

Sự phản xạ, khúc xạ của sóng SH đối với biên phân chia độ nhám cao trong môi trường đàn hồi xốp đẳng hướng

Reflection, refraction of SH wave with a very rough interface of the isotropic poroelasticity media

Nguyễn Thị Kiều

Tóm tắt

Mục đích chính của bài báo là tìm ra các hệ số phản xạ, khúc xạ của sóng SH đối với biên phân chia độ nhám cao của lý thuyết đàn hồi xốp đẳng hướng trong miền hai chiều. Để làm được điều này, trước tiên, ta đưa bài toán này về bài toán phản xạ, khúc xạ của sóng SH đối với lớp đàn hồi xốp trục hướng kẹp giữa hai bán không gian đàn hồi xốp đẳng hướng. Sau đó, ta tìm nghiệm của bán không gian trên, bán không gian dưới, lớp ở giữa và cho các nghiệm này thỏa mãn điều kiện biên thì tìm được các hệ số phản xạ, khúc xạ của sóng SH. Các hệ số phản xạ, khúc xạ của các sóng đàn hồi có ý nghĩa quan trọng trong âm học, thăm dò dầu khí.

Từ khóa: sự phản xạ, khúc xạ, sóng SH, đàn hồi xốp, đẳng hướng

Abstract

The main purpose of this paper is to derive the reflection, and refraction coefficients of SH wave with a very rough interface of the isotropic photoelasticity theory. To achieve this, the problem is initially simplified by considering the reflection and refraction of SH wave with the orthotropic photoelasticity layer between two isotropic pyroclastic half-spaces. Then, we find the solution of the upper half-space, the lower half-space, and the middle layer and let these solutions satisfy the boundary conditions, the reflection and refraction coefficients of the SH are derived. The reflection and refraction coefficients of elastic waves are important in acoustics, and oil recovery.

Key words: reflection, refraction, SH wave, photoelasticity, isotropic

ThS. Nguyễn Thị Kiều

Bộ môn Cơ học lý thuyết, Khoa Xây dựng

ĐT: 0363.441.889

Email: kieumt@gmail.com

Ngày nhận bài: 21/2/2022

Ngày sửa bài: 04/4/2022

Ngày duyệt đăng: 21/7/2023

1. Giới thiệu

Bài toán phản xạ, khúc xạ của các sóng đàn hồi từ lâu đã thu hút sự quan tâm của các nhà khoa học vì chúng có ý nghĩa quan trọng trong nghiên cứu âm học, địa vật lý, địa chấn học, khai thác dầu mỏ.

Một số nghiên cứu về sự phản xạ, khúc xạ của sóng đối với biên phân chia phẳng có thể chỉ ra như sau: Rokhlin và các cộng sự (1986) [1], Chapttopadhyay và Choudhury (1995) [2] nghiên cứu sự phản xạ khúc xạ của sóng trong môi trường đàn hồi dị hướng; Parfitt và Eringen (1969) [3], Tomar và Garg (2005) [4] nghiên cứu sự phản xạ, khúc xạ của sóng trong môi trường đàn hồi micropolar; Dai và các cộng sự (2006) [5] nghiên cứu sự phản xạ, khúc xạ của sóng trong môi trường đàn hồi xốp.

Hơn nữa, có rất nhiều nhà khoa học nghiên cứu bài toán phản xạ, khúc xạ của sóng đối với biên, biên phân chia có độ nhám thấp như: Tomar và Kaur [6], Singh và Tomar [7],... bởi bài toán này có ứng dụng rộng rãi trong thực tế.

Tuy nhiên, trước năm 2010, hầu hết các tác giả chỉ xét sự phản xạ, khúc xạ của sóng đối với biên, biên phân chia phẳng hoặc biên, biên phân chia độ nhám thấp. Các bài toán này đối với biên, biên phân chia độ nhám cao còn rất hạn chế vì các phương trình thuần nhất hóa đối với biên, biên phân chia độ nhám cao vẫn ở dạng ẩn.

Từ năm 2010, Vinh và Tung, đã sử dụng các phương trình cơ bản và điều kiện biên dạng ma trận để tìm các phương trình thuần nhất hóa. Với cách tiếp cận này, các tác giả đã tìm được các phương trình thuần nhất hóa dạng hiện đối với bài toán biên phân chia có độ nhám cao dao động giữa hai đường thẳng song song, hai đường tròn đồng tâm của các lý thuyết đàn hồi, đàn điện, đàn nhiệt, đàn hồi micropolar, đàn hồi xốp [8], [9], [10],... Các phương trình thuần nhất hóa dạng hiện nghĩa là các hệ số của chúng là các hàm hiển của các tham số vật liệu và đặc trưng hình học của biên phân chia. Vì vậy, các kết quả đạt được rất thuận tiện để giải quyết các bài toán thực tế khác nhau, đặc biệt là bài toán phản xạ, khúc xạ của sóng đối với biên phân chia có độ nhám cao.

Như vậy, mục tiêu chính trong bài báo này là sử dụng các phương trình thuần nhất hóa dạng hiện của lý thuyết đàn hồi xốp đẳng hướng đã được tìm ra bởi Vinh và các cộng sự [10] để khảo sát sự phản xạ, khúc xạ của sóng đàn hồi SH đối với biên phân chia có độ nhám cao. Bài báo thu được các công thức hệ số phản xạ, khúc xạ của sóng SH đối với biên phân chia độ nhám cao hình lược, phân chia hai môi trường đàn hồi xốp đẳng hướng.

2. Đặt bài toán

Giả sử biên phân chia độ nhám cao L phân chia hai vật thể đàn hồi xốp đẳng hướng. Khi đó biên phân chia được biểu diễn bởi $x_3 = h(x_1/\varepsilon)$, $0 < \varepsilon \ll 1$, trong đó, $h(y)$, ($y = x_1/\varepsilon$) là hàm tuần hoàn với chu kỳ 1.

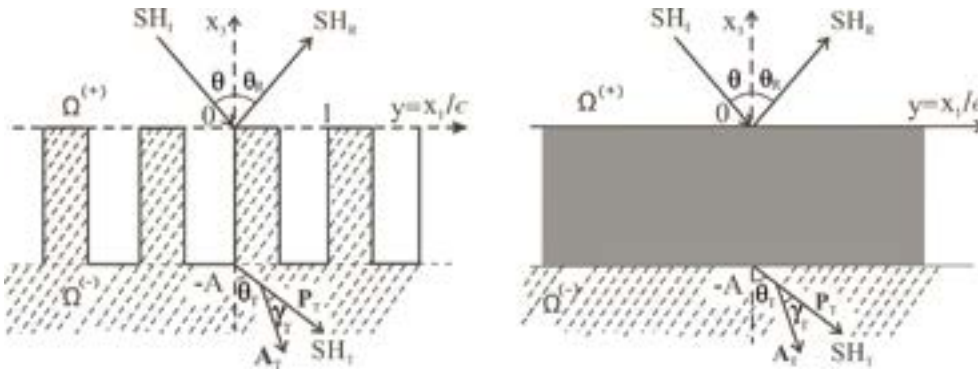
Xét sự phản xạ, khúc xạ của sóng SH ($u_1 \equiv u_3 \equiv p \equiv 0, u_2 \neq 0$) đối với biên phân chia độ nhám cao hình lược, phân chia hai bán không gian đàn hồi xốp đẳng hướng. Theo ý nghĩa của phương pháp thuần nhất hóa, bài toán được đưa về sự phản xạ, khúc xạ của sóng SH ($V_1 \equiv V_3 \equiv P \equiv 0, V_2 \neq 0$) đối với lớp vật liệu thuần nhất trong miền $-A \leq x_3 \leq 0$ (xem Hình 1). Ta sử dụng các phương trình thuần nhất hóa dạng hiện thành phần của lý thuyết đàn hồi xốp trong miền hai chiều đã được tìm ra [10] để khảo sát bài toán phản xạ, khúc xạ.

Phương trình chuyển động của sóng SH là:

$$\mu^{(+)}(V_{2,11} + V_{2,33}) + \omega^2(\rho^{(+)} - i\omega\rho_L^{(+)}k^{(+)})V_2 = 0, \quad x_3 > 0, \quad (1)$$

$$\mu^{(-)}(V_{2,11} + V_{2,33}) + \omega^2(\rho^{(-)} - i\omega\rho_L^{(-)}k^{(-)})V_2 = 0, \quad x_3 < -A, \quad (2)$$

$$\langle \mu^{-1} \rangle^{-1}V_{2,11} + \langle \mu \rangle V_{2,33} + \omega^2[\langle \rho \rangle - i\omega\langle \rho_L^2 \rangle]V_2 = 0, \quad -A < x_3 < 0 \quad (3)$$



Hình 1. Sự phản xạ, khúc xạ của sóng SH đối với biên phân chia độ nhám cao hình lược

Điều kiện liên tục của chuyển dịch và ứng suất trên các đường L^* : $x_3 = -A, x_3 = 0$ là:

$$[V_2]_{L^*} = 0, \quad [(\mu)V_{2,3}]_{L^*} = 0 \quad (4)$$

Giả sử sóng tới SH_I là thuần nhất (véctơ tắt dần của sóng song song với véctơ lan truyền sóng), có biên độ đơn vị, góc tới $\theta (0 \leq \theta < 90^\circ)$, truyền trong bán không gian $\Omega^{(+)}$ (Hình 1). Khi sóng tới chiếu đến lớp giữa $(-A \leq x_3 \leq 0)$ sẽ tạo ra sóng phản xạ SH_R truyền trong bán không gian và sóng khúc xạ SH_T truyền trong bán không gian SH_I

Sóng tới thuần nhất SH_I có dạng [10]:

$$V_{2I} = e^{-(A_I x_1 + A_{3I} x_3)} e^{-i(P_{1I} x_1 + P_{3I} x_3)} \quad (5)$$

trong đó $\mathbf{P}_I (P_{1I}, P_{3I})$ biểu diễn véctơ lan truyền, $\mathbf{A}_I (A_{1I}, A_{3I})$ biểu diễn véctơ tắt dần của sóng tới thuần nhất SH_I và:

$$\begin{aligned} P_{1I} &= P_I \sin \theta, \quad P_{3I} = -P_I \cos \theta, \quad P_I = |\mathbf{P}_I|, \\ A_{1I} &= A_I \sin \theta, \quad A_{3I} = -A_I \cos \theta, \quad A_I = |\mathbf{A}_I|. \end{aligned} \quad (6)$$

Thay (5) vào phương trình chuyển động (1) ta tính được:

$$\begin{aligned} A_I &= \sqrt{\frac{-re^{(+)} + \sqrt{re^{(+)^2} + im^{(+)^2}}}{2\mu^{(+)}}, \\ P_I &= \sqrt{\frac{re^{(+)} + \sqrt{re^{(+)^2} + im^{(+)^2}}}{2\mu^{(+)}}. \end{aligned} \quad (7)$$

trong đó, $re^{(+)} = \omega^2 \rho^{(+)}$, $im^{(+)} = \omega^3 \rho_L^{(+2)} k^{(+)}$. (8)

Như vậy, bài toán đặt ra là: khảo sát sự phản xạ, khúc xạ của sóng SH cho trong (5) đối với biên phân chia độ nhám cao hình lược L nằm giữa hai bán không gian đàn hồi xấp xỉ đẳng hướng.

Công thức hiển của hệ số phản xạ, khúc xạ

Sóng phản xạ SH_R có dạng [10]:

$$V_{2R} = R e^{-(A_{1R} x_1 + A_{3R} x_3)} e^{-i(P_{1R} x_1 + P_{3R} x_3)} \quad (9)$$

trong đó, R là hệ số phản xạ, $\mathbf{P}_R (P_{1R}, P_{3R})$ biểu diễn véctơ lan truyền, $\mathbf{A}_R (A_{1R}, A_{3R})$ biểu diễn véctơ tắt dần của sóng phản xạ SH_R và

$$\begin{aligned} P_{1R} &= P_R \sin \theta_R, \quad P_{3R} = P_R \cos \theta_R, \quad P_R = |\mathbf{P}_R|, \\ A_{1R} &= A_R \sin \theta_R, \quad A_{3R} = A_R \cos(\theta_R - \gamma_R), \quad A_R = |\mathbf{A}_R| \end{aligned} \quad (10)$$

với θ_R là góc phản xạ, γ_R là góc tạo bởi \mathbf{P}_R và \mathbf{A}_R .

Từ định luật Snell suy ra:

$$\begin{cases} P_{1I} = P_{1R} \\ A_{1I} = A_{1R} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_I \sin \theta = P_R \sin \theta_R \\ A_I \sin \theta = A_R \sin(\theta_R - \gamma_R) \end{cases} \quad (11)$$

Thay nghiệm (9) vào phương trình chuyển động (1) và sử dụng (11) ta có:

$$\begin{aligned} A_{3R}^2 &= \frac{-[re^{(+)} - \mu^{(+)}(P_{1I}^2 - A_{1I}^2)] + \sqrt{[re^{(+)} - \mu^{(+)}(P_{1I}^2 - A_{1I}^2)]^2 + [im^{(+)} - 2\mu^{(+)}P_{1I}A_{1I}]^2}}{2\mu^{(+)}}, \\ P_{3R}^2 &= \frac{[re^{(+)} - \mu^{(+)}(P_{1I}^2 - A_{1I}^2)] + \sqrt{[re^{(+)} - \mu^{(+)}(P_{1I}^2 - A_{1I}^2)]^2 + [im^{(+)} - 2\mu^{(+)}P_{1I}A_{1I}]^2}}{2\mu^{(+)}}. \end{aligned} \quad (12)$$

Từ (10)-(12) ta suy ra:

$$A_R^2 = A_I^2, P_R^2 = P_I^2 \text{ và } \theta_R = \theta, \gamma_R = 0 \quad (13)$$

Từ (13) ta thấy sóng phản xạ $\theta_R = \theta$ là sóng thuần nhất là góc phản xạ bằng góc tới $\theta_R = \theta$ (Hình 1).

Sóng khúc xạ SH_R có dạng sau [10]:

$$V_{2T} = T e^{-(A_{1T} x_1 + A_{3T} x_3)} e^{-i(P_{1T} x_1 + P_{3T} x_3)} \quad (14)$$

trong đó T là hệ số khúc xạ, $\mathbf{A}_T (A_{1T}, A_{3T})$ biểu diễn véctơ lan truyền sóng, $\mathbf{A}_T (A_{1T}, A_{3T})$ biểu diễn véctơ tắt dần của sóng khúc xạ SH_R và

$$\begin{aligned} P_{1T} &= P_T \sin \theta_T, \quad P_{3T} = -P_T \cos \theta_T, \quad P_T = |\mathbf{P}_T|, \\ A_{1T} &= A_T \sin(\theta_T - \gamma_T), \quad A_{3T} \\ &= -A_T \cos(\theta_T - \gamma_T), \quad A_T = |\mathbf{A}_T| \end{aligned} \quad (15)$$

với γ_T là góc khúc xạ, γ_T là góc tạo bởi \mathbf{P}_T và \mathbf{A}_T có giá trị như sau:

$$\theta_T = -\text{atan}\left(\frac{P_{1I}}{P_{3T}}\right), \quad \gamma_T = \text{atan}\left(\frac{A_{1I}}{A_{3T}}\right) - \text{atan}\left(\frac{P_{1I}}{P_{3T}}\right) \quad (16)$$

Từ định luật Snell suy ra:

$$\begin{cases} P_{1I} = P_{1T} \\ A_{1I} = A_{1T} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_I \sin \theta = P_T \sin \theta_T \\ A_I \sin \theta = A_T \sin(\theta_T - \gamma_T) \end{cases} \quad (17)$$

Thay (14) vào phương trình chuyển động (2) và sử dụng (16) ta được:

$$\begin{aligned} A_{3T} &= -\sqrt{\frac{[re^{(-)} - \mu^{(-)}(P_{1I}^2 - A_{1I}^2)] + \sqrt{[re^{(-)} - \mu^{(-)}(P_{1I}^2 - A_{1I}^2)]^2 + [im^{(-)} - 2\mu^{(-)}P_{1I}A_{1I}]^2}}{2\mu^{(-)}}, \\ P_{3T} &= -\sqrt{\frac{[re^{(-)} - \mu^{(-)}(P_{1I}^2 - A_{1I}^2)] - \sqrt{[re^{(-)} - \mu^{(-)}(P_{1I}^2 - A_{1I}^2)]^2 + [im^{(-)} - 2\mu^{(-)}P_{1I}A_{1I}]^2}}{2\mu^{(-)}} \end{aligned} \quad (18)$$

trong đó,

$$re^{(-)} = \omega^2 \rho^{(-)}, \quad im^{(-)} = \omega^3 \rho_L^{(-)2} k^{(-)} \quad (19)$$

Nghiệm tổng quát của phương trình chuyển động của lớp (3) có dạng sau:

$$V_2 = (B_1 e^{-i\hat{K}_3 x_3} + B_2 e^{i\hat{K}_3 x_3}) e^{-i((P_{1T} - iA_{1T})x_1)} \quad (20)$$

trong đó B_1, B_2 là các hằng số cần được xác định và:

$$\hat{K}_3 = \sqrt{\frac{\langle re \rangle - \langle \mu^{-1} \rangle^{-1} (P_{1T}^2 - A_{1T}^2) - i[\langle im \rangle - 2\langle \mu^{-1} \rangle^{-1} P_{1T} A_{1T}]}{\langle \mu \rangle}} \quad (21)$$

Để dàng thấy rằng $\hat{K}_3 = \hat{P}_3 - i\hat{A}_3$ trong đó (các số thực) \hat{P}_3, \hat{A}_3 được tính như sau:

$$\hat{P}_3 = \sqrt{\frac{[\langle re \rangle - \langle \mu^{-1} \rangle^{-1} (P_{1T}^2 - A_{1T}^2)] + \sqrt{[\langle re \rangle - \langle \mu^{-1} \rangle^{-1} (P_{1T}^2 - A_{1T}^2)]^2 + [\langle im \rangle - 2\langle \mu^{-1} \rangle^{-1} P_{1T} A_{1T}]^2}}{2\langle \mu \rangle}}$$

$$\hat{A}_3 = \frac{\langle im \rangle - 2\langle \mu^{-1} \rangle^{-1} P_{1T} A_{1T}}{2\langle \mu \rangle \hat{P}_3} \quad (22)$$

Từ điều kiện biên tại

$$x_3 = 0: [V_2]_{x_3=0} = 0, [\langle \mu \rangle V_{2,3}]_{x_3=0} = 0$$

và điều kiện biên tại

$$x_3 = -A: [V_2]_{x_3=-A} = 0, [\langle \mu \rangle V_{2,3}]_{x_3=-A} = 0$$

ta suy ra hệ bốn phương trình bốn ẩn số B_1, B_2, R, T sau:

$$\begin{cases} B_1 + B_2 = R + 1, \\ B_1 - B_2 = -\frac{\mu^{(+)}(A_{3T} + iP_{3T})(1-R)}{\langle \mu \rangle (\hat{A}_3 + i\hat{P}_3)}, \\ B_1 e^{-(\hat{A}_3 + i\hat{P}_3)A} + B_2 e^{(\hat{A}_3 + i\hat{P}_3)A} = T e^{(A_{3T} + iP_{3T})A} \\ B_1 e^{-(\hat{A}_3 + i\hat{P}_3)A} - B_2 e^{(\hat{A}_3 + i\hat{P}_3)A} = -\frac{\mu^{(-)}(A_{3T} + iP_{3T})}{\langle \mu \rangle (\hat{A}_3 + i\hat{P}_3)} T e^{(A_{3T} + iP_{3T})A} \end{cases} \quad (23)$$

Từ hệ phương trình (23), ta thu được biểu thức dạng đóng của các hệ số phản xạ, khúc xạ của sóng R và T là:

$$R = \frac{pr - sn}{mr - qn}, \quad T = \frac{ms - pq}{mr - qn} \quad (24)$$

trong đó,

$$\begin{aligned} m &= a_1 e^{-(\hat{A}_3 + i\hat{P}_3)A} + a_2 e^{(\hat{A}_3 + i\hat{P}_3)A}, \quad n = -2e^{(A_{3T} + iP_{3T})A}, \\ p &= -\{a_2 e^{-(\hat{A}_3 + i\hat{P}_3)A} + a_1 e^{(\hat{A}_3 + i\hat{P}_3)A}\}, \\ q &= a_1 e^{-(\hat{A}_3 + i\hat{P}_3)A} - a_2 e^{(\hat{A}_3 + i\hat{P}_3)A}, \\ r &= 2 \frac{\mu^{(-)}(A_{3T} + iP_{3T})}{\langle \mu \rangle (\hat{A}_3 + i\hat{P}_3)} e^{(A_{3T} + iP_{3T})A}, \\ s &= -\{a_2 e^{-(\hat{A}_3 + i\hat{P}_3)A} - a_1 e^{(\hat{A}_3 + i\hat{P}_3)A}\}, \end{aligned} \quad (25)$$

Các công thức hệ số phản xạ, hệ số khúc xạ thu được (24) không chỉ dùng để đánh giá ảnh hưởng của biên phân chia lên sự phản xạ, khúc xạ của sóng, mà chúng còn là công cụ quan trọng để giải bài toán ngược.

4. Kết luận

Trong bài báo này, tác giả đã nghiên cứu sự phản xạ, khúc xạ của sóng SH đối với biên phân chia độ nhám cao hình lược, phân chia hai bán không gian đàn hồi xếp tầng hướng. Bằng cách tìm nghiệm của hai bán không gian, nghiệm của lớp ở giữa và cho chúng thỏa mãn điều kiện liên tục trên biên phân chia, ta tìm được các công thức dạng đóng cho hệ số phản xạ, khúc xạ của sóng SH đối với biên phân chia độ nhám cao hình lược nằm giữa hai bán không gian đàn hồi xếp tầng hướng. Các công thức này có ý nghĩa quan trọng trong việc giải bài toán ngược: xác định các đặc trưng của biên phân chia khi biết các giá trị (đo được từ thực nghiệm) của hệ số phản xạ, khúc xạ./

Tài liệu tham khảo

- Rokhlin S.I., Belland T.K., Adler L. (1986), "Reflection and refraction of elastic waves on a plane interface between two generally anisotropic media", *J. Acoust. Soc. Am* 79, pp. 906-918.
- Chattopadhyay A., Choudhury S. (1995), "The reflection phenomena of P-waves in a medium of monoclinic type", *Int. J. Eng. Sci* 33, pp. 195-207.
- Parfitt V.R., Eringen A.C. (1969), "Reflection of Plane Waves from the Flat Boundary of a Micropolar Elastic Half-Space", *J. Acoust. Soc. Am* 45, pp. 1258-1272.
- Tomar S.K., Garg S.K. (2005), "Reflection and transmission of waves from a plane interface between two microstretch solid half-spaces", *Int. J. Eng. Sci* 43, pp. 139-169.
- Dai Z.J., Kuang Z.B., Zhao S.X. (2006), "Reflection and transmission of elastic waves at the interface between an elastic solid and a double porosity medium", *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* 43, pp. 961-971.
- Tomar S.K., Kaur J.J. (2007), "Shear waves at a corrugated interface between anisotropic elastic and visco-elastic solid half-spaces", *J Seismol* 11, pp. 235-258.
- Singh S.S., Tomar S.K. (2008), "qP-wave at a corrugated interface between two dissimilar pre-stressed elastic half-spaces", *J Sound Vibr* 317, pp. 687-70.
- Vinh P.C., Tung D.X. (2011), "Homogenization of rough two-dimensional interfaces separating two anisotropic solids", *J. Appl. Mech* 78, 041012 (5 pages).
- Vinh P.C., Anh V.T.N., Tung D.X., Kieu N.T (2018), "Homogenization of very rough interfaces for the micropolar elasticity theory". *Applied Mathematical Modelling* 54, pp. 467-482.
- Vinh P.C., Tung D.X., Kieu N.T (2018), "Homogenization of very rough two-dimensional interfaces separating two dissimilar poroelastic solids with time-harmonic motions", *Mathematics and Mechanics of solids* 24(5), pp. 1349-1367.