ĐẠI HỌC HẠ LONG
Học để thành công

TẠP CHÍ KHOA HỌC ĐẠI HỌC HẠ LONG
Scientific Journal of Ha Long University
http://uhl.edu.vn/

TÍNH HỘI TỤ CỦA LUẬT HỌC PERCEPTRON HỒI QUY SỬA ĐỔI TRONG MẠNG NƠ-RON TẾ BÀO

Lê Anh Tú[1], Dương Đức Anh[2], Vũ Thị Tuyết Nhung[3] và Nguyễn Quang Hoan[4*]

[1]Trường Đại học Hạ Long
[2]Viện nghiên cứu Điện tử, Tin học, Tự động hóa
[3]Trường Cao đẳng Công nghệ cao Hà Nội
[4]Học Viện Công nghệ Bưu chính Viễn Thông

* *Email: quanghoanptit@gmail.com*

Ngày nhận bài: 13/02/2024 *Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 10/03/2024* *Ngày chấp nhận đăng: 20/03/2024*

TÓM TẮT

Bài báo chứng minh tính hội tụ của luật học Perceptron để có thể áp dụng cho các mạng nơ-ron truy hồi nói chung và mạng nơ-ron tế bào (CeNNs: Cellular Neural Networks) nói riêng. Trong CeNNs, hàm kích hoạt đầu ra là hàm bão hòa được sử dụng. Dựa vào đặc điểm này, các tác giả đã tìm mối quan hệ giữa luật học Perceptron và luật học sai số bình phương tối thiểu, từ đó đưa ra định lí và chứng minh sự hội tụ của luật học Perceptron. Một vài trường hợp nghiên cứu cũng được thể hiện qua Bổ đề 1, Bổ đề 2 của bài báo. Bài báo cũng nêu một vài thử nghiệm để kiểm chứng tính hội tụ của thuật toán bằng mô phỏng.

Từ khóa: *hội tụ, luật học Perceptron, mạng nơ-ron tế bào, mạng nơ-ron truy hồi, phương pháp thử – sai – chỉnh.*

CONVERGENCE OF THE MODIFIED RECURRENT PERCEPTRON LEARNING RULE IN CELLULAR NEURAL NETWORKS

ABSTRACT

The purpose of the paper is to prove the convergence of the modified Perceptron learning rule in order to apply to all recurrent neural networks in general and to Cellular Neural Networks (CNN) in particular. Cellular Neural Networks are characterized by the saturation function for the output activation function. Based on the saturation function, we define the relation between the Perceptron learning rule and the Least Mean Squares (LMS) algorithms in order to propose theorems and prove the convergence of the Perceptron learning rule. A number of case studies are presented in Lemma 1 and Lemma 2 of the paper. The article also presents a few experiments to verify the convergence of the algorithm by simulation.

Keywords: *Cellular Neural Networks, convergence, Perceptron learning rule, recurrent neural networks, trial and error approach.*

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Năm 1958, Frank Rosenblatt đề xuất luật học Perceptron nổi tiếng nhằm xác định bộ trọng số cho mạng nơ-ron một lớp truyền thẳng (Rosenblatt, 1958). Luật học này đã được phát triển thành thuật toán, đã được thử nghiệm thành công trong xử lí ảnh. Tuy nhiên, thực nghiệm chưa hoàn toàn tin cậy cho mọi trường hợp có thể xảy ra. Đó là lí do chúng tôi viết bài báo này nhằm chứng minh tính hội tụ bằng lí thuyết. Trong bài báo này, ở mục 2 chúng tôi xét: i) Bổ đề 1, chứng minh sự hội tụ cho luật học Perceptron chuẩn; ii) Bổ đề 2: hội tụ cho luật học hồi quy của mạng nơ-ron tế bào bậc một và iii) định lí về hội tụ của luật học hồi quy mạng nơ-ron tế bào bậc hai. Mục 3, kết quả thử nghiệm và bàn luận. Mục 4 là kết luận và định hướng nghiên cứu tiếp theo.

Hiện nay, có một số công trình đã chứng minh về sự hội tụ của luật học Perceptron như (Collins, 2012; Kalyanakrishnan, 2017). Chúng tôi chứng minh sự hội tụ theo cách tiếp cận khác với các cách chứng minh trên và được tiến hành theo các bước như sau:

Bước 1: Sử dụng luật học Widrow-Hoff (hay phương pháp bình phương tối thiểu: LMS) chứng minh luật học Perceptron là trường hợp riêng của phương pháp LMS khi hàm tương tác đầu ra của CeNNs là hàm bão hòa tuyến tính.

Bước 2: Sử dụng tính ổn định của mạng nơ-ron tế bào bậc hai (Hoan và cs., 2020) khẳng định đầu ra tính toán y_i tại trạng thái ổn định bằng đầu ra mong muốn d_i tức $(d_i - y_i) \to 0$, dẫn tới giá trị cập nhật trọng số của luật học Perceptron tiến đến 0, khi đó, luật học hội tụ.

2. HỘI TỤ CỦA LUẬT HỌC PERCEPTRON

2.1. Tính hội tụ của luật học Perceptron chuẩn

Bổ đề 1

Luật học Perceptron (1) cập nhật trọng số:

$$\Delta w_{i,j}[h] = w_{ij}[h+1] - w_{i,j}[h]$$
$$= \alpha e_i u_j[h]; i, j, h \in N; \quad (1)$$

theo bước lặp h tỉ lệ thuận với tích của tốc độ học α, tích tín hiệu đầu vào $u_j[h]$ với sai số $e_i = d_i - y_i$ giữa đầu ra mong muốn d_i và đầu ra tính toán y_i (4) là trường hợp riêng của luật học bình phương tối thiểu (LMS) (2)

$$\Delta w_{i,j}[h] = -\alpha \frac{\partial E}{\partial w_{i,j}}; i, j, h \in N \quad (2)$$

$$E = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(e_i)^2 \; ; \; i \in N; \quad (3)$$

nếu hàm tương tác đầu ra $y_i(t)$ (4) của nơ-ron là hàm bão hòa tuyến tính từng đoạn đối với trạng thái $x_i(t)$

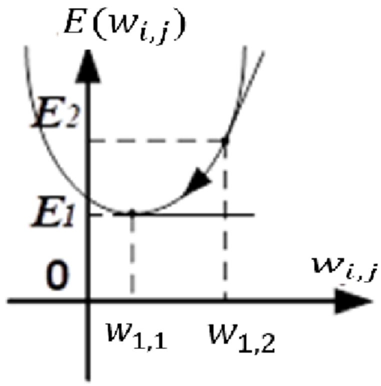
$$y_i(t) = \frac{1}{2}(|x_i(t)+1| - |x_i(t)-1|) \quad (4)$$

khi đó, luật học bình phương tối thiểu (2) và luật học Perceptron (1) hội tụ.

Chứng minh

Theo Rice (1982) nhận thấy: hàm sai số $E(w_{i,j})$ là hàm bậc hai dạng parabol (Hình 1) nên tốc độ biến thiên của hàm sai số theo trọng số $\frac{\partial E}{\partial w_{i,j}}$ có xu hướng giảm dần, do đó, luật học LMS sẽ hội tụ về điểm cực trị. Lấy đạo hàm riêng từ (2) với (3), bỏ qua các bước trung gian, ta có:

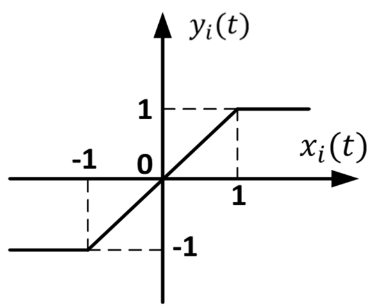
$$\Delta w_{i,j}[h] = \alpha y_i'(t) e_i u_j[h] \quad (5)$$



Hình 1. Hàm sai số bình phương tối thiểu

Lấy giá trị tuyệt đối của (4) cho ba khoảng biến thiên: $i)\ x_i(t) \geq 1; ii) -1 \leq x_i(t) \leq 1; iii)\ x_i(t) \leq -1$ thì hàm bão hòa tuyến tính (Hình 2) có thể viết ở dạng có tính trực quan như:

$$y_i(t) = f(x_i(t)) = \begin{cases} +1 & khi \quad x_i(t) > 1 \\ x_i(t) & khi \quad -1 \leq x_i(t) \leq 1 \\ -1 & khi \quad x_i(t) < -1 \end{cases} \quad (4')$$



Hình 2. Hàm bão hòa tuyến tính từng đoạn

và đạo hàm của nó:

$$y'_i(t) = f'\left(x_i(t)\right) = \begin{cases} 0 & khi \quad |x_i(t)| > 1 \\ 1 & khi \quad |x_i(t)| \le 1 \end{cases} \qquad (6)$$

Xét (6) với hai trường hợp:

i) Khi $|x_i(t)| \le 1$, thay $y'_i(t) = 1$ vào (5) thì

$$\Delta w_{i,j}[h] = \alpha y'_i(t) e_i u_j[h] = \alpha e_i u_j[h] \qquad (7)$$

vế phải (7) chính là luật học Perceptron (1). Đó là điều phải chứng minh.

ii) Khi $|x_i(t)| > 1$, theo (4) và Hình 2, $y_i(t) = f\left(x_i(t)\right) = d_i$ suy ra $e_i = d_i - d_i = 0$. Theo (5) có:

$$\begin{aligned} \Delta w_{i,j}[h] &= w_{i,j}[h+1] - w_{i,j}[h] \\ &= \alpha y'_i(t) e_i u_j[h] \\ &= \alpha y'_i(t) * 0 * u_j[h] = 0 \end{aligned}$$

hay

$$w_{i,j}[h+1] = w_{i,j}[h] \qquad (5')$$

tức: trọng số tại bước lặp thứ $h+1$ bằng trọng số tại bước trước đó h, do đã hội tụ, dẫn đến $y_i(t) = \pm 1$, đầu ra hệ thống hội tụ đến giá trị mong muốn d_i.

Nhận xét: Luật học Perceptron dựa trên phương pháp thử – sai – chỉnh mang tính chất định tính, trong khi đó, luật học LMS (2), (3) cập nhật giá trị trọng số theo phương pháp hạ gradient (Viện công nghệ Massachusetts, Hoa Kỳ) đảm bảo tính toán học, nên chúng tôi đã sử dụng công cụ toán này để chứng minh cho luật mang định tính.

2.2. Tính hội tụ của luật học Perceptron hồi quy cho CeNNs

CeNNs thuộc họ mạng nơ-ron phản hồi (hay truy hồi), thông thường dùng luật học Hebb để tìm bộ trọng số phản hồi (Chua & Yang, 1988). Bộ trọng số đầy đủ $[\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{I}]$ của CeNNs gồm $\boldsymbol{A}$ là *bộ trọng số phản hồi*, nhằm kết nối đầu ra nối ngược lại với đầu vào; $\boldsymbol{B}$ *là bộ trọng số đầu vào điều khiển*, nhằm kết nối đầu vào ngoài tới tế bào đang hoạt động; $\boldsymbol{I}$ *là bộ trọng số ngưỡng (Threshold) hay độ lệch (Bias)*, nhằm xác định vị trí (ngưỡng) ứng với giá trị của *I,* nơi đó xảy ra việc chuyển trạng thái đầu ra (ví dụ, mạng sử dụng hàm kích hoạt dạng bước nhảy đơn vị, đầu ra có thể chuyển từ "*1*" xuống "*0*" hoặc ngược lại trên trục hoành tại giá trị bằng *I*). Chúng tôi sử dụng phương pháp của Güzeliş và cs. (1999) với ý tưởng là chuyển mạng CeNNs phản hồi thành mạng truyền thẳng bằng cách đặt một ma trận trọng số tương đương $\boldsymbol{W} = \left[\boldsymbol{A}^T\ \boldsymbol{B}^T\ \boldsymbol{I}\right]$, khi đó có thể sử dụng luật học Perceptron truyền thống để tính các trọng số. Điểm khác nhau duy nhất ở đây là: bộ trọng số tổng $\boldsymbol{W}$ chứa ma trận phản hồi $\boldsymbol{A}$**,** do đó, để phân biệt với luật học Perceptron gốc, Güzeliş và cs. (1999) gọi luật học cải biên đó là luật học Perceptron hồi quy *(Reccurent Perceptron Learning Rule:* RPLA*)*. Bây giờ, ta nêu và chứng minh bổ đề thứ hai: luật học RPLA dùng để tính bộ trọng số của mạng CeNNs sử dụng hàm tương tác đầu ra là hàm bão hòa hội tụ.

Bổ đề 2

Cho mạng nơ-ron tế bào được mô tả bởi hệ phương trình (Chua & Yang, 1988):

phương trình trạng thái

$$C\frac{dx_{i,j}(t)}{dt} = -\frac{1}{R_x}x_{i,j}(t) + I + \sum_{k,l} \boldsymbol{A1}(i,j;k,l)\, y_{k,l}(t) + \sum_{k,l} \boldsymbol{B1}(i,j;k,l)\, u_{k,l}\,; \qquad (8)$$

phương trình đầu ra

$$y_{i,j}(t) = \frac{1}{2}\left(\left|x_{i,j}(t)+1\right| - \left|x_{i,j}(t)-1\right|\right) \qquad (9)$$

$$u_{i,j} = E_{i,j} \qquad (10)$$

$$\boldsymbol{A1}(i,j;k,l) = \boldsymbol{A1}(k,l;i,j) \qquad (11)$$

thì: phương trình đầu ra (4) tiến về ± 1 sau $h+1$ vòng lặp và luật học RPLA hội tụ.

Chứng minh

Cho $R_x = 1M\Omega$ và $C = 1\ \mu F$ (chuẩn hóa), phương trình đầu ra (4) tiến về ± 1, $x_{i,j}$ trong (8) đạt tới giá trị hằng, do đó $\frac{dx_{i,j}}{dt} = 0$, phương trình trạng thái của CeNNs (8) trở thành:

$$x_{i,j}(t) = \sum_{k,l} \boldsymbol{A1}(i,j;k,l) y_{k,l}(t) + \sum_{k,l} \boldsymbol{B1}(i,j;k,l) u_{k,l} + \boldsymbol{I} \qquad (12)$$

Từ (12) dễ thấy, bộ trọng số tương đương $\boldsymbol{W}$ bao gồm 03 ma trận trọng số thành phần: ma trận phản hồi $\boldsymbol{A1}$, ma trận đầu vào $\boldsymbol{B1}$ và ngưỡng $\boldsymbol{I}$:

$$\boldsymbol{A1} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{14} & a_{15} & a_{14} \\ a_{13} & a_{12} & a_{11} \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{B1} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{14} & b_{15} & b_{14} \\ b_{13} & b_{12} & b_{11} \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{I} = I$$

Sử dụng luật học LMS (2), (3) xác định trọng số $\boldsymbol{W}$ bao gồm 03 ma trận trọng số đó của CeNNs:

a. Tính trọng số phản hồi đầu ra $\boldsymbol{A1}$:

$$\Delta a_{i,j}[h] = a_{i,j}[h+1] - a_{i,j}[h] = -\alpha \frac{\partial E}{\partial a_{i,j}}$$

$$= -\frac{1}{2}\alpha \frac{\partial\left(\sum_{s=1}^{P}\left(d_{i,j}^{s} - y_{i,j}^{s}\right)^{2}\right)}{\partial a_{i,j}}$$

$$= \alpha\left(\sum_{s=1}^{P}\left(d_{i,j}^{s} - y_{i,j}^{s}\right)\right) f'\left(x_{i,j}\right) \frac{\partial x_{i,j}}{\partial a_{i,j}} \quad (13)$$

Lấy đạo hàm riêng hai vế của (5) theo $a_{i,j}$:

$$\frac{\partial x_{i,j}(t)}{\partial a_{i,j}} = y_{k,l}(t) \quad (14)$$

Thay (14) vào (13) thu được:

$$\Delta a_{i,j}[h] = a_{i,j}[h+1] - a_{i,j}[h] = -\alpha \frac{\partial E}{\partial a_{i,j}}$$

$$= \alpha \sum_{s=1}^{p}\left(d_{i,j}^{s} - y_{i,j}^{s}\right) f'\left(x_{i,j}\right) y_{k,l}$$

$$= \alpha \sum_{s=1}^{p}\left(e_{i,j}^{s}\right) f'\left(x_{i,j}\right) y_{k,l} \quad (15)$$

Ở đây: $e_{i,j}^{s}, d_{i,j}^{s}, y_{i,j}^{s}$ là sai số giữa đầu ra mong muốn và đầu ra tính toán với chỉ số trên, bên phải "*s*" là các mẫu (*Samples*). Mạng nơ-ron tế bào chuẩn sử dụng hàm đầu ra là hàm bão hòa tuyến tính (4). Thay (5) vào (15) thu được:

$$\Delta a_{i,j}[h] = a_{i,j}[h+1] - a_{i,j}[h]$$

$$= \begin{cases} \alpha\left(\sum_{s=1}^{P}\left(d_{i,j}^{s} - y_{i,j}^{s}\right)\right) y_{k,l} & khi \ \left|x_{i,j}(t)\right| \le 1 \\ 0 & khi \ \left|x_{i,j}(t)\right| > 1 \end{cases} \quad (16)$$

b. Trọng số đầu vào $B1$ tính tương tự như $A1$:

$$\Delta b_{i,j}[h] = b_{i,j}[h+1] - b_{i,j}[h]$$

$$= \begin{cases} \alpha\left(\sum_{s=1}^{P}\left(d_{i,j}^{s} - y_{i,j}^{s}\right)\right) y_{k,l} & khi \ \left|x_{i,j}(t)\right| \le 1 \\ 0 & khi \ \left|x_{i,j}(t)\right| > 1 \end{cases} \quad (17)$$

c. Trọng số ngưỡng I tính tương tự $\boldsymbol{A1}$, $\boldsymbol{B1}$:

$$\Delta \boldsymbol{I}[h] = \boldsymbol{I}[h+1] - \boldsymbol{I}[h]$$

$$= \begin{cases} \alpha \sum_{s=1}^{P}\left(d_{i,j}^{s} - y_{i,j}^{s}\right) & khi \ \left|x_{i,j}(t)\right| \le 1 \\ 0 & khi \ \left|x_{i,j}(t)\right| > 1 \end{cases} \quad (18)$$

Từ (16), (17), (18), khi CeNNs đạt trạng thái ổn định, giá trị đầu ra $y_{i,j}^{s}[h]$ tiến tới giá trị đầu ra mong muốn $d_{i,j}^{s}$ tức là $\lim_{t\to\infty}\left(e_{i,j}^{s}[h]\right) \to 0$ hay:

$$\begin{cases} \lim_{t\to\infty} \Delta a_{i,j}[h] \to 0 \\ \lim_{t\to\infty} \Delta b_{i,j}[h] \to 0 \\ \lim_{t\to\infty} \Delta \boldsymbol{I}[h] \to 0 \end{cases}$$

$$\to \begin{cases} a_{i,j}[h+1] \to a_{i,j}[h] \\ b_{i,j}[h+1] \to b_{i,j}[h] \\ \boldsymbol{I}[h+1] \to \boldsymbol{I}[h] \end{cases} \quad (19)$$

Như vậy, sau $h+1$ bước lặp, các bộ ma trận trọng số bằng các bộ ma trận trọng số bước h trước đó, (không cần chỉnh tiếp) tức, luật học Perceptron hồi quy hội tụ. Đó là điều phải chứng minh.

Nhận xét: Từ Bổ đề 1 và 2 nhận thấy, đối với mạng nơ-ron tế bào, khi $\left|x_{i,j}(t)\right| \le 1$ luật học LMS trùng với luật học Perceptron (Bổ đề 1). Nói cách khác, phần đạo hàm động $\frac{dx_{i,j}(t)}{dt}$ tại phương trình (8) mô tả CeNNs quá trình quá độ là rất ngắn, có thể bỏ qua.

2.3. Hội tụ của luật học Perceptron hồi quy cho SOCeNNs

SOCeNNs (Second-Order Cellular Neural Networks) (Duong và cs., 2022) khác với CeNNs ở chỗ, nó được thêm các trọng số tương ứng với liên kết (hàm mũ) bậc hai dạng đa thức của các tín hiệu vào/ra vào mô hình mạng. SOCeNNs tồn tại hai nhóm trọng số ứng với các thành phần bậc một và bậc hai. Để dễ quan sát, ký hiệu [***A***, ***B, I***] thành các trọng số liên kết với các biến bậc một [***A1, B1, I***] (chỉ số 1 nghĩa là các trọng số tương ứng với các biến liên kết vào/ra có hàm mũ bậc 1) của SOCeNNs và [***A2, B2***]: các trọng số liên quan đến các biến bậc hai (chỉ số 2 có nghĩa là các trọng số tương ứng với các biến liên kết vào/ra có hàm mũ tương tác bậc 2) của SOCeNNs. Ngoài ra, *bộ trọng số phản hồi bậc hai **A2*** (nhằm liên kết bậc hai đầu ra, nối từ đầu ra về đầu vào) bao gồm các thành phần ***A2*** = {***A22→A29*** }. Tương tự, *bộ trọng số điều khiển bậc hai **A2** (*nhằm liên kết bậc hai đầu vào ngoài, nối từ đầu vào ngoài tới tế bào đang hoạt động) chứa các thành phần ***B2*** = {***B22→B29***}. Mặc dù luật học đã được nhóm tác giả thử nghiệm, mô phỏng và đã công bố ở các bài báo nhưng hai vấn đề đặt ra là: i) thuật toán có hội tụ không? và ii) nếu hội tụ thì các bộ ma trận trọng số này đã tối ưu cho SOCeNNs chưa? Từ Bổ đề 1, 2 có thể nêu định lí hội tụ cho luật học SORPLA nhằm tìm bộ trọng số cho SOCeNNs.

Định lí

Khi mạng nơ-ron tế bào bậc hai sử dụng hàm tương tác đầu ra là hàm bão hòa (4), mạng ổn định đầy đủ dẫn đến luật học Perceptron hồi quy bậc hai SORPLA hội tụ.

Chứng minh

Xét mạng nơ-ron tế bào bậc hai tại trạng thái ổn định làm đại diện, sử dụng luật học LMS cho SOCeNNs. Trong đó, các bộ trọng số bậc nhất ***A1, B1, I*** sử dụng kết quả đã chứng minh tại Bổ đề 2. Đối với các bộ trọng số phản hồi bậc hai (***A21→A29***), bộ trọng số điều khiển đầu vào bậc hai (***B21→B29***), cần xác định giá trị cập nhật trọng số cho từng ma trận sử dụng cách chứng minh tương tự. Ví dụ, cho ma trận ***A21***, các trọng số được tính toán theo (20) như dưới đây:

$$\Delta a_{21_{i,j}}[h] = a_{21_{i,j}}[h+1] - a_{21_{i,j}}[h]$$
$$= \begin{cases} \alpha\left(\sum_{s=1}^{P}\left(d_{i,j}^{s} - y_{i,j}^{s}\right)\right) y_{k,l} * y_{i-1,j-1} & khi\ \left|x_{i,j}(t)\right| \le 1 \\ 0 & khi\ \left|x_{i,j}(t)\right| > 1 \end{cases} \tag{20}$$

Cách tính các bộ ma trận trọng số bậc hai còn lại gồm: (***A22→A29***); (***B21→B29***) cũng tương tự như ở Bổ đề 2. Khi SOCeNNs đạt trạng thái ổn định, giá trị đầu ra tính toán $y_{i,j}$ đạt đến giá trị đầu ra mong muốn $d_{i,j}$ tức là sai lệch $\varepsilon = \left(d_{i,j} - y_{i,j}\right) \to 0$, bộ giá trị cập nhật trọng số của SOCeNNs tiến đến 0. Như vậy, thuật toán SORPLA hội tụ sau $h + 1$ vòng lặp.

3. THỬ NGHIỆM VÀ BÀN LUẬN

Chúng tôi thử nghiệm tính hội tụ của thuật toán Perceptron hồi quy SOCeNNs bằng cách tiến hành tách biên ảnh của một số ảnh khác nhau (tượng trưng như Hình 3, 4). Bộ trọng số của SOCeNNs thu được đảm bảo tối ưu từ tính hội tụ của luật học Perceptron (Duong và cs., 2022). Phần mềm thử nghiệm dùng ngôn ngữ Python và trình biên dịch Visual Studio Code. Để đánh giá chất lượng tách biên, sử dụng thư viện mẫu ảnh BSDS500 (Arbeláez và cs., 2011). Các ma trận điểm ảnh được chuẩn hóa theo kích thước 321×841. Kết quả thử nghiệm chạy trên máy tính Lenovo T440s, Chip Core I5, RAM 12G, HD: 512SSD với:

a. *Trường hợp 1*: Hình ảnh thiên nga đang bơi (321×481), thời gian tách biên 29,1 s.

Hình 3. Tách biên ảnh thiên nga bơi

b. *Trường hợp 2:* Hình ảnh phong cảnh (481×321), thời gian tách biên 47 s.

Hình 4. Tách biên ảnh phong cảnh

Một số loại (thư viện) khác cũng cho kết quả tương tự. Từ những biên ảnh thu được, có thể thấy, phương pháp học Perceptron hồi quy đề xuất đảm bảo hội tụ; SOCeNNs đã tách biên của các đối tượng ảnh một cách rõ ràng. Điều đáng nói là, qua hai trường hợp thử nghiệm điển hình trên, chúng tôi nhận thấy thời gian tách biên cho mỗi ảnh khác nhau là khác nhau do mức độ chi tiết trong từng ảnh không giống nhau. Từ biên ảnh nhận được có thể sử dụng cho các bài toán nhận dạng (khá phổ biến), đo kích thước đối tượng, v.v..

4. KẾT LUẬN VÀ HƯỚNG PHÁT TRIỂN

Bài báo có ba đóng góp về mặt lí thuyết: hai bổ đề và một định lí. Từ Bổ đề 1, Bổ đề 2 và định lí về sự hội tụ của luật học SORPLA dùng để tìm bộ trọng số cho mạng nơ-ron tế bào bậc hai SOCeNNs, có thể khẳng định luật học Perceptron hồi quy áp dụng cho mạng nơ-ron tế bào bậc nhất và bậc hai đều hội tụ nếu hàm tương tác đầu ra của mạng sử dụng hàm bão hòa.

Tính hội tụ của luật học Perceptron hồi quy được thử nghiệm qua việc học (hay tìm) bộ trọng số tối ưu của mạng nơ-ron tế bào bậc hai SOCeNNs. Khi mạng SOCeNNs có đủ giá trị các trọng số, nó cũng được thử nghiệm để tách các biên ảnh của một số đối tượng có hiệu quả rất trực quan.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Arbeláez, P., Maire, M., Fowlkes, C., & Malik, J. (2011). Contour Detection and Hierarchical Image Segmentation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, *33*(5), 898–916.

Chua, L. O., & Yang, L. (1988). Cellular neural networks: Applications. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, *35*(10), 1273–1290.

Collins, M. (2012). *Convergence Proof for the Perceptron Algorithm*. Columbia University.

Duong D. A., Hoan N. Q., Tuyen N. T., Quyen L. T. V., & Dat H. T. (2022). Development of Recurrent Perceptron Learning Algorithm for Second-Order Cellular Neural Networks. *Measurement, Control, and Automation*, *3*(3), Article 3.

Güzeliş, C., Karamamut, S., & Genç, İ. (1999). A recurrent perceptron learning algorithm for cellular neural networks. *ARI - An International Journal for Physical and Engineering Sciences*, *51*(4), 296–309.

Hoan, N. Q., Tuyen, N. T., & Anh, D. D. (2020). Architecture and stability of the second–order cellular neural networks. *UTEHY Journal of Science and Technology*, *27*, 91–97.

Kalyanakrishnan, S. (2017). *The Perceptron Learning Algorithm and its Convergence*. Indian Institute of Technology Bombay.

Rice, B. (1982). *Convergence of the Widrow-Hoff Algorithm*. Mathematics.

Rosenblatt, F. (1958). The perceptron: A probabilistic model for information storage and organization in the brain. *Psychological Review*, *65*(6), 386–408.