủy văn đã thống kê được: Số ngày mưa: 10 ngày; Số ngày có gió: 8 ngày; Số ngày lạnh: 6 ngày; Số ngày mưa và gió: 5 ngày; Số ngày mưa và lạnh: 4 ngày; Số ngày lạnh và có gió: 3 ngày; Số ngày mưa, lạnh và có gió: 1 ngày. Vậy có bao nhiêu ngày thời tiết xấu (có gió, mưa hay lạnh)? [3].



Bước 1: Xây dựng mô hình thực tế: Vấn đề đặt ra là cần xác định được có bao nhiêu ngày thời tiết xấu (có gió, mưa hay lạnh) tại một địa phương khi thống kê được số liệu ngày mưa, gió, lạnh.

Những biến số liên quan và những kết quả khi xem xét các giải thiết: Số ngày thời tiết xấu được xác định dựa vào số ngày mưa; ngày có gió; ngày lạnh; ngày mưa và có gió; ngày mưa và lạnh; ngày lạnh và có gió; và ngày mưa, lạnh và có gió.

Bước 2: Xây dựng mô hình toán học: Để thuận tiện trong việc tính toán, ta kí hiệu tập hợp các ngày mưa là A, tập hợp các ngày có gió là B, tập hợp các ngày lạnh là C.

Vấn đề được chuyển về bài toán:

"Xác định số phần tử của tập hợp $E = A \cup B \cup C$ (kí hiệu là $n(E)$). Biết $n(E) = 10$, $n(B) = 8$, $n(C) = 6$, $n(A \cap B) = 5$, $n(A \cap C) = 4$, $n(B \cap C) = 3$, $n(A \cap B \cap C) = 1$ ".

Bước 3: Giải quyết vấn đề toán học: Số ngày chỉ mưa: $n(A) - n(A \cap B) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C) = 10 - 5 - 4 + 1 = 2$.

Số ngày chỉ có gió: $n(B) - n(A \cap B) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C) = 8 - 5 - 3 + 1 = 1$.

Số ngày chỉ lạnh: $n(C) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C) = 6 - 4 - 3 + 1 = 0$.

Số ngày mưa và có gió nhưng không lạnh: $n(A \cap B) - n(A \cap B \cap C) = 5 - 1 = 4$.

Số ngày mưa và lạnh nhưng không có gió: $n(A \cap C) - n(A \cap B \cap C) = 4 - 1 = 3$.

Số ngày có gió và lạnh nhưng không có mưa: $n(B \cap C) - n(A \cap B \cap C) = 3 - 1 = 2$.

Vậy số ngày thời tiết xấu (có gió, mưa hay lạnh) là: $2 + 1 + 0 + 4 + 3 + 2 + 1 = 13$

Bước 4: Thẩm định mô hình

Mô hình xác định số ngày thời tiết xấu hoàn toàn chính xác với bài toán thực tiễn.

Bước 5: Báo cáo kết quả và giải thích cho lời giải

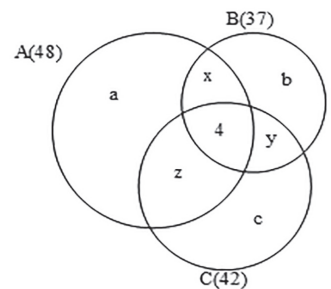
Số ngày thời tiết xấu (có gió, mưa hay lạnh) là: $2 + 1 + 0 + 4 + 3 + 2 + 1 = 13$.

Qua tính toán ta thấy số liệu khớp với các số liệu dự đoán của trung tâm dự báo. Bằng việc áp dụng các phép toán tập hợp vào bài toán thực tiễn và sử dụng biểu đồ Ven ta thấy việc dự đoán dễ dàng hơn.

Bài tập 2: Trong Kỳ thi tốt nghiệp phổ thông, ở một trường kết quả số thí sinh đạt danh hiệu xuất sắc như sau: Về môn Toán: 48 thí sinh; Về môn Vật lý: 37 thí sinh; Về môn Văn: 42 thí sinh; Về môn Toán hoặc môn Vật lý: 75 thí sinh; Về môn Toán hoặc môn Văn: 76 thí sinh; Về môn Vật lý hoặc môn Văn: 66 thí sinh; Về cả 3 môn: 4 thí sinh.

Vậy có bao nhiêu HS nhận được danh hiệu xuất sắc về: Một môn?; Hai môn?; Ít nhất một môn? [2].

Bước 1: Xây dựng mô hình thực tế: Vấn đề đặt ra là trong một kỳ thi tốt nghiệp phổ thông cần xác định được có bao nhiêu HS đạt danh hiệu xuất sắc về 1 môn (môn Toán, môn Vật lý, môn Văn), đạt danh hiệu xuất sắc về 2 môn (Toán và Vật lý, Toán và Văn hay Vật lý và Văn), đạt danh hiệu xuất sắc ít nhất 1 môn (Toán, Vật lý hay Văn) khi biết số lượng HS đạt danh hiệu xuất sắc 1 môn hoặc cả hai môn hay cả ba môn. Những biến số liên quan và những kết quả khi xem xét các giải thiết: Việc xác định số HS đạt danh hiệu xuất sắc về 1 môn, 2 môn hay 3 môn dựa vào các số liệu HS đạt danh hiệu xuất sắc đã được thống kê ở trên.



Bước 2: Xây dựng mô hình toán học: Để đơn giản trong việc tính toán, ta gọi tập hợp các thí sinh đạt danh hiệu xuất sắc về môn Toán là T, tập hợp các thí sinh đạt danh hiệu xuất sắc về môn Vật lý là L, tập hợp các thí sinh đạt danh hiệu xuất sắc về môn Văn là V.

Vấn đề được chuyển qua bài toán:

Biết: $n(T) = 48, n(L) = 37, n(V) = 42, n(T \cup L) = 75, n(T \cup V) = 76, n(L \cup V) = 66, n(T \cap V \cap L) = 4$

Tính số HS nhận được danh hiệu xuất sắc về 1 môn, 2 môn, ít nhất 1 môn?

Bước 3: Giải quyết vấn đề toán học

Số HS đạt danh hiệu xuất sắc về môn Toán và Vật lý là:

$$n(T \cap L) = n(T) + n(L) - n(T \cup L) = 48 + 37 - 75 = 10.$$

Số HS đạt danh hiệu xuất sắc về môn Toán và Văn là:

$$n(T \cap V) = n(T) + n(V) - n(T \cup V) = 48 + 42 - 76 = 14.$$

Số HS đạt danh hiệu xuất sắc về môn Vật lý và Văn là:

$$n(L \cap V) = n(L) + n(V) - n(L \cup V) = 37 + 42 - 66 = 13.$$

Số HS đạt danh hiệu xuất sắc chỉ môn Toán:

$$n(T) - n(T \cap L) - n(T \cap V) + n(T \cap L \cap V) = 48 - 10 - 14 + 4 = 28.$$

Số HS đạt danh hiệu xuất sắc chỉ môn Vật lý:

$$n(L) - n(T \cap L) - n(L \cap V) + n(T \cap L \cap V) = 37 - 10 - 13 + 4 = 18.$$

Số HS đạt danh hiệu xuất sắc chỉ môn Văn:

$$n(V) - n(T \cap V) - n(L \cap V) + n(T \cap L \cap V) = 42 - 14 - 13 + 4 = 19.$$

Vậy:

+ Số HS đạt danh hiệu xuất sắc về 1 môn là: $28 + 18 + 19 = 65$ (HS).

+ Số HS đạt danh hiệu xuất sắc về 2 môn là:

$$n(T \cap L) + n(T \cap V) + n(L \cap V) - 3.n(T \cap L \cap V) = 10 + 14 + 13 - 3.4 = 25$$
 (HS).

+ Số HS đạt danh hiệu xuất sắc ít nhất 1 môn là:

$$28 + 18 + 29 + 10 + 14 + 13 - 2.4 = 94$$
 (HS).

Bước 4: Thử định mô hình

Mô hình xác định số phần tử của một tập hợp như trên là phù hợp và chính xác với bài toán thực tế.

Bước 5: Báo cáo kết quả và giải thích cho lời giải

Vậy có 65 thí sinh đạt danh hiệu xuất sắc 1 môn, 25 thí sinh đạt danh hiệu xuất sắc 2 môn, 94 thí sinh đạt danh hiệu xuất sắc ít nhất 1 môn.

Qua việc áp dụng các phép toán Tổ hợp và biểu đồ Ven, việc tính toán trở nên đơn giản hơn.

3. Kết luận

Sau khi áp dụng kiến thức trong bài báo này vào giải bài toán có liên quan cấp THPT, tác giả nhận thấy chất lượng giảng dạy có sự tiến bộ rõ rệt. HS tiếp cận nhanh với các dữ liệu của bài toán, xác định được yêu cầu bài, hứng thú với bài toán thực tiễn về mệnh đề tập hợp. Khả năng mô hình hóa toán học dần trở nên gần gũi và quen thuộc đối với HS [4]. Đặc biệt là sau khi giảng dạy chuyên đề vào thực tiễn đã giúp HS phát triển tư duy sáng tạo, kĩ năng làm toán cũng như kỹ năng sống cho các em. Bước đầu đã hình thành cho HS một thói quen tự học, tự nghiên cứu, tự khám phá, đồng thời giúp các em linh hoạt hơn, chủ động hơn và không rập khuôn máy móc trong việc giải toán. Tuy nhiên, không có phương pháp nào là vạn năng mà phải dựa vào chính sự tích cực chủ động trong việc dạy của GV đã vận dụng nhiều phương pháp, chọn lọc kiến thức phù hợp với từng đối tượng HS thúc đẩy sự hứng khởi học tập của HS, từ đó tạo niềm tin vào năng lực của bản thân trong học tập môn Toán nói chung và các môn học khác nói riêng, góp phần nâng cao chất lượng giáo dục.

Tài liệu tham khảo

[1] Đỗ Thị Thanh (2020). *Dạy học giải bài toán Xác suất nhằm phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho sinh viên khối ngành Kỹ thuật Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội*. Tạp chí Giáo dục, số đặc biệt kì 1 tháng 5, tr. 131-137.

[2] Lê Thị Hoài Châu (2014). *Mô hình hóa trong dạy học khái niệm đạo hàm*. Tạp chí Khoa học Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh, số 65 tháng 12, tr. 5-17.

[3] Lê Hồng Quang (2019). *Nghiên cứu về khung năng lực mô hình hóa toán học của học sinh trung học phổ thông*. Tạp chí Khoa học Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, tập 64 số 7, tr. 120-129.

[4] Nguyễn Thị Tân An (2012). *Sự cần thiết của mô hình hóa trong dạy học Toán*. Tạp chí Khoa học Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh, số 37 tháng 6, tr. 114-121.

[5] Nguyễn Danh Nam (2015). *Quy trình mô hình hóa trong dạy học Toán ở trường phổ thông*. Tạp chí Khoa học Đại học Quốc gia Hà Nội: Nghiên cứu giáo dục, tập 31 số 3, tr. 1-10.

[6] Nguyễn Danh Nam (2016). *Phương pháp mô hình hóa trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông*. NXB Đại học Thái Nguyên.

[7] Nguyễn Thị Nga, Lê Thái Bảo Thiên Trung, Tăng Minh Dũng, Vũ Như Thư Hương (2020). *Tài liệu bồi dưỡng giáo viên phổ thông đại trà mô đun 2 (sử dụng phương pháp dạy học, giáo dục phát triển phẩm chất, năng lực học sinh trung học phổ thông) môn Toán*, Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh.

[8] Phạm Thị Diệu Thùy, Dương Thị Hà (2018). *Phát triển năng lực mô hình hóa Toán học cho học sinh trung học cơ sở trong dạy học giải bài toán bằng cách lập phương trình*. Tạp chí Giáo dục, số 422 kỳ 2 tháng 1, tr. 31-34.