TẠP CHÍ KHOA HỌC ĐẠI HỌC HẠ LONG
Scientific Journal of Ha Long University
http://uhl.edu.vn/

MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP XỬ LÍ TÍNH NHẤT QUÁN TRONG CƠ SỞ TRI THỨC XÁC SUẤT

Nguyễn Văn Thẩm[1], Phạm Thanh Huyền[2*] và Nguyễn Đỗ Kiều Loan[3]

[1]Khoa Công nghệ thông tin, Trường Đại học Thủy lợi
[2]Khoa Công nghệ thông tin, Trường Đại học Hạ Long
[1]Khoa Cơ bản, Học viện Tài chính

** Email: phamthanhhuyen@daihochalong.edu.vn*

Ngày nhận bài: 22/06/2023 *Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 27/07/2023* *Ngày chấp nhận đăng: 15/08/2023*

TÓM TẮT

Một số chiến lược giải quyết tính không nhất quán của cơ sở tri thức xác suất đã được đề xuất và phát triển bằng cách thay đổi cấu trúc của các thành phần bên trong cơ sở tri thức, loại bỏ đi một phần tri thức, đánh giá mức độ không nhất quán bằng cách sử dụng các độ đo không nhất quán nhằm thay đổi giá trị xác suất của tri thức. Các chiến lược này thường xây dựng một họ các toán tử để làm cho một cơ sở tri thức không nhất quán trở thành cơ sở tri thức nhất quán. Bài báo này tập trung vào cách tiếp cận thứ ba, xem xét thay đổi giá trị xác suất của các ràng buộc xác suất trong cơ sở tri thức theo hướng đơn giản hơn. Bài báo tổng hợp hai toán tử và đề xuất mới một khôi phục tính nhất quán của cơ sở tri thức xác suất, từ đó đưa ra mô hình xử lí tính không nhất quán trong cơ sở tri thức xác suất và tương ứng với mỗi toán tử, một thuật toán giải quyết được đề xuất. Hơn nữa, chi phí của mỗi thuật toán cũng như các nguyên lí kì vọng của các toán tử khôi phục cũng được xem xét.

Từ khóa: *cơ sở tri thức xác suất, độ đo không nhất quán, ràng buộc xác suất, toán tử khôi phục tính nhất.*

SOME METHODS OF HANDLING INCONSISTENCY IN PROBABILISTIC KNOWLEDGE BASE

ABSTRACT

To solve the inconsistency of probabilistic knowledge bases, several strategies have been proposed and developed by changing the structure of the components inside probabilistic knowledge bases, removing a part of knowledge, and assessing the degree of inconsistency by using inconsistent measures that change the probability value of knowledge. These strategies typically construct a family of operators to convert an inconsistent probabilistic knowledge base to a consistent one. This paper focuses on the third approach, considering changing the probability values of probabilistic constraint in the probabilistic knowledge base towards a simpler direction. This paper synthesizes two operators and proposes a new one to restore the consistency of the probabilistic knowledge base. A model for dealing with inconsistencies in the probabilistic knowledge base is also provided. A resolution algorithm is proposed for each consistency restoring operator. Additionally, the cost of each algorithm, as well as the desirable principles of operators, are taken into account.

Keywords: *consistency restoring operator, inconsistency measure, probabilistic constraint, probabilistic knowledge bases.*

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Một số nghiên cứu gần đây cho rằng tích hợp cơ sở tri thức (CSTT) có liên quan chặt chẽ đến các các phương pháp xử lí tính không nhất quán của CSTT. Trong quá trình tích hợp CSTT, tính không nhất quán có thể xảy ra khi các chuyên gia chia sẻ tri thức của họ. Tính không nhất quán của các CSTT có thể làm giảm hiệu suất của các hệ thống quản lí tri thức cũng như ảnh hưởng chất lượng của CSTT chung. Có nhiều cách tiếp cận để giải quyết tính không nhất quán. Tuy nhiên, các giải pháp này phụ thuộc vào phương pháp biểu diễn CSTT (Nguyen, 2008). Ba cách tiếp cận chính để giải quyết tính không nhất quán đó là loại bỏ một phần tri thức gây ra mâu thuẫn, sửa đổi định tính và sửa đổi định lượng.

Ý tưởng chính của bài toán xử lí tính không nhất quán bằng cách loại bỏ một phần tri thức là xây dựng một tập hợp các heuristic để xử lí tính không nhất quán, cụ thể ánh xạ một CSTT xác suất có thể không nhất quán $\mathcal{K}$ thành một CSTT nhất quán $\mathcal{K}^*$ sao cho $\mathcal{K}^* \subseteq \mathcal{K}$. Phương pháp đã áp dụng thành công để phát hiện lỗi trong quản lí và áp dụng tốt trong ví dụ thực tế. Tuy nhiên, cách tiếp cận này không dựa trên một nền tảng lí thuyết. Một cách tiếp cận khác để giải quyết tính không nhất quán là sửa một số công thức sao cho thu được CSTT nhất quán (Rodder & Xu, 2001; Kern-Isberner & Rodder, 2003). Mỗi công thức $(F_i|G_i)[d_i] \in \mathcal{K}$, $\forall i = \overline{1,n}$ được thay bởi công thức $(F_iH_i|G_iH_i)[d_i]$ sao cho $\mathcal{K}$ nhất quán. Mỗi công thức $(F_i|G_i)[d_i] \in \mathcal{K}$, $\forall i = \overline{1,n}$ được thay bởi công thức $(F_i|G_iH)[d_i]$ sao cho $\mathcal{K}$ nhất quán (Kern-Isberner & Rodder, 2003).

Một cách tiếp cận xử lí tính không nhất quán đó là sửa giá trị xác suất của các ràng buộc xác suất (RBXS) trong $\mathcal{K}$ theo cách tiếp cận tối thiểu sao cho CSTT xác suất thu được với giá trị của các ràng buộc đã sửa đổi nhất quán (Potyka, 2016; Bona, 2016).

Potyka (2016) sử dụng các độ đo vi phạm để xây dựng hai bài toán khôi phục tính nhất quán trong CSTT có điều kiện xác suất. Phương pháp đầu tiên phụ thuộc vào các hàm leo không chệch $\Xi^U_{\mathcal{R}}(\delta)$ để xây dựng bộ khôi phục tính nhất quán leo không chệch $\Upsilon^U(\mathcal{R}) = \Xi^U_{\mathcal{R}}(\delta^*)$. Nếu $\delta = 0$ thì $\Xi^U_{\mathcal{R}}(0) = \mathcal{R}$. Nếu $\delta = 1$ thì $\Xi^U_{\mathcal{R}}(1)$ nhất quán. Kĩ thuật khôi phục tính nhất quán là đi tìm một δ^* nhỏ nhất sao cho $\Xi^U_{\mathcal{R}}(\delta^*)$ nhất quán. Tuy nhiên, rất khó xây dựng hàm $\Xi^U_{\mathcal{R}}(\delta)$ vì nó phụ thuộc vào hàm xác suất đồng thời P_0 trên tập hợp các thế giới có thể theo mệnh đề. Phương pháp thứ hai phụ thuộc vào hàm leo phạt $\Xi^P_{\mathcal{R}}(\delta)$ để xây dựng bộ khôi phục tính nhất quán leo không chệch $\Upsilon^P(\mathcal{R}) = \Xi^P_{\mathcal{R}}(\delta)$. Nếu $\delta = 0$ thì $\Xi^P_{\mathcal{R}}(0) = \mathcal{R}$. Kĩ thuật khôi phục tính nhất quán là tìm $\delta^* \in [0,1]$ sao cho $\Xi^P_{\mathcal{R}}(\delta^*)$ nhất quán. Tuy nhiên, xây dựng hàm $\Upsilon^P(\mathcal{R}) = \Xi^P_{\mathcal{R}}(\delta)$ là không dễ vì phải tìm tất cả các nghiệm của bài toán tối ưu xác định vectơ khả vi của $\mathcal{R}$.

Bằng cách sử dụng độ đo không nhất quán, Bona (2016) đã nghiên cứu các cách tiếp cận để giải quyết các CSTT không nhất quán. Cách tiếp cận đầu tiên dựa trên các độ đo vi phạm tối thiểu $Inc^1_\pi(\mathcal{R})$, $Inc^p_\pi(\mathcal{R})$, $Inc^\infty_\pi(\mathcal{R})$ và nguyên lí entropy cực đại để biến đổi một CSTT không nhất quán thành nhất quán. Ý tưởng chính của cách tiếp cận này là thay đổi xác suất điểm bằng cách xác định toán tử hợp nhất ME tổng quát $\Gamma^p_{ME}(\mathcal{R})$. Cách thứ hai kế thừa cách tiếp cận thứ nhất nhưng thay vì làm việc với xác suất điểm $[\rho]$, khoảng xác suất $[l,u]$ với $0 \le l \le u \le 1$ được phép nới lỏng cho đến khi CSTT trở nên nhất quán bằng cách xây dựng toán tử hợp nhất $\mathcal{C}^\varepsilon_p(\mathcal{R})$. Tuy nhiên, tất cả các cách tiếp cận trong các công trình này đều được xem xét trên ngữ cảnh logic điều kiện xác suất.

Trong công trình (Nguyen & cs., 2018; Nguyen, 2021), chúng tôi sử dụng các độ không nhất quán để giải quyết tính không nhất quán của CSTT xác xuất bằng cách tập trung vào việc thay đổi xác suất trong CSTT này. Các cách tiếp cận của chúng tôi được mở rộng từ các chiến lược trong Potyka, 2016 và Bona, 2016 nhưng bài toán khôi phục tính nhất quán được xem xét trong một tập hợp các sự kiện. Các cách tiếp cận trong Nguyen và cs., 2018 sử dụng các đo độ không nhất quán theo chuẩn $\mathcal{I}_\pi^1(\mathcal{R})$, $\mathcal{I}_\pi^p(\mathcal{R})$, $\mathcal{I}_\pi^\infty(\mathcal{R})$ và độ đo không nhất quán phi chuẩn $\mathcal{I}_\pi^u(\mathcal{R})$ để xây dựng toán tử khôi phục theo chuẩn $\Gamma^p(\mathcal{R})$ và toán tử khôi phục phi chuẩn $\Gamma^u(\mathcal{R})$. Toán tử khôi phục $\Gamma^p(\mathcal{R})$ là lời giải của bài toán tối ưu không có ràng buộc trong khi toán tử $\Gamma^u(\mathcal{R})$ là lời giải của bài toán tối ưu với một tập các ràng buộc. Cách tiếp cận trong Nguyen và cs., 2018 sử dụng các nguyên lí của entropy cực đại để xây dựng bài toán khôi phục tính nhất quán. Bài toán này cũng là một vấn đề tối ưu hóa phi tuyến tính với các ràng buộc. Lời giải của bài toán này là một vectơ xác suất được khôi phục thỏa mãn. Các quy tắc xác suất được sử dụng để thu được CSTT xác suất nhất quán từ vectơ xác suất được khôi phục thỏa mãn.

Trong bài báo này, chúng tôi tổng hợp các phương pháp xử lí tính không nhất quán được đề xuất từ công trình của Nguyen và cs., 2021. Đó là bộ xử lí tính không nhất quán biến dạng cân bằng và bộ xử lí tính nhất quán biến dạng phạt được đề xuất như là hai lựa chọn thay thế để giải quyết tính không nhất quán trong CSTT xác suất (Nguyen & cs., 2021). Cách tiếp cận này dễ dàng tìm được CSTT nhất quán so với các phương pháp trong Bona, 2016. Từ các cách tiếp cận này, chúng tôi đề xuất các toán tử khôi phục tính nhất quán trong CSTT xác suất, xem xét một số nguyên lí kì vọng mà các bộ xử lí tính không nhất quán biến dạng cần thoả mãn. Sau đó, chúng tôi đề xuất ba thuật toán để giải quyết tính không nhất quán trong CSTT xác suất: thuật toán khôi phục tính nhất quán biến hình phạt (EADIS), thuật toán khôi phục tính nhất quán biến hình cân bằng mở rộng (EEDIS), thuật toán khôi phục tính nhất quán Loga cân bằng (EELIS). Độ phức tạp của các thuật toán cũng được thảo luận và chứng minh.

Bài viết này được tổ chức gồm bốn phần. Phần một là phần đặt vấn đề. Phần hai trình bày một số khái niệm trong các kết quả công bố liên quan về CSTT xác suất gồm các định nghĩa và kí hiệu cơ bản trong CSTT xác suất, một số nguyên lí kì vọng của toán tử khôi phục tính nhất quán. Phần ba tổng hợp hai cách tiếp cận và đề xuất một cách tiếp để xử lí tính không nhất quán trong CSTT xác suất. Các thuật toán tìm CSTT xác suất nhất quán cũng như việc đánh giá độ phức tạp của các thuật toán này được giới thiệu trong phần ba. Phần bốn trình bày kết luận và tổng hợp các kết quả thu được, đưa ra một số hướng thực hiện trong tương lai.

2. KIẾN THỨC LIÊN QUAN TRONG CƠ SỞ TRÍ THỨC

2.1. Một số khái niệm cơ bản trong cơ sở tri thức xác suất

Đặt $\mathcal{S}$ là một không gian mẫu hữu hạn chứa tất cả các kết quả có thể có của một thí nghiệm thống kê. Đặt $\mathcal{E} = \{E_1, \ldots, E_n\}$ là một tập hợp các sự kiện được biểu thị trong không gian mẫu $\mathcal{S}$. Đặt $\mathfrak{P}(\mathcal{E})$ là tập các tập con của E. Với $F, G \in \mathcal{E}$, đặt FG là giao của F và G, $\overline{F}$ là phủ định của F. Đặt $\Theta = \hat{E}_1 \ldots \hat{E}_n$ là hội đầy đủ của $\mathcal{E}$ với $\hat{E}_i = \left\{E_i, \overline{E}_i\right\}$. Đặt $\mathrm{h} = 2^{\mathrm{n}}$ và $\Lambda(\mathcal{E}) = \{\Theta_1, \ldots, \Theta_h\}$ là tập các hội đầy đủ của $\mathcal{E}$ và $\overline{E}_1 \ldots \overline{E}_n = \emptyset$. Đặt $\mathcal{Q} = \mathcal{E} \cup \left\{\hat{E}_i \hat{E}_j : \hat{E}_i = \left\{E_i, \overline{E}_i\right\}, \hat{E}_j = \left\{E_j, \overline{E}_j\right\}, E_i \neq E_j\right\}$. Hội đầy đủ thỏa mãn U , kí hiệu $\Theta \vDash$ U nếu U xuất hiện dương trong Θ.

Định nghĩa 1. (Nguyen & cs., 2021). *Đặt $F, G \in \mathcal{E}$ và $\rho \in \mathbb{R}_{[0,1]}$. Một RBXS là một biểu thức có dạng $c[\rho]$, trong đó $c = (F|G)$.*

Nếu F độc lập với G, tức G là lặp thừa, $G \equiv \top$, kí hiệu $(F|\top)$ bởi (F). Hai RBXS c_1 và c_2 được gọi là tương đương về cấu trúc, được kí hiệu $c_1 \approx c_2$, nếu sự kiện bên trái của c_1 bằng sự kiện bên trái của c_2 và sự kiện bên phải của c_1 bằng sự kiện bên phải của c_2.

Định nghĩa 2. (Nguyen & cs., 2021). *Một CSTT xác suất $\mathcal{K}$ là một tập hữu hạn các RBXS: $\mathcal{K} = \{k_1, \ldots, k_n\}$*

Trong đó, $k_i = c_i\left[\rho_i\right] \;\; \forall i = \overline{1, n}$

Định nghĩa 3. *(Hàm xác suất). Hàm xác suất* $\mathscr{P}: \mathfrak{P}(\mathscr{E}) \to \mathbb{R}_{[0,1]}$ *trên* $\mathscr{E}$ *thoả mãn:*

(1) $\mathscr{P}(\mathscr{E}) = 1$

(2) $\mathscr{P}(A \cup B) = \mathscr{P}(A) + \mathscr{P}(B)$ *với* $A, B \in \mathscr{E}$ *và* $A \cap B = \emptyset$

RBXS (F|G)[ρ] thoả mãn $\mathscr{P} \in \mathfrak{P}(\mathscr{E})$, được kí hiệu bởi $\mathscr{P} \vDash$ (F|G)[ρ] nếu và chỉ nếu $\mathscr{P}(FG) = \rho\mathscr{P}(F)$. Một hàm xác suất $\mathscr{P}$ thoả mãn $\mathscr{K}$ kí hiệu bởi $\mathscr{P} \vDash \mathscr{K}$ nếu và chỉ nếu $\mathscr{P} \vDash \mathscr{k} \quad \forall \mathscr{k} \in \mathscr{K}$. Đặt $\mho(\mathscr{K}) = \{\mathscr{P} \in \mathfrak{P}(\mathscr{E}) : \mathscr{P} \vDash \mathscr{K}\}$

Định nghĩa 4. (Nguyen & cs., 2021). *Cho* $\mathscr{K} = \{c_1[\rho_1], \dots, c_n[\rho_n]\}$ *là một CSTT xác suất. Hàm* $\partial_{\mathscr{K}}: \mathbb{R}^n_{[0,1]} \to \mathbb{K}$ *được gọi là hàm đặc trưng của* $\mathscr{K}$ *nếu tồn tại* $\vec{\vartheta} = (\vartheta_1, \dots, \vartheta_n) \in \mathbb{R}^n_{[0,1]}$ *sao cho* $\partial_{\mathscr{K}}(\vec{\vartheta}) = \{c_1[\rho_1], \dots, c_n[\rho_n]\}$.

Định nghĩa 5. (Nguyen & cs., 2021). *Độ đo không nhất quán* $\mathscr{K}$ *trên* $\mathcal{E}$ *là hàm* $\mathscr{I}: \mathbb{K} \to \mathbb{R}^+$ *sao cho* $\mathscr{I}(\mathscr{K}) = 0$ *nếu và chỉ nếu* $\mho(\mathscr{K}) \neq \emptyset$.

Hàm chỉ tiêu μ: $\mathcal{Q} \times \Lambda(\mathcal{E}) \to \mathbb{R}_{[0,1]}$ được định nghĩa như sau:

$$\mu(U, \Theta) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } \Theta \vDash U \\ 0 & \text{ngược lại} \end{cases}$$

Đặt $\mathscr{C}^{\mathcal{E},+}_{\mathscr{K}} = (c^+_{ij}) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ là ma trận hệ số không âm của $\mathscr{K}$ *trên* $\mathcal{E}$. Đặt $\mathscr{C}^{\mathcal{E},-}_{\mathscr{K}} = (c^-_{ij}) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ là ma trận hệ số không dương của $\mathscr{K}$ trên $\mathcal{E}$. Đặt $\bar{A}_{\mathscr{K}} = (\bar{a}_{ij}) \in \mathbb{R}^{n \times 2n}$ là ma trận đường chéo kép của $\mathscr{K}$ *trên* $\mathcal{E}$, trong đó $c^+_{ij} = \mu(F_iG_i, \Theta_j)$, $c^-_{ij} = -\mu(G_i, \Theta_j)$ và

$$\bar{a}_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{nếu } i = j \text{ và } i = \overline{1, n} \\ -1 & \text{nếu } j - i = n \text{ và } j = \overline{n+1, 2n} \\ 0 & \text{ngược lại} \end{cases}$$

Định nghĩa 6. (Nguyen & cs., 2021). *Cho* $\mathscr{K} = \{c_1[\rho_1], \dots, c_n[\rho_n]\}$ *là một CSTT xác suất và* $\vec{\rho} = (\rho_1, \dots, \rho_n)$. *Đặt* $f: \mathbb{R}^{m+2n} \to \mathbb{R}^*$ *sao cho* $f(\vec{\omega}, \vec{a}) = \sum_{i=1}^{n}(x_i + y_i)$. *Vectơ phạt trung vị của* $\mathscr{K}$ *tương ứng với* $\vec{a}^* = (\vec{x}^*, \vec{y}^*)$ *là lời giải của bài toán tối ưu:*

$$arg \min_{(\vec{\omega}, \vec{a}) \in \mathbb{R}^{m+2n}} f(\vec{\omega}, \vec{a})$$

với các ràng buộc:

$$\bar{A}_{\mathscr{K}}.\vec{a}^{\mathsf{T}} \le \vec{1} - \vec{\rho}, \bar{A}_{\mathscr{K}}.\vec{a}^{\mathsf{T}} \ge -\vec{\rho}$$

$$\textstyle\sum_{i=1}^{m} \omega_i = 1, \vec{\omega} \ge \vec{0}$$

$$\mathscr{C}^{\mathcal{E},+}_{\mathscr{K}}\vec{\omega} + (\vec{\rho} + \vec{x} - \vec{y})\mathscr{C}^{\mathcal{E},-}_{\mathscr{K}}\vec{\omega} = 0$$

Định nghĩa 7. (Nguyen & cs., 2021). *Đặt* $\vec{a} = (x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n)$ *là vectơ phạt trung vị của* $\mathscr{K}$. *Độ đo phạt trung vị của* $\mathscr{k}_i \in \mathscr{K}\ \forall i = \overline{1, n}$ *được định nghĩa như sau:*

$$d(\mathscr{k}_i) = |x_i - y_i|$$

Dấu của $\mathscr{k}_i \in \mathscr{K}\ \forall i = \overline{1, n}$ *được định nghĩa như sau:*

$$s(\mathscr{k}_i) = \begin{cases} -1 & \text{nếu } x_i - y_i < 0 \\ 0 & \text{nếu } x_i - y_i = 0 \\ 1 & \text{ngược lại} \end{cases}$$

2.2. Nguyên lí kì vọng của toán tử khôi phục tính nhất quán

Phần này trình bày số nguyên lí kì vọng mà các toán tử khôi phục tính nhất quán nên thoả mãn được mở rộng từ Bona, 2016. Nếu $\mho(\mathscr{K}_1) \neq \mho(\mathscr{K}_2)$thì $\mathscr{K}_1$ được gọi là tương đương mở rộng với $\mathscr{K}_2$, kí hiệu là $\mathscr{K}_1 \risingdotseq \mathscr{K}_1$. Nếu $\exists \pi: \mathscr{K}_1 \to \mathscr{K}_2$ sao cho $\kappa \equiv \pi(\kappa)$ với mỗi $\kappa \in \mathscr{K}_1$ thì $\mathscr{K}_1$ được gọi là tương đương bán mở rộng với $\mathscr{K}_2$, kí hiệu là $\mathscr{K}_1 \doteq \mathscr{K}_2$. Cho $SC(\mathscr{K})$ là tập hợp bao gồm tất cả các RBXS xuất hiện trong $\mathscr{K}$.

Định nghĩa 8. (Các nguyên lí kì vọng). Cho $\mathscr{K}_1, \mathscr{K}_2, \mathscr{K} \in \mathbb{K}$. Hàm $\Gamma: \mathbb{K} \to \mathbb{K}$ được gọi là toán tử khôi phục tính nhất quán biến hình nếu thoả mãn các nguyên lí sau:

(EXI) Nguyên lí tồn tại: $\forall \mathscr{K} \in \mathbb{K}: \exists \Gamma(\mathscr{K})$

Nguyên lí này phát biểu rằng với mọi CSTT xác suất luôn tồn tại $\Gamma(\mathscr{K})$.

(GAI) Nguyên lí khuếch đại: $\forall \mathscr{K} \in \mathbb{K}$ nếu $\exists \Gamma(\mathscr{K})$ thì $\Gamma(\mathscr{K})$ nhất quán.

Nguyên lí khuếch đại cho rằng nếu áp dụng toán tử khôi phục tính nhất quán biến dạng được cho một CSTT xác suất thì thu được CSTT xác suất nhất quán.

(SCR) Nguyên lí bảo toàn cấu trúc: $\forall \mathcal{K} \in \mathbb{K}: \Gamma(\mathcal{K}) = \partial_{\mathcal{K}}\left(\vec{\vartheta}\right)$ với $\vec{\vartheta} \in \mathbb{R}^n_{[0,1]}$.

Nguyên lí này phát biểu rằng khi áp dụng toán tử khôi phục tính nhất biến dạng thì không làm thay đổi cấu trúc của RBXS trong CSTT xác suất.

(CON) Nguyên lí nhất quán: Nếu $\mathcal{K}$ nhất quán thì $\Gamma(\mathcal{K}) = \mathcal{K}$

Có thể hiểu nguyên lí này là nếu CSTT xác suất đầu vào nhất quán thì CSTT xác suất đã nhất quán không cần sửa đổi.

(IRS) Nguyên lí không hợp cú pháp: Nếu $\mathcal{K}_1 \doteq \mathcal{K}_2$ thì $\Gamma(\mathcal{K}_1) \doteq \Gamma(\mathcal{K}_2)$.

Nguyên lí này phát biểu rằng nếu áp dụng toán tử khôi phục tính nhất biến dạng trên hai CSTT xác suất tương đương bán mở rộng thì hai CSTT xác suất thu được cũng thu được tương đương bán mở rộng.

(NOD) Nguyên lí không độc tài: Nếu $\kappa = (F|G)$ và $G \not\equiv \top$ thì $\exists \mathcal{K}: \kappa \in \mathcal{K}, \kappa \notin \Gamma(\mathcal{K})$.

Nguyên lí này phát biểu rằng không có RBXS phi tự nhiên nào mà làm thay đổi trong bất kỳ CSTT xác suất nào.

(WIA) Nguyên lí trung lập yếu của các biến đổi rời rạc: Nếu $SC(\mathcal{K}_1) \cap SC(\mathcal{K}_2) = \varnothing$ thì $\Gamma(\mathcal{K}_1 \cup \mathcal{K}_2) \doteqdot \Gamma(\mathcal{K}_1) \cup \Gamma(\mathcal{K}_2)$.

Nguyên lí này phát biểu rằng nếu giao của tất cả các RBXS xuất hiện trong hai CSTT xác suất là rỗng thì kết quả khôi phục tính nhất quán của hợp hai CSTT xác suất sẽ tương đương mở rộng với hợp của các kết quả khôi phục tính nhất quán của từng CSTT xác suất.

(IIA) Nguyên lí trung lập của các biến đổi rời rạc. Nếu $\Gamma(\mathcal{K}_1) \cup \Gamma(\mathcal{K}_2)$ nhất quán thì $\Gamma(\mathcal{K}_1) \cup \Gamma(\mathcal{K}_2) = \Gamma(\mathcal{K}_1 \cup \mathcal{K}_2)$.

Nguyên lí này nói rằng kết quả khôi phục tính nhất của hợp của từng CSTT xác suất là nhất quán thì kết quả thu được cũng giống như nguyên lí WIA.

3. ĐỀ XUẤT XỬ LÍ TÍNH KHÔNG NHẤT QUÁN TRONG CƠ SỞ TRI THỨC

3.1. Các toán tử khôi phục tính nhất quán

3.1.1. Toán tử Γ^e

Định nghĩa 9. (Vectơ biến hình cân bằng). Cho $\mathcal{K} = \left\{c_1\left[\rho_1\right], \ldots, c_n\left[\rho_n\right]\right\}$là một CSTT xác suất và $\Delta \in \mathbb{R}_{[0,1]}$. Vectơ biến hình cân bằng của $\mathcal{K}$ được định nghĩa bởi $\vec{\vartheta}^e = \left(\vartheta^e_1, \ldots, \vartheta^e_n\right)$ sao cho $\vartheta^e_i = \rho_i + (0.5 - \rho_i)\Delta \;\; \forall i = \overline{1,n}$.

Định nghĩa 10. (Hàm biến hình cân bằng). Hàm biến hình cân bằng $\eta^e_{\mathcal{K}}: \mathbb{R}_{[0,1]} \to \mathbb{K}$ của $\mathcal{K}$ được định nghĩa như sau: $\eta^e_{\mathcal{K}}(\Delta) = \partial_{\mathcal{K}}\left(\vec{\vartheta}^e\right)$

Dễ dàng thấy rằng $\eta^e_{\mathcal{K}}(0) = \mathcal{K}$.

Định lí 1. (Toán tử khôi phục tính nhất quán biến hình cân bằng). Cho $\mathcal{K} = \left\{c_1\left[\rho_1\right], \ldots, c_n\left[\rho_n\right]\right\}$ là một CSTT xác suất. Đặt $\Gamma^e: \mathbb{K} \to \mathbb{K}$ là toán tử khôi phục tính nhất quán biến hình cân bằng. Khi đó tồn tại $\Delta^* = min\left\{\Delta \in \mathbb{R}_{[0,1]} | \mathcal{I}\left(\eta^e_{\mathcal{K}}(\Delta)\right) = 0\right\}$ sao cho $\Gamma^e(\mathcal{K}) = \eta^e_{\mathcal{K}}(\Delta^*)$.

Định lí 2. Toán tử Γ^e thỏa mãn các tính chất EXI, GAI, SCR, CON, IRS, WIA, IIA.

3.1.2. Toán tử Γ^a

Định nghĩa 11. (Vectơ phạt chuẩn). Cho $\mathcal{K} = \{\kappa_1, \ldots, \kappa_n\}$ là một CSTT xác suất và $\varepsilon \in \mathbb{R}_{[0,1]}$. Vectơ phạt chuẩn của $\mathcal{K}$ được định nghĩa bởi $\vec{\delta} = (\delta_1, \ldots, \delta_n)$

trong đó $\delta_i = \frac{s(\kappa_i)d(\kappa_i)}{\hat{\delta}}$

và $\hat{\delta} = min\left\{|s(\kappa_i)d(\kappa_i)|: s(\kappa_i)d(\kappa_i) \neq 0 \; \forall i = \overline{1,n}\right\}$. Nếu $(\kappa_i)d(\kappa_i) = 0 \; \forall i = \overline{1,n}$ thì $\hat{\delta} = 0$.

Định nghĩa 12. (Vectơ biến hình phạt). Cho $\mathcal{K} = \left\{c_1\left[\rho_1\right], \ldots, c_n\left[\rho_n\right]\right\}$ là một CSTT xác suất và $\Delta \in \mathbb{R}_{[0,1]}$. Vectơ biến hình phạt của $\mathcal{K}$ được định nghĩa bởi $\vec{\vartheta}^a = \left(\vartheta^a_1, \ldots, \vartheta^a_n\right)$ sao cho $\vartheta^a_i = p(\rho_i + \Delta\, \delta_i) \;\; \forall i = \overline{1,n}$.

Định nghĩa 13. (Hàm biến hình phạt). Hàm biến hình phạt $\eta^a_{\mathcal{K}}: \mathbb{R}_{[0,1]} \to \mathbb{K}$ của $\mathcal{K}$ được định nghĩa như sau: $\eta^a_{\mathcal{K}}(\Delta) = \partial_{\mathcal{K}}\left(\vec{\vartheta}^a\right)$.

Định lí 3. (Toán tử khôi phục tính nhất quán biến hình phạt). Cho $\mathcal{K} = \{c_1[\rho_1], \dots, c_n[\rho_n]\}$ là một CSTT xác suất. Đặt $\Gamma^a: \mathbb{K} \to \mathbb{K}$ là toán tử khôi phục tính nhất quán biến hình phạt. Khi đó tồn tại $\Delta^* = min\left\{\Delta \in \mathbb{R}_{[0,1]} | \mathcal{I}\left(\eta^a_{\mathcal{K}}(\Delta)\right) = 0\right\}$ sao cho $\Gamma^a(\mathcal{K}) = \eta^a_{\mathcal{K}}(\Delta^*)$.

Định lí 4. Toán tử Γ^e thỏa mãn các tính chất EXI, GAI, SCR, CON, NOD, WIA, IIA.

3.1.3. Toán tử Γ^l

Định nghĩa 14. (Vectơ loga cân bằng). Cho $\mathcal{K} = \{c_1[\rho_1], \dots, c_n[\rho_n]\}$ là một CSTT xác suất và $\varepsilon \in \mathbb{R}_{[0,1]}$. Vectơ loga cân bằng của $\mathcal{K}$ được định nghĩa bởi $\vec{\vartheta}^l = \left(\vartheta^l_1, \dots, \vartheta^l_n\right)$ sao cho $\vartheta^l_i = \rho_i + \Delta\, log\frac{0.5}{\rho_i}\ \forall i = \overline{1, n}$.

Định nghĩa 15. (Hàm loga cân bằng). Hàm loga cân bằng $\eta^l_{\mathcal{K}}: \mathbb{R}_{[0,1]} \to \mathbb{K}$ của $\mathcal{K}$ được định nghĩa như sau: $\eta^l_{\mathcal{K}}(\Delta) = \partial_{\mathcal{K}}\left(\vec{\vartheta}^l\right)$. Dễ dàng thấy rằng $\eta^l_{\mathcal{K}}(0) = \mathcal{K}$.

Định lí 5. (Toán tử khôi phục tính nhất quán loga cân bằng). Cho $\mathcal{K} = \{c_1[\rho_1], \dots, c_n[\rho_n]\}$ là một CSTT xác suất. Đặt $\Gamma^l: \mathbb{K} \to \mathbb{K}$ là toán tử khôi phục tính nhất quán loga cân bằng. Khi đó tồn tại $\Delta^* = min\left\{\Delta \in \mathbb{R}_{[0,1]} | \mathcal{I}\left(\eta^l_{\mathcal{K}}(\Delta)\right) = 0\right\}$ sao cho $\Gamma^l(\mathcal{K}) = \eta^l_{\mathcal{K}}(\Delta^*)$.

Định lí 6. Toán tử Γ^l thỏa mãn các tính chất EXI, GAI, SCR, CON, IRS, WIA, IIA.

3.2. Mô hình xử lí tính không nhất quán

Bài toán xử lí tính không nhất quán được định nghĩa như sau:

(1) **Đầu vào**: $\mathcal{K} = \{c_1[\rho_1], \dots, c_n[\rho_n]\}$ và Ɛ

(2) **Đầu ra**: $\mathcal{K}^*$ là nhất quán

(3) **Tiến trình xử lí**:

Bước 1: Tính độ đo không nhất quán. Nếu độ đo không nhất quán bằng 0 và Δ lớn hơn 1 thì dừng, ngược lại chuyển bước 2.

Bước 2:

- *Phương pháp* EDIS:

+ Tìm vectơ biến hình cân bằng theo định nghĩa 9.

+ Tìm hàm biến hình cân bằng theo định nghĩa 10 và định lí 1.

- *Phương pháp* ADIS:

+ Tìm vectơ phạt chuẩn theo định nghĩa 11.

+ Tìm vectơ biến hình phạt theo định nghĩa 12.

+ Tìm hàm biến hình phạt theo định nghĩa 13, định lí 3.

- *Phương pháp* ELIS:

+ Tìm vectơ loga cân bằng theo định nghĩa 14.

+ Tìm hàm loga cân bằng theo định nghĩa 15 và định lí 5.

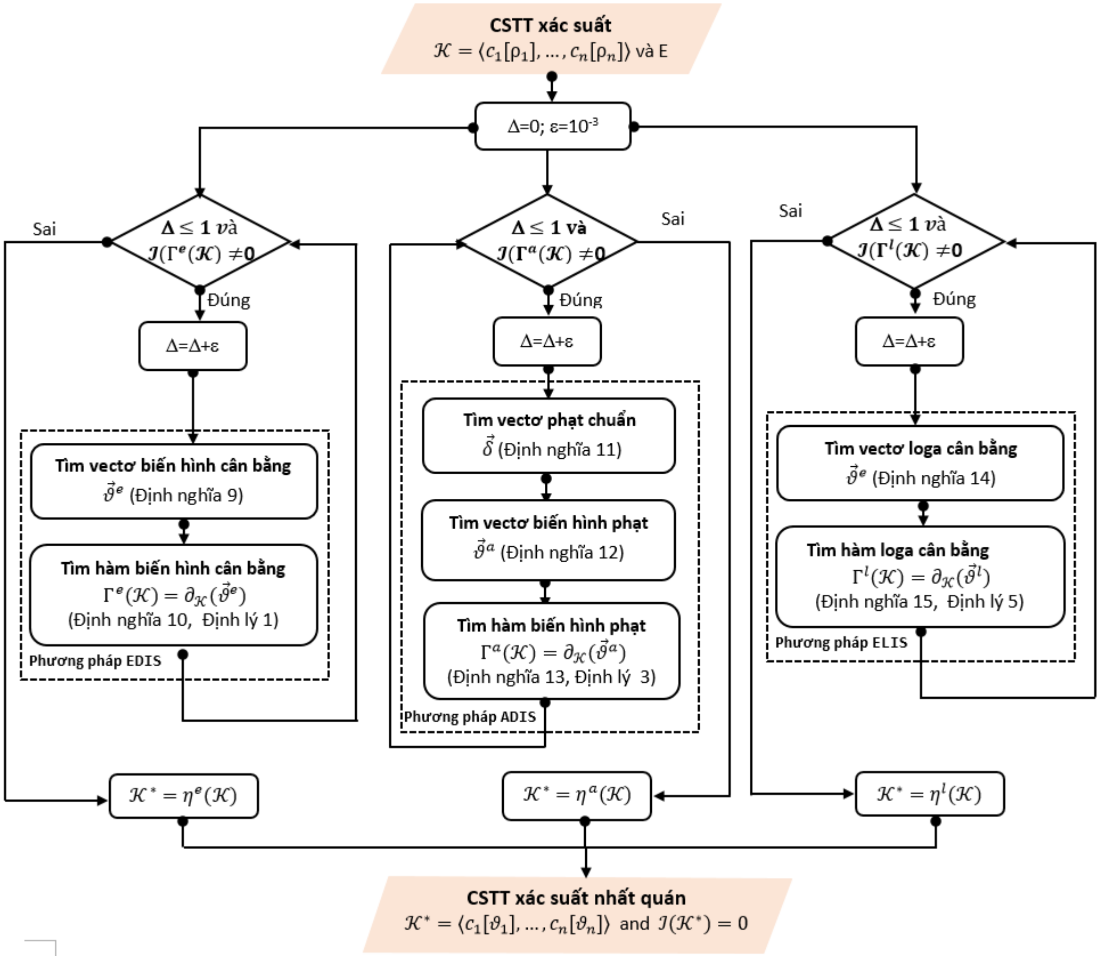
Bước 3: Trả về CSTT nhất quán $\mathcal{K}^*$

Mô hình xử lí tính không nhất quán được thể hiện trong Hình 1.

3.3. Các thuật toán

Phần này trình bày các thuật toán khôi phục tính nhất quán trong mô hình được thể hiện trong Hình 1.

Thuật toán khôi phục tính nhất quán biến hình cân bằng mở rộng (EEDIS) mô tả tiến trình xử lí tính không nhất quán trong CSTT xác suất, bao gồm hai giai đoạn chính: (i) tính toán độ đo không nhất quán của CSTT xác suất mới (dòng 3) và (ii) tìm hàm biến hình cân bằng $\Gamma^e = \eta^e_{\mathcal{K}} = \partial_{\mathcal{K}}\left(\vartheta^e_1, \dots, \vartheta^e_n\right)$ của $\mathcal{K}$ (từ dòng 3 đến dòng 8).



Hình 1. Mô hình khôi phục tính nhất quán

Thuật toán EEDIS

Đầu vào: $\langle \mathscr{K}, \mathcal{E} \rangle$

Đầu ra: $\mathscr{K}^*$ với $\mathscr{I}(\mathscr{K}^*) = 0$

1 Function EEDIS $(\mathscr{K}, \mathcal{E})$
2 **begin**
3 $\epsilon = 10^{-3}$; $\Delta = 0$;
3 **while** $\Delta < 1$ and $\mathscr{I}\left(\Gamma^e(\mathscr{K})\right) \neq 0$ **do**
5 $\Delta = \Delta + \epsilon$;
6 **for** $c_i[\rho_i] \in \mathscr{K}$ **do** $\vartheta_i^e = \rho_i + (0.5 - \rho_i)\Delta$;
7 $\Gamma^e(\mathscr{K}) = \partial_{\mathscr{K}}\left(\vartheta_1^e, \ldots, \vartheta_n^e\right)$;
8 **end while**
9 $\mathscr{K}^* = \Gamma^e(\mathscr{K})$
10 return $\mathscr{K}^*$
11 **end**

Định lí 7. Gọi $\mathscr{N}_{\mathscr{I}}$ là độ phức tạp để tính độ đo không nhất quán của $\mathscr{K} = \{\mathscr{k}_1, \ldots, \mathscr{k}_n\}$ trên $\mathcal{E}$. Độ phức tạp tính toán của thuật toán EEDIS là $\mathcal{O}(n \times \mathscr{N}_{\mathscr{I}})$.

Thuật toán khôi phục tính nhất quán biến hình phạt (EADIS) mô tả tiến trình xử lí tính không nhất quán trong CSTT xác suất, bao gồm ba giai đoạn chính: (i) tìm vectơ phạt chuẩn của CSTT xác suất (từ dòng 3 đến 16), (ii) tính độ đo không nhất quán của CSTT xác suất mới (dòng 18) và (iii) tìm hàm biến hình phạt $\Gamma^a = \eta_{\mathscr{K}}^a = \partial_{\mathscr{K}}\left(\vartheta_1^a, \ldots, \vartheta_n^a\right)$ của $\mathscr{K}$ (từ dòng 18 đến dòng 27).

Thuật toán EADIS

Đầu vào: $\langle \mathscr{K}, \mathcal{E} \rangle$
Đầu ra: $\mathscr{K}^*$ với $\mathscr{I}(\mathscr{K}^*) = 0$

Function EADIS $(\mathscr{K}, \mathcal{E})$
begin
$\vec{a} = (\vec{x}, \vec{y}) =$ getOV$(\mathscr{K})$;
for $k_i \in \mathscr{K}$ **do**
$d(k_i) = x_i - y_i$
if $d(k_i) < 0$ **then** $s(k_i) = -1$;
else if $d(k_i) = 0$ **then** $s(k_i) = 0$;
else $s(k_i) = 1$;
endfor
if $\forall k_i \in \mathscr{K}: \delta_i = 0$ **then** $\hat{\delta} = 0$;
else
for $k_i \in \mathscr{K}$ **do**
if $\delta_i \neq 0$ and $\hat{\delta} > \delta_i$ **then** $\hat{\delta} = \delta_i$;
endfor
endif
for $k_i \in \mathscr{K}$ **do** $\delta_i = \frac{\delta_i}{\hat{\delta}}$;
$\epsilon = 10^{-3}$; $\Delta = 0$;
while $\Delta < 1$ and $\mathscr{I}\left(\Gamma^l(\mathscr{K})\right) \neq 0$ **do**
$\Delta = \Delta + \epsilon$;
for $c_i[\rho_i] \in \mathscr{K}$ **do**
$\rho_i = \rho_i + \Delta\ \delta_i$;
if $\rho_i < 0$ **then** $\vartheta_i^a = 0$;
else if $\rho_i = 0$ **then** $\vartheta_i^a = 1$;
else $\vartheta_i^a = \rho_i$;
endfor
$\Gamma^a(\mathscr{K}) = \partial_{\mathscr{K}}\left(\vartheta_1^a, \dots, \vartheta_n^a\right)$;
end while
$\mathscr{K}^* = \Gamma^a(\mathscr{K})$
return $\mathscr{K}^*$
end

Định lí 8. Gọi $\mathcal{N}_{\mathscr{I}}$ là độ phức tạp để tính độ đo không nhất quán của $\mathscr{K} = \{k_1, \dots, k_n\}$ trên $\mathcal{E}$ và $\mathcal{N}_a$ là chi phí để tìm vectơ phạt chuẩn của $\mathscr{K}$. Độ phức tạp tính toán của thuật toán EADIS là $\mathcal{O}(max\{\mathcal{N}_a, n \times \mathcal{N}_{\mathscr{I}}\})$.

Thuật toán khôi phục tính nhất quán loga cân bằng EELIS mô tả tiến trình xử lí tính không nhất quán trong CSTT xác suất, bao gồm hai giai đoạn chính: (i) tính toán độ đo không nhất quán của CSTT xác suất mới (dòng 3) và (ii) tìm hàm biến hình cân bằng $\Gamma^l = \eta^l_{\mathscr{K}} = \partial_{\mathscr{K}}\left(\vartheta_1^l, \dots, \vartheta_n^l\right)$ của $\mathscr{K}$ (từ dòng 3 đến dòng 8).

Thuật toán EELIS

Đầu vào: $\langle \mathscr{K}, \mathcal{E} \rangle$
Đầu ra: $\mathscr{K}^*$ với $\mathscr{I}(\mathscr{K}^*) = 0$

1 Function EELIS $(\mathscr{K}, \mathcal{E})$
2 **begin**
3 $\epsilon = 10^{-3}$; $\Delta = 0$;
4 **while** $\Delta < 1$ and $\mathscr{I}\left(\Gamma^l(\mathscr{K})\right) \neq 0$ **do**
5 $\Delta = \Delta + \epsilon$;
6 **for** $c_i[\rho_i] \in \mathscr{K}$ **do** $\vartheta_i^l = \rho_i + \Delta\ log\frac{0.5}{\rho_i}$;
7 $\Gamma^l(\mathscr{K}) = \partial_{\mathscr{K}}\left(\vartheta_1^l, \dots, \vartheta_n^l\right)$;
8 **end while**
9 $\mathscr{K}^* = \Gamma^l(\mathscr{K})$
10 return $\mathscr{K}^*$
11 **end**

Định lí 9. Gọi $\mathcal{N}_{\mathscr{I}}$ là độ phức tạp để tính độ đo không nhất quán của $\mathscr{K} = \{k_1, \dots, k_n\}$ trên $\mathcal{E}$. Độ phức tạp tính toán của thuật toán EELIS là $\mathcal{O}(n \times \mathcal{N}_{\mathscr{I}})$.

3.4. Ví dụ minh hoạ

Phần này đưa ra một ví dụ để minh hoạ cho các cách tiếp cận đã trình bày và đề xuất.

Ta có: $\mathscr{K} = \{c_1[0.5],\ c_2[0.6],\ c_3[0.7],\ c_4[0.6],\ c_5[0.8]\}$ và $\mathscr{I}(\mathscr{K}) = 0.06$. Theo định nghĩa 6, vectơ phạt trung vị của

$\mathscr{K}$ tương ứng với $\vec{a}^* = (\vec{x}^*, \vec{y}^*)$ là lời giải của bài toán tối ưu:

$$\arg \min_{(\vec{\omega},\vec{a})\in\mathbb{R}^{8+10}} \sum_{i=1}^{5}(x_i + y_i)$$

với các ràng buộc:

$x_1 - y_1 \le 0.5,\ x_2 - y_2 \le 0.4,\ x_3 - y_3 \le 0.3$

$x_4 - y_4 \le 0.4,\ \ x_5 - y_5 \le 0.2$

$x_1 + 0.5 \ge y_1,\ \ x_2 + 0.6 \ge y_2,\ \ x_3 + 0.7 \ge y_3$

$x_4 + 0.6 \ge y_4,\ x_5 + 0.8 \ge y_5$

$$(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4) - (0.5 + x_1 - y_1)\sum_{i=1}^{8}\omega_i = 0$$

$$(\omega_1 + \omega_2 + \omega_5 + \omega_6) - (0.6 + x_2 - y_2)\sum_{i=1}^{8}\omega_i = 0$$

$$(\omega_1 + \omega_3 + \omega_5 + \omega_7) - (0.7 + x_3 - y_3)\sum_{i=1}^{8}\omega_i = 0$$

$(\omega_1 + \omega_2) - (0.6 + x_4 - y_4)(\omega_1 + \omega_2 + \omega_5 + \omega_6) = 0$

$(\omega_1 + \omega_3) - (0.8 + x_5 - y_5)(\omega_1 + \omega_3 + \omega_5 + \omega_7) = 0$

$\sum_{i=1}^{8}\omega_i = 1, \vec{\omega} \ge \vec{0}$

Ta có $\vec{a}^* = (0.06,0,0,0,0,0,0,0,0,0)$

Bảng 1. Vectơ phạt chuẩn của $\mathscr{K}$

k_i	$d(k_i)$	$s(k_i)$	$d(k_i)s(k_i)$	$\vec{\delta}$
$c_1[0.5]$	0.06	1	0.06	1
$c_2[0.6]$	0	0	0	0
$c_3[0.7]$	0	0	0	0
$c_4[0.6]$	0	0	0	0
$c_5[0.8]$	0	0	0	0

Ta có $\hat{\delta} = 0.06$ và $\vec{\delta} = (1,0,0,0,0)$.

Bảng 2. Kết quả sử dụng toán tử khôi phục tính nhất quán biến hình cân bằng

$\Gamma^e(\mathscr{K})$	Δ		
c_i	0.16	0.17	1
c_1	0.5	0.5	0.5
c_2	0.584	0.583	0.5
c_3	0.668	0.666	0.5
c_4	0.584	0.583	0.5
c_5	0.752	0.749	0.5
$\mathscr{I}(\Gamma^e(\mathscr{K}))$	0.002	0	0

Với $\Delta^* = 0.17$ là giá trị nhỏ nhất của Δ sao cho $\mathscr{I}\left(\Gamma^e(\mathscr{K})\right) = 0$, tức là: $\mathscr{K}^* = \{c_1[0.5], c_2[0.583], c_3[0.666], c_4[0.583], c_5[0.749]\}$ là nhất quán.

Bảng 3. Kết quả sử dụng toán tử khôi phục tính nhất quán biến hình phạt

$\Gamma^a(\mathscr{K})$	Δ		
c_i	0.059	0.06	1
c_1	0.559	0.56	1
c_2	0.6	0.6	0.6
c_3	0.7	0.7	0.7
c_4	0.6	0.6	0.6
c_5	0.8	0.8	0.8
$\mathscr{I}\left(\Gamma^a(\mathscr{K})\right)$	0.001	0	0

Với Δ^*= 0.06 là giá trị nhỏ nhất của Δ sao cho $\mathscr{I}\left(\Gamma^a(\mathscr{K})\right) = 0$, tức là $\mathscr{K}^* = \{c_1[0.56],\ c_2[0.6],\ c_3[0.7],\ c_4[0.6],\ c_5[0.8]\}$ là nhất quán.

Bảng 4. Kết quả sử dụng toán tử khôi phục tính nhất quán loga cân bằng

$\Gamma^l(\mathscr{K})$	Δ		
c_i	0.23	0.24	1.0
c_1	0.5	0.50	0.500
c_2	0.582	0.581	0.521
c_3	0.666	0.665	0.554
c_4	0.582	0.581	0.521
c_5	0.753	0.751	0.596
$\mathscr{I}\left(\Gamma^l(\mathscr{K})\right)$	0.00183	0	0

Với Δ^*= 0.24 là giá trị nhỏ nhất của Δ sao cho $\mathscr{I}\left(\Gamma^l(\mathscr{K})\right) = 0$, tức là $\mathscr{K}^* = \{c_1[0.5], c_2[0.581], c_3[0.665], c_4[0.581], c_5[0.751]\}$ là nhất quán.

4. KẾT LUẬN

Bài báo này trình bày một số cách tiếp cận để xử lí tính không nhất quán của CSTT xác suất. Ý tưởng cốt lõi của các cách tiếp cận này là tập trung vào việc giữ cho cấu trúc của CSTT xác suất và chỉ thay đổi giá trị của các RBXS. Ngoài việc tổng hợp hai cách tiếp cận xử lí tính không nhất quán của CSTT xác suất đã được công bố từ các công trình trước đó là toán tử khôi phục tính nhất quán biến hình cân bằng và toán tử khôi phục tính nhất quán biến hình phạt, bài báo đã đề xuất toán tử khôi phục tính nhất quán loga cân bằng. Toán tử này cũng thoả mãn một số nguyên lí kì vọng và độ phức tạp tính toán cũng giống như toán tử khôi phục tính nhất quán biến hình cân bằng. Tuy nhiên, ba thuật toán EDIS, ADIS, ELIS chỉ được thực hiện và đánh giá từ khía cạnh lí thuyết. Vì vậy, việc tiến hành thử nghiệm các thuật toán trên bộ dữ liệu trong thế giới thực là công việc cho các công bố sau.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Bona, G., D. (2016). *Measuring inconsistency in probabilistic knowledge bases*, Ph.D. dissertation, University of Sao Paulo, 2016.

Kern-Isberner, G., & Rodder, W. (2003). *Belief revision and information fusion in a probabilistic environment*. AAAI Press 2003, pp.506-510.

Nguyen, N., T. (2008). *Advanced Methods for Inconsistent Knowledge Management*, Advanced Information and Knowledge Processing. London: Springer. DOI: 10.1007/978-1-84628-889-0

Nguyen, V., T., Nguyen, N., T., Tran, T., H., & Nguyen, D., K., L. (2018). Method for restoring consistency in probabilistic knowledge bases. *International Journal of Cybernetics and Systems, Vol.49,* 317–338. DOI: 10.1080/01969722 .2017.1418674

Nguyen, V., T., Nguyen, N., T., Tran, T., H., & Nguyen, D., K., L. (2021). *Resolving Inconsistencies in Probabilistic Knowledge Bases by Quantitative Modification*. Proceedings of KSE 2021, pp.1-4.

Rodder, W., & Xu, L. (2001). Elimination of inconsistent knowledge in the probabilistic expertsystem-shell spiri. In *Proc. Proceedings of Symposium Operations Research*, pp.260-265.

Potyka, N. (2016). *Solving reasoning problems for probabilistic conditional logics with consistent and inconsistent information*, Ph.D. dissertation, FernUniversitat, Hagen, 2016.