Ảnh hưởng nhiệt độ-độ ẩm đến ứng xử tĩnh của tấm FGM có vi bọt rỗng

The hygro-thermal effect on static behavior of functionally graded plate with porosities

Phạm Thanh Tùng[(1)], Trần Minh Tú[(2)], Nguyễn Hoàng Nam[(3)]

Tóm tắt

Vật liệu có cơ tính biến thiên (functionally graded materials – FGMs) là loại composite thế hệ mới có cơ tính biến đổi trơn và liên tục theo một phương nhất định trong cấu trúc, vì thế tránh được sự bong tách, cũng như sự tập trung ứng suất tại bề mặt tiếp xúc, điều thường xảy ra ở vật liệu composite truyền thống. Bài báo tiến hành phân tích tĩnh tấm FGM có vi bọt rỗng theo lý thuyết biến dạng cắt bậc ba (TSDT), chịu tải trọng cơ-nhiệt-ẩm. Các dạng tấm FGM được xét đến là FGM hoàn hảo (không có vi bọt rỗng), FGM có vi bọt rỗng phân bố đều (FGMPo-1) và FGM có vi bọt rỗng phân bố không đều (FGMPo-2). Hệ phương trình cân bằng được thiết lập theo theo nguyên lý cực tiểu thế năng toàn phần và giải bằng cách sử dụng nghiệm Navier cho tấm chữ nhật liên kết khớp trên chu vi. Ảnh hưởng của vi bọt rỗng và tải trọng cơ-nhiệt-ẩm đến độ võng, và các thành phần ứng suất được khảo sát.

Từ khóa: *phân tích tĩnh, tấm FGM có vi bọt rỗng, tải trọng cơ-nhiệt-ẩm, lời giải Navier, TSDT*

Abstract

Functionally graded materials (FGMs) are advanced composites with continuously varying mechanical properties along specified directions within the material structure. This eliminates the debonding and stress concentration commonly observed at the interfaces of traditional composite materials. This paper presents a static analysis of functionally graded material (FGM) plates with porosity under hygro-thermo-mechanical loading using the third-order shear deformation theory (TSDT). Three types of plates are considered: Perfect FGM plates (without porosity), FGM plates with uniform porosity distribution FGMPo-1) and FGM plates with non-uniform porosity distribution (FGMPo-2). The equilibrium equations are established by using the principle of minimum total potential energy and are solved with the Navier solution for simply supported plates. The influence of porosity and hygro-thermo-mechanical loading on the deflection and stress of the plates is investigated.

Key words: *static analysis, FGM plate with porosity, hygro-thermo-mechanical loading, Navier solution, TSDT*

(1) PGS.TS, Giảng viên cao cấp, Bộ môn Công trình Bê tông cốt thép, Khoa Xây dựng Dân dụng & Công nghiệp, Trường Đại học Xây dựng Hà Nội, Email: tungpt@huce.edu.vn, ĐT: 0903278456

(2) GS.TS, Giảng viên cao cấp, Bộ môn Sức bền Vật liệu, Khoa Xây dựng Dân dụng & Công nghiệp, Trường Đại học Xây dựng Hà Nội, Email: tutm@huce.edu.vn, ĐT: 0912101173

(3) Ths, Giảng viên, Bộ môn Sức bền Vật liệu, Khoa Xây dựng Dân dụng & Công nghiệp, Trường Đại học Xây dựng Hà Nội, Email: namnh1@huce.edu.vn, ĐT: 0912413262

Ngày nhận bài: 30/9/2024
Ngày sửa bài: 02/10/2024
Ngày duyệt đăng: 07/10/2024

1. Mở đầu

Vật liệu cơ tính biến thiên (Functionally grade material – FGM) là loại vật liệu composite tiên tiến, không thuần nhất ở mức độ vi mô, cấu thành từ hai hoặc nhiều hơn hai pha vật liệu với các đặc trưng vật liệu biến đổi trơn và liên tục. Nhờ vào đặc điểm này, FGM có khả năng hạn chế tối đa sự tập trung ứng suất, điều thường gặp ở các vật liệu composite lớp truyền thống. FGM thường được ứng dụng trong các lĩnh vực công nghệ cao như hàng không vũ trụ, giao thông, xây dựng, y tế ...[1]. Nhiều nghiên cứu về ứng xử tĩnh và động của kết cấu FGM đã được thực hiện [2-4].

Tuy nhiên, các nghiên cứu trên mới chỉ đề cập đến vật liệu FGM hoàn hảo. Trong thực tế, trong quá trình chế tạo, do các hạn chế về công nghệ, vật liệu FGM thường xuất hiện các khuyết tật dưới dạng bọt rỗng vi mô, gây ảnh hưởng đến tính chất cơ học của vật liệu. Sự xuất hiện của vi bọt rỗng có thể làm vật liệu FGM giảm độ bền, độ cứng, nhưng đồng thời cũng làm giảm trọng lượng, tăng khả năng cách âm, cách nhiệt... Nghiên cứu về vi bọt rỗng trong vật liệu FGM vì thế là cần thiết, đã có nhiều công bố về chủ đề này trong thời gian gần đây. Mô hình dầm Timoshenko đã được Phuong và cs. [5] sử dụng để phân tích ứng xử uốn của dầm FGM có vi bọt rỗng, có xét đến vị trí thực của mặt trung hòa. Dựa vào dạng nghiệm Navier, Merdaci và Belghoul [6] khảo sát ứng xử uốn của tấm dày FGM có vi bọt rỗng theo lý thuyết biến dạng cắt bậc cao. Rezaei và cs. [7] phân tích dao động tự do của tấm FGM có vi bọt rỗng theo lý thuyết tấm bậc nhất đơn giản, sử dụng dạng nghiệm Levy.

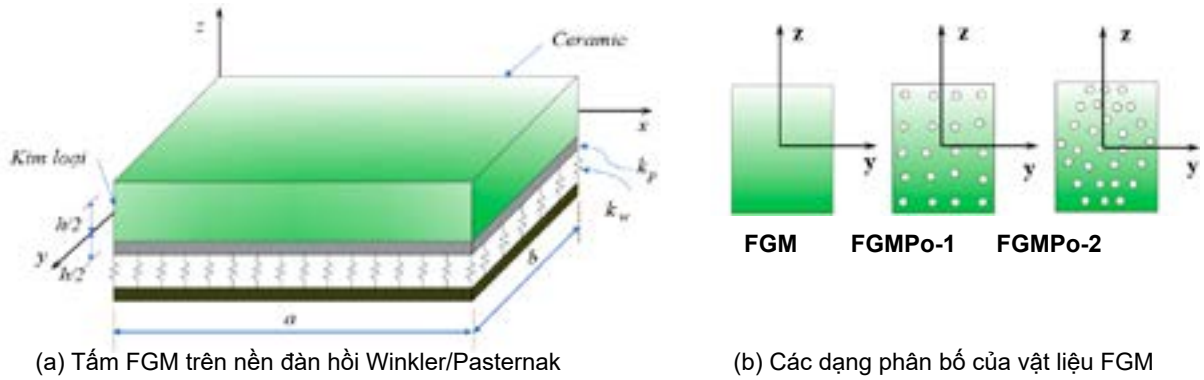
Do cấu thành từ thành phần gốm có khả năng chịu nhiệt cao và kim loại có độ bền dẻo, kết cấu FGM thường được sử dụng cho các môi trường làm việc khắc nghiệt có nhiệt độ, độ ẩm cao. Do vậy, các nghiên cứu về ứng xử cơ học của kết cấu FGM có kể đến ảnh hưởng của nhiệt độ-độ ẩm cũng là một hướng nghiên cứu nhận được nhiều sự quan tâm. Tuy nhiên các nghiên cứu này cũng mới tập trung chủ yếu vào kết cấu FGM hoàn hảo, chẳng hạn Zidi các cộng sự [8] phân tích ứng xử uốn của tấm FGM đặt trên nền đàn hồi, nhóm tác giả Boukhelf [9] phân tích tĩnh tấm FGM dưới ảnh hưởng của tải cơ học-nhiệt-ẩm.

Các nghiên cứu về ứng xử tĩnh của tấm FGM không hoàn hảo (có vi bọt rỗng) còn thực sự khiêm tốn. Vì thế, mục đích của bài báo là khảo sát ứng xử tĩnh của tấm FGM không hoàn hảo dưới tác dụng của tải trọng cơ-nhiệt-ẩm, sử dụng nghiệm Navier. Lý thuyết biến dạng cắt bậc ba của Reddy (TSDT) được lựa chọn do không cần đến hệ số hiệu chỉnh cắt, phù hợp cho phân tích tấm dày. Sau khi kiểm chứng lời giải và chương trình Matlab tự viết với các công bố uy tín, các khảo sát về ảnh hưởng của tải trọng cơ-nhiệt-ẩm cũng như vi bọt rỗng đến độ võng và ứng suất sẽ được thực hiện.

2. Cơ sở lý thuyết và mô hình tính

2.1. Trường chuyển vị và biến dạng theo lý thuyết biến dạng cắt bậc ba (TSDT)

Trường chuyển vị được giả thiết dưới dạng [10]:



(a) Tấm FGM trên nền đàn hồi Winkler/Pasternak (b) Các dạng phân bố của vật liệu FGM

Hình 1. Mô hình tấm FGM với ba dạng phân bố vi bọt rỗng trên nền đàn hồi

$$u(x,y,z)=u_0+z\phi_x-c_1z^3(\phi_x+\partial w_0/\partial x);$$
$$v(x,y,z)=v_0+z\phi_y-c_1z^3(\phi_y+\partial w_0/\partial y);$$
$$w(x,y,z)=w_0 \quad (1)$$

trong đó, u_0,v_0,w_0 là các thành phần chuyển vị của điểm bất kì trên mặt trung bình của tấm theo các phương $c_1=\left(4/3h^2\right)$ là góc xoay của pháp tuyến mặt trung bình $c_1=\left(4/3h^2\right)$ quanh trục y,x;

Các thành phần biến dạng được suy ra từ trường chuyển vị theo quan hệ chuyển vị - biến dạng:

$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_{xx}\\ \varepsilon_{yy}\\ \varepsilon_{xy}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\varepsilon_{xx}^{(0)}\\ \varepsilon_{yy}^{(0)}\\ \varepsilon_{xy}^{(0)}\end{Bmatrix}+z\begin{Bmatrix}\varepsilon_{xx}^{(1)}\\ \varepsilon_{yy}^{(1)}\\ \varepsilon_{xy}^{(1)}\end{Bmatrix}+z^3\begin{Bmatrix}\varepsilon_{xx}^{(3)}\\ \varepsilon_{yy}^{(3)}\\ \varepsilon_{xy}^{(3)}\end{Bmatrix};\begin{Bmatrix}\gamma_{yz}\\ \gamma_{xz}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\gamma_{yz}^{(0)}\\ \gamma_{xz}^{(0)}\end{Bmatrix}+z^2\begin{Bmatrix}\gamma_{yz}^{(2)}\\ \gamma_{xz}^{(2)}\end{Bmatrix} \quad (2)$$

2.2. Các phương trình vật lý

Xét tấm chữ nhật P-FGMPo kích thước $(a\times b\times h)$, bốn biên tựa khớp, chịu tải trọng vuông góc với mặt trên, mặt dưới tiếp xúc với nền đàn hồi Winkler/Pasternak (Hình 1). Các hệ số nền k_w,k_p lần lượt là hệ số cứng uốn lớp đàn hồi và hệ số độ cứng lớp trượt.

Tấm FGM bao gồm hai vật liệu thành phần: kim loại và ceramic, được đặt trong môi trường nhiệt-ẩm với trường nhiệt độ là $C(x,y,z)$ và trường độ ẩm $C(x,y,z)$. Các tính chất vật liệu của tấm được xác định dưới dạng [11] :

Vật liệu FGM hoàn hảo (không có vi bọt rỗng) :

$$P(z)=(P_c-P_m)\left(\frac{z}{h}+\frac{1}{2}\right)^p+P_m \quad (3)$$

Vật liệu FGM có vi bọt rỗng phân bố đều (FGMPo-1) :

$$P(z)=(P_c-P_m)\left(\frac{z}{h}+\frac{1}{2}\right)^p+P_m-\frac{e}{2}(P_c+P_m) \quad (4)$$

Vật liệu FGM có vi bọt rỗng phân bố không đều (FGMPo-2) :

$$P(z)=(P_c-P_m)\left(\frac{z}{h}+\frac{1}{2}\right)^p+P_m-\frac{e}{2}(P_c+P_m)\left(1-\frac{2|z|}{h}\right) \quad (5)$$

trong đó, $p\ge 0$ là chỉ số tỷ lệ thể tích của các vật liệu thành phần FGM; ν là hệ số rỗng. Hệ số Poisson ν được giả thiết là hằng số theo chiều dày tấm [12].

Quan hệ ứng suất-biến dạng của tấm FGM trong môi trường nhiệt-ẩm có dạng [13]:

$$\begin{Bmatrix}\sigma_{xx}\\ \sigma_{yy}\\ \sigma_{xy}\\ \sigma_{xz}\\ \sigma_{yz}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}C_{11}&C_{12}&0&0&0\\ C_{21}&C_{22}&0&0&0\\ 0&0&C_{66}&0&0\\ 0&0&0&C_{55}&0\\ 0&0&0&0&C_{44}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_x-\alpha\Delta T-\beta\Delta C\\ \varepsilon_y-\alpha\Delta T-\beta\Delta C\\ \gamma_{xy}\\ \gamma_{xz}\\ \gamma_{yz}\end{Bmatrix} \quad (6)$$

trong đó C_{ij} là các hệ số trong ma trận độ cứng vật liệu được tính theo [13] ; $\Delta C=C-C_0$ và $\Delta C=C-C_0$ là chênh lệch nhiệt độ và độ ẩm ở thời điểm khảo sát so với T_0 và C_0 là nhiệt độ tham chiếu và độ ẩm tham chiếu ban đầu.

Hàm phân bố của nhiệt độ $T(x,y,z)$ và độ ẩm $C(x,y,z)$ được giả thiết [14] :

$$T(x,y,z)=T_1(x,y)+\frac{z}{h}T_2(x,y)+\frac{1}{\pi}\sin\left(\frac{\pi z}{h}\right)T_3(x,y);C(x,y,z)$$
$$=C_1(x,y)+\frac{z}{h}C_2(x,y)+\frac{1}{\pi}\sin\left(\frac{\pi z}{h}\right)C_3(x,y) \quad (7)$$

trong đó, $T_i(x,y,)$ và $C_i(x,y,)$ là hàm phân bố nhiệt độ và độ ẩm trên bề mặt tấm.

2.3. Các thành phần nội lực

Các thành phần nội lực của tấm FGM được xác định theo định nghĩa [15] :

$$\begin{Bmatrix}\{N\}\\ \{M\}\\ \{P\}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}[A]&[B]&[E]\\ [B]&[D]&[F]\\ [E]&[F]&[H]\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\{\varepsilon^{(0)}\}\\ \{\varepsilon^{(1)}\}\\ \{\varepsilon^{(3)}\}\end{Bmatrix}-\begin{Bmatrix}\{N\}^T\\ \{M\}^T\\ \{P\}^T\end{Bmatrix}-\begin{Bmatrix}\{N\}^C\\ \{M\}^C\\ \{P\}^C\end{Bmatrix};$$
$$\begin{Bmatrix}\{Q\}\\ \{R\}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}[A]&[D]\\ [D]&[F]\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\{\gamma^{(0)}\}\\ \{\gamma^{(2)}\}\end{Bmatrix} \quad (8)$$

trong đó :

$$\left(A_{ij},B_{ij},D_{ij},E_{ij},F_{ij},H_{ij}\right)=\int_{-h/2}^{h/2}C_{ij}(z)\left(1,z,z^2,z^3,z^4,z^6\right)dz;$$
$$\left(A_{ij},D_{ij},F_{ij}\right)=\int_{-h/2}^{h/2}C_{ij}(z)\left(1,z^2,z^4\right)dz$$
$$M_x^T=M_y^T=\int_{-h/2}^{h/2}\frac{E(z)}{1-\nu}\alpha(z)Tzdz;\quad M_x^T=M_y^T=\int_{-h/2}^{h/2}\frac{E(z)}{1-\nu}\alpha(z)Tzdz;$$
$$P_x^T=P_y^T=\int_{-h/2}^{h/2}\frac{E(z)}{1-\nu}\alpha(z)Tz^3dz;$$

$$N_x^C = N_y^C = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{E(z)}{1-\nu}\beta(z)Tdz;\ P_x^C = P_y^C = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{E(z)}{1-\nu}\beta(z)Tz^3dz;$$

$$P_x^C = P_y^C = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{E(z)}{1-\nu}\beta(z)Tz^3dz;$$

2.4. Các phương trình cân bằng

Hệ phương trình cân bằng tĩnh được thiết lập theo nguyên lý cực tiểu thế năng toàn phần và có dạng sau [15] :

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial N_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial N_{xy}}{\partial y}=0;\frac{\partial N_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial N_{yy}}{\partial y}=0;\\
&\frac{\partial \bar{Q}_x}{\partial x}+\frac{\partial \bar{Q}_y}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}\left[N_{xx}\frac{\partial w_0}{\partial x}+N_{xy}\frac{\partial w_0}{\partial y}\right]\\
&\quad+\frac{\partial}{\partial y}\left[N_{xy}\frac{\partial w_0}{\partial x}+N_{yy}\frac{\partial w_0}{\partial y}\right]\\
&\quad+c_1\left(\frac{\partial^2 P_{xx}}{\partial x^2}+2\frac{\partial^2 P_{xy}}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 P_{yy}}{\partial y^2}\right)+q-f_e=0;\\
&\frac{\partial \bar{M}_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial \bar{M}_{xy}}{\partial y}-\bar{Q}_x=0;\qquad \frac{\partial \bar{M}_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial \bar{M}_{yy}}{\partial y}-\bar{Q}_y=0;
\end{aligned} \tag{9}$$

trong đó :

$$f_e = K_u w - K_s\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right);$$

$$\bar{M}_{xx}=M_{xx}-c_1P_{xx};\bar{M}_{yy}=M_{yy}-c_1P_{yy};\bar{M}_{xy}=M_{xy}-c_1P_{xy}$$
$$\bar{Q}_x=Q_x-3c_1R_x;\bar{Q}_y=Q_y-3c_1R_y;$$

Từ hệ phương trình , biểu diễn các thành phần ứng lực theo ứng suất, rồi ứng suất qua biến dạng và cuối cùng là biến dạng qua chuyển vị, ta nhận được hệ phương trình cân bằng theo các thành phần chuyển vị.

3. Lời giải Navier

Tấm FGM chữ nhật, liên kết khớp ở chu vi, điều kiện biên có dạng :

$$\begin{aligned}
&\text{Tại } x=0,a: N_{xx}=v_0=w_0=\theta_y=\bar{M}_{xx}=0\ ;\\
&\text{tại } y=0,b: N_{yy}=u_0=w_0=\theta_x=\bar{M}_{yy}=0
\end{aligned} \tag{10}$$

Các thành phần chuyển vị được giả thiết dưới dạng chuỗi lượng giác kép, thỏa mãn điều kiện biên được giả thiết dưới dạng :

$$\begin{aligned}
&u_0=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}u_{0mn}\cos\alpha x\sin\beta y;\ v_0=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}v_{0mn}\sin\alpha x\cos\beta y;\\
&w_0=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}w_{0mn}\sin\alpha x\sin\beta y;\ \theta_x=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\theta_{0xmn}\cos\alpha x\sin\beta y;\\
&\theta_y=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\theta_{0ymn}\sin\alpha x\cos\beta y
\end{aligned} \tag{11}$$

trong đó, $u_{0mn}, v_{0mn}, w_{0mn}, \theta_{0xmn}, \theta_{0ymn}$ là các hệ số cần được xác định và $\alpha=\frac{m\pi}{a};\beta=\frac{n\pi}{b}$

Tải trọng cơ học, nhiệt, và ẩm được khai triển :

$$\begin{aligned}
&q=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}q_{mn}\sin\alpha x\sin\beta y;T_i=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}t_{imn}\sin\alpha x\sin\beta y;\\
&C_i=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}c_{imn}\sin\alpha x\sin\beta y
\end{aligned} \tag{12}$$

Với tải phân bố đều :

$$q_{mn}=\frac{16q_0}{mn\pi^2};t_{imn}=\frac{16t_{0i}}{mn\pi^2};c_{imn}=\frac{16c_{0i}}{mn\pi^2}$$

và tải phân bố hình sin $q_{mn}=q_0;t_{imn}=t_{0i};c_{imn}=c_{0i}$ với i=1,2,3

Thay các biểu thức và vào hệ phương trình cân bằng theo chuyển vị, ta nhận được hệ phương trình :

Bảng 1. Ứng suất và độ võng không thứ nguyên của tấm chữ nhật FGM (b=3a) đặt trên nền đàn hồi chịu tải trọng cơ phân bố dạng hàm sin và trường nhiệt-ẩm phân bố phi tuyến (a/h = 10, q_0=100, t_1=0, t_2=t_3=10, c_1=0, c_2=c_3=100).

p	*K*	J_0	Nguồn	$\bar{w}$	$\bar{\sigma}_{xy}$	$\bar{\sigma}_{xy}$	$\bar{\sigma}_{xz}$
0	0	0	Zidi [16]	2,54076	0,52522	2,20374	-0,42454
			Bài báo	2,51149	0,52224	2,17795	-0,36363
	100	0	Zidi [16]	1,36682	-0,17643	1,20877	0,16257
			Bài báo	1,35392	-0,16427	1,19721	0,13488
	0	100	Zidi [16]	0,26518	-0,83500	0,27507	0,71354
			Bài báo	0,26319	-0,81114	0,27311	0,60461
	100	100	Zidi [16]	0,24336	-0,84804	0,25658	0,72442
			Bài báo	0,24154	-0,82397	0,25477	0,61393
1	100	100	Zidi [16]	0,26330	-0,86205	0,23762	0,82148
			Bài báo	0,26131	-0,83424	0,23499	0,69643
2	100	100	Zidi [16]	0,26396	-0,84138	0,20133	0,80652
			Bài báo	0,26204	-0,81255	0,19879	0,67968
5	100	100	Zidi [16]	0,26601	-0,81745	0,18459	0,80297
			Bài báo	0,26416	-0,78754	0,18215	0,67309

$$\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & s_{25} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{34} & s_{35} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} & s_{45} \\ s_{51} & s_{52} & s_{53} & s_{54} & s_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{0mn} \\ v_{0mn} \\ w_{0mn} \\ \varphi_{0xmn} \\ \varphi_{0ymn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ q_{mn} \\ P_4 \\ P_5 \end{Bmatrix}; \quad \forall m,n \qquad (13)$$

4. Kết quả số và thảo luận

Trong phần này, các ví dụ kiểm chứng được thực hiện cho tấm FGM hoàn hảo có kể đến ảnh hưởng của các tham số vật liệu, hình học và nền đàn hồi lên độ võng và các thành phần ứng suất. Sau đó các ví dụ số sẽ được tiến hành để khảo sát với tải trọng cơ-nhiệt-ẩm phân bố dạng hàm sin.

Vật liệu P-FGM (Al/Al_2O_3) có các thông số vật liệu như sau [14]:

Ceramic (ZrO_2): E_c = 117 GPa; v_c= 0,33;

α_c = 7,11x(10-6/°C); β_c = 0;

Kim loại (Ti-6Al-4V): E_m = 66,2 GPa; v_m = 0,33;

α_m = 10,3x(10-6/°C); β_m = 0,33.

Các đại lượng khảo sát không thứ nguyên tính theo :

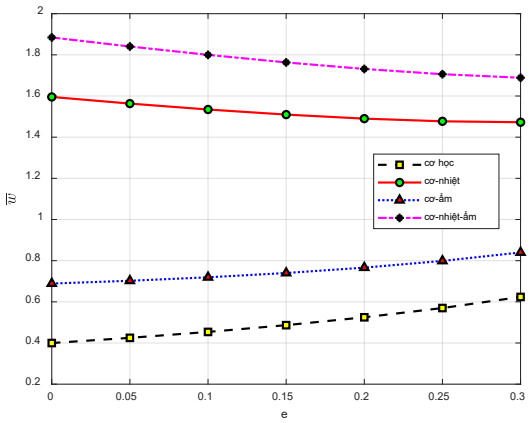
$$\bar{w} = \frac{100D}{a^4 q_0} w\left(\frac{a}{2},\frac{b}{2}\right); \quad \bar{\sigma}_{xx} = \frac{1}{100q_0}\sigma_{xx}\left(\frac{a}{2},\frac{b}{2},\frac{h}{2}\right);$$
$$\bar{\sigma}_{xz} = \frac{1}{10q_0}\sigma_{xz}\left(0,0,-\frac{h}{3}\right); \quad K_0 = \frac{K_u a^4}{D}; J_0 = \frac{K_s a^2}{D}; \qquad (14)$$
$$D = \frac{E_c h^3}{12\left(1-\nu^2\right)}$$

4.1. Ví dụ kiểm chứng

Bảng 1 thể hiện độ võng và ứng suất không thứ nguyên của tấm chữ nhật FGM hoàn hảo (không có vi bọt rỗng) đặt trên nền đàn hồi Pasternak chịu tác dụng của tải trọng phân bố dạng hàm sin, và tải trọng cơ-nhiệt-ẩm phân bố phi tuyến. Kết quả của bài báo được so sánh với kết quả giải tích (nghiệm Navier) của Zidi [16] sử dụng lý thuyết 4 ẩn số chuyển vị cải tiến.

Qua ví dụ kiểm chứng trình bày ở trên, có thể thấy rằng kết quả của bài báo có sai lệch ít so với các kết quả đã công bố của Zidi (trừ trường hợp ứng suất cắt ngang do Zidi sử dụng lý thuyết 4 ẩn số chuyển vị cải tiến với hàm phân bố ứng suất cắt ngang dạng khác với Reddy).

4.1.1. Khảo sát ảnh hưởng của tải trọng cơ-nhiệt-ẩm đến độ võng



Hình 2. Độ võng không thứ nguyên $\bar{w}$ của tấm FGMPo-1 biến thiên theo hệ số rỗng e

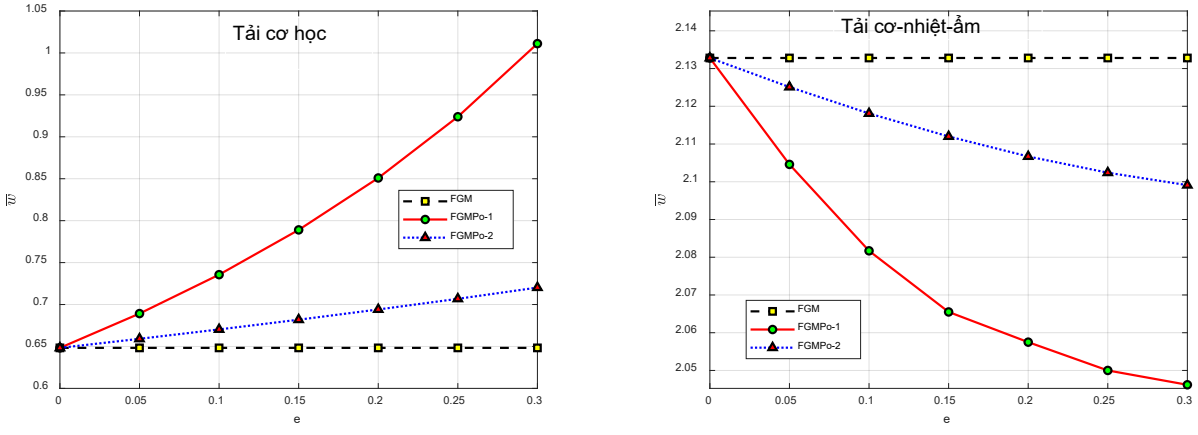
Hình 2 thể hiện độ võng lớn nhất không thứ nguyên của tấm FGMPo-1 với các loại tải trọng khác nhau: tải cơ học, cơ-nhiệt, cơ-ẩm và cơ-nhiệt ẩm (tải phân bố đều: q0=100, t1 =0, t2 = t3 = 10, c1 =0, c2 = c3 = 100) đối với các hệ số rỗng e khác nhau. Các thông số: b/a = 1, a/h=10, p=5, K0=0, J0=0.

Độ võng không thứ nguyên của các tấm vuông FGM, FGMPo-1 và FGMPo-2 (b/a=1; a/h=10, p=5) không đặt trên nền đàn hồi (K0=0, J0=0) chịu tải trọng cơ học, cơ-nhiệt, cơ-ẩm và cơ nhiệt ẩm tải phân bố đều: q0=100, t1 =0, t2 = t3 = 10, c1 =0, c2 = c3 = 100) biến thiên theo hệ số rỗng e được thể hiện ở Hình 3.

Có thể thấy rằng với vật liệu FGMPo-1, các vi bọt rỗng phân bố đều theo chiều dày tấm, làm cho độ võng tấm tăng nhiều nhất trong trường hợp tấm chịu tải cơ học và cơ-ẩm. Tuy nhiên, khi có ảnh hưởng của nhiệt độ, xu hướng này đảo ngược lại: tấm FGMPo-1 lại giảm dần độ võng khi hệ số rỗng e tăng

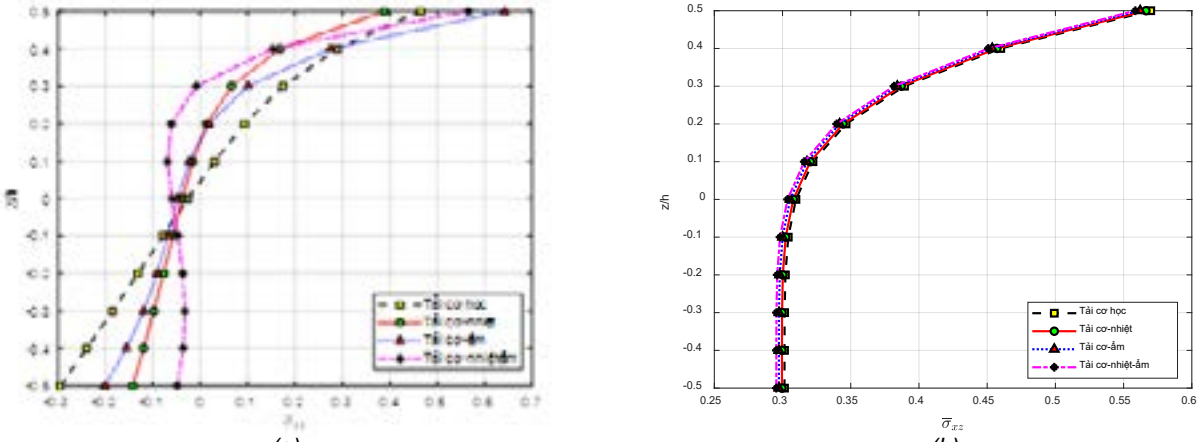
4.2. Khảo sát ảnh hưởng của tải trọng cơ-nhiệt-ẩm đến ứng suất

Hình 4 biểu diễn ứng suất không thứ nguyên $\bar{\sigma}_{xx}$ và ứng suất cắt ngang không thứ nguyên $\bar{\sigma}_{xz}$ của tấm FGMPo-1 (vi bọt rỗng phân bố đều, e = 0,1 với b/a = 1, a/h = 10, p = 5). Tấm chịu tải trọng cơ học, cơ-nhiệt, cơ-ẩm và cơ nhiệt ẩm tải



(a) *(b)*

Hình 3. Độ võng không thứ nguyên $\bar{w}$ của các loại tấm FGM chịu tải trọng cơ; cơ-nhiệt; cơ-ẩm; cơ-nhiệt-ẩm biến thiên theo hệ số rỗng e



(a) (b)

Hình 4. Phân bố theo chiều dày của ứng suất pháp $\bar{\sigma}_{xx}$ và ứng suất cắt ngang không thứ nguyên $\bar{\sigma}_{xz}$ trong tấm FGMPo-1 với các loại tải trọng khác nhau

phân bố đều: q_0=100, t_1 =0, t_2 = t_3 = 10, c_1 =0, c_2 = c_3 = 100) và nền đàn hồi có tham số (K_0=0, J_0=0). Có thể thấy rằng tải trọng cơ-nhiệt-ẩm ảnh hưởng nhiều hơn đến ứng suất pháp không thứ nguyên so với ứng suất cắt ngang không thứ nguyên. Trong trường hợp cụ thể này, tại mặt dưới (kim loại thuần nhất), khi có mặt của tải trọng nhiệt hay ẩm, đều làm cho giá trị của ứng suất pháp tăng thêm. Trong khi đó tại bề mặt trên (giàu gốm), ảnh hưởng của tải cơ-nhiệt-ẩm không tuân theo một quy luật nhất định.

5. Kết luận

Bài báo đã sử dụng lý thuyết biến dạng cắt bậc ba của Reddy để phân tích ảnh hưởng của tải trọng cơ học, nhiệt độ, độ ẩm đến ứng xử tĩnh của tấm FGM có vi bọt rỗng. Có thể thấy rằng tải trọng nhiệt độ, độ ẩm có ảnh hưởng đáng kể đến độ võng, và sự phân bố ứng suất theo chiều dày tấm. Sự có mặt của vi bọt rỗng làm giảm đáng kể độ cứng của tấm, làm cho độ võng tăng. Tấm FGM có vi bọt rỗng phân bố đều có độ cứng bé hơn tấm có vi bọt rỗng phân bố không đều./.

Tài liệu tham khảo

1. *Saleh, B., et al., 30 Years of functionally graded materials: An overview of manufacturing methods, Applications and Future Challenges. 2020. 201: p. 108376.*
2. *Reddy, J.J.I.J.f.n.m.i.e., Analysis of functionally graded plates. 2000. 47(1-3): p. 663-684.*
3. *Talha, M. and B.J.A.m.m. Singh, Static response and free vibration analysis of FGM plates using higher order shear deformation theory. 2010. 34(12): p. 3991-4011.*
4. *Swaminathan, K., et al., Stress, vibration and buckling analyses of FGM plates—A state-of-the-art review. 2015. 120: p. 10-31.*
5. *Phuong, N.T.B., et al., Bending analysis of functionally graded beam with porosities resting on elastic foundation based on neutral surface position. Journal of Science and Technology in Civil Engineering (STCE)-HUCE, 2019. 13(1): p. 33-45.*
6. *Merdaci, S. and H. Belghoul, High-order shear theory for static analysis of functionally graded plates with porosities. Comptes Rendus Mécanique, 2019. 347(3): p. 207-217.*
7. *Rezaei, A., et al., Natural frequencies of functionally graded plates with porosities via a simple four variable plate theory: an analytical approach. Thin-Walled Structures, 2017. 120: p. 366-377.*
8. *Zidi, M., et al., Bending analysis of FGM plates under hygro-thermo-mechanical loading using a four variable refined plate theory. 2014. 34: p. 24-34.*
9. *Boukhelf, F., et al., Hygro-thermo-mechanical bending analysis of FGM plates using a new HSDT. 2018. 21(1): p. 75-97.*
10. *Reddy, J., Theory and analysis of laminated composite plates, in Mechanics of Composite Materials and Structures. 1999, Springer. p. 1-79.*
11. *Bathini, S. and K.J.J.o.C.A.M. Vijaya Kumar Reddy, Flexural behavior of porous functionally graded plates using a novel higher order theory. 2020. 51(2): p. 361-373.*
12. *Zenkour, A.M.J.A.M.M., Generalized shear deformation theory for bending analysis of functionally graded plates. 2006. 30(1): p. 67-84.*
13. *Sayyad, A.S. and Y.M.J.J.o.T.S. Ghugal, Effects of nonlinear hygrothermomechanical loading on bending of FGM rectangular plates resting on two-parameter elastic foundation using four-unknown plate theory. 2019. 42(2): p. 213-232.*
14. *Bouderba, B., et al., Thermomechanical bending response of FGM thick plates resting on Winkler-Pasternak elastic foundations. 2013. 14(1): p. 85-104.*
15. *Reddy, J.N., Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis. 2003: CRC press.*
16. *Zidi, M., et al., Bending analysis of FGM plates under hygro-thermo-mechanical loading using a four variable refined plate theory. Aerospace Science and Technology, 2014. 34: p. 24-34.*