

TIẾP CẬN BÀI TOÁN TỐI ƯU HÓA NỀN MÓNG

DƯƠNG HỒNG THẨM

Trường Đại học Mở Thành phố Hồ Chí Minh - tham.dh@ou.edu.vn

(Ngày nhận: 9/9/2016; Ngày nhận lại: 19/10/16; Ngày duyệt đăng: 14/11/2016)

TÓM TẮT

Nền móng cần được thiết kế bền vững và cứng. Nhiều vấn đề không chắc chắn đi kèm càng tăng khi bài toán càng phức tạp dẫn đến lãng phí như: quan niệm, an toàn quá mức, áp dụng tiêu chuẩn, xử lý lựa chọn dữ liệu, áp giá... Đặt ra bài toán tối ưu hóa nền móng là cần thiết. Ở đây, tối ưu theo tiêu chí kỹ thuật an toàn, kiên cố mà chi phí thỏa đáng, tức là bài toán kinh tế kỹ thuật điều hòa hài hòa trong mức quy định. Có nhiều cấp độ tối ưu cao hơn tối ưu này, nhưng đâu là thiết kế thuyết phục nhất trong lĩnh vực kỹ thuật?

Bài báo này đề nghị một cách tiếp cận bài toán tối ưu hóa Nền Móng theo hai giai đoạn. Hệ số an toàn được giả sử là tích của các hệ số an toàn riêng phần, gồm một hệ số an toàn riêng phần cho Khả năng chịu tải (KNCT) của nền đất, và một của độ bền vật liệu Móng. Đạo hàm riêng phần được dùng để thu được giá trị biến mà đóng góp vào KNCT giới hạn, giai đoạn này gọi là điều kiện cần của bài toán tối ưu hóa.

Điều kiện đủ cho một giải pháp tối ưu là tìm kiếm giá thành thấp nhất của hệ thống móng có kể đến đất đắp và giá xây lắp... Giai đoạn tính toán này sử dụng một cách phù hợp một trong số khá nhiều giải thuật khác nhau như Giải thuật Gen (AG), giải thuật tiến hóa khác biệt (DE)...

Từ khóa: Hệ số an toàn; Hệ số an toàn riêng phần; Hệ số biến thiên; Hàm phạt.

An approach for foundation optimization

ABSTRACT

This article suggests an approach for foundation optimization. Safety Factor is assumed to be a product of partial safety coefficients, including one for soil bearing capacity and one for footing strength. Analytic partial derivatives are used for obtaining values of variables that result in dependent variable q_{ult} (i.e bearing capacity of foundation). This is called requirement condition for the problem.

Sufficient Condition for an optimized solution is how to find out the lowest cost of footing system withstanding backfill and cost of construction etc. This phase is to apply suitably some algorithm like AG, differential evolution DE....

Keywords: Safety Factor; partial safety coefficient; coefficient of variation; error function.

1. Đặt vấn đề

Bài toán móng tựa trên nền đất yếu chứa đựng nhiều vấn đề phức tạp, trong đó khả năng chịu tải và biến dạng là hai phạm vi kiểm tra. Thông thường chúng ta tìm kiếm giải pháp Nền móng nào mà có độ cứng cao nhất, vật liệu ít nhất, dễ thi công (cũng là thời gian thi công nhanh nhất, ca máy thấp nhất) và chi phí giá thành là thấp nhất.

Các kiểu tối ưu hóa:

Tối ưu khi xem làm việc trong khoảng giữa miền đàn hồi R_{tc} với q_u

Tối ưu khi tính theo lý thuyết cận trên và dưới (theory of bound)

Tối ưu khi khảo sát độ nhạy và tối thiểu hóa trọng lượng theo biến nhạy

Tối ưu khi tối thiểu hóa độ tin cậy (RBO)

Tối ưu hóa hệ số an toàn (đạo hàm riêng)

Tối ưu hóa đa mục tiêu (Multi-purpose Optimization)

Phải chăng, chúng ta đi theo đường lối bài bản “đã học”: duyệt trạng thái giới hạn 1 xong qua trạng thái giới hạn 2, xong qua thiết kế kết cấu móng? Hoặc cao hơn nữa, chúng ta khảo sát độ nhạy để tìm ra biến nào ảnh hưởng nhiều nhất đến kết quả đầu ra, rồi ta nghiêm cần áp dụng các kỹ thuật hiện trường để hòng tìm kiếm sự sát hợp nhất?

Chúng ta tìm kiếm độ tin cậy, xác suất phá hoại của một móng khi 5, 7 thậm chí nhiều hơn biến có trị trung bình và độ lệch chuẩn khác nhau, để độ tin cậy lượng hóa tính phân tán, từ đó rút ra bản thiết kế tin cậy, hệ số an toàn cao mà xác suất phá hoại rất thấp?

Giải pháp bài bản thuyết phục và có tính khoa học là dựa trên độ tin cậy và tối ưu hóa đa mục tiêu.

Các mục tiêu đối tượng mà Hệ móng-nền phải chịu thường là:

Cường độ thỏa mãn

Biên dạng thỏa đáng

Mật độ trong hạn mức chấp nhận được

Khai thác khả năng chịu tải (KNCT) tối đa trong một chi phí tối thiểu

Theo ý kiến của cá nhân người viết bài, tối ưu hóa trong ý nghĩa nào đó là:

a) Gia tăng mức độ hợp lý lên đến mức tối đa (theo đó Hướng tiếp cận nên chăng đi theo chiều hướng KNCT tối đa; có thể hiểu là diện tích móng tối thiểu mà vẫn bảo đảm điều kiện cường độ và biên dạng). Nhất là trong điều kiện có xét đến sự phân tán của số liệu và không chắc chắn;

b) Giá thành nhỏ nhất

Vấn đề nữa, đó là mức độ an toàn. Thường được đánh giá qua hệ số an toàn (HSAT), thiết nghĩ an toàn về Nền, về Móng và về Tải trọng tính toán. Sử dụng ý tưởng mức độ cố kết chung từ lý thuyết tích xác suất kiểu Barron (1948) cho bài toán cố kết hai chiều, tạm bỏ qua tải trọng vì cho rằng kiểm soát được_ ta có thể viết

HSAT chung = HSAT đất x HSAT Móng.

$$SF = \gamma_s \gamma_f \quad (1)$$

Có thể hiểu các trọng số γ trong công thức trên giống như hệ số an toàn từng phần.

2. Cơ sở bài toán tối ưu

2.1. Tối ưu hóa là tìm kiếm tham số sao cho Hệ số an toàn là cao nhất

Để tối ưu hóa, theo cách hiểu thông thường là ta lấy đạo hàm và cho triệt tiêu đạo hàm; đa biến thì lấy riêng phần và dùng giải thuật Bình phương cực tiểu để sai biệt là nhỏ nhất. Hệ số an toàn riêng phần cho vật liệu nền (đất) sẽ là Hệ số chỉnh lý được xác định

như sau

$$\gamma_s = \frac{1}{1 - t_a \cdot \text{cov}(x_i)} \quad (1a)$$

trong đó t_a là giá trị ứng với $a = 0,95$ ở bậc tự do thứ $n-1$; $\text{cov}(x_i)$ là hệ số biến thiên của biến x_i của đất; n là số lần thí nghiệm cơ đất của biến x_i của đất. Hệ số này xét sự không chắc chắn về tính chất cơ lý.

Hệ số an toàn của móng được xét một cách tổng quát qua trọng số γ_f được tính như sau:

$$\gamma_f = \frac{Q_{\text{móng,gh}}}{Q_{\text{móng}}} \quad (1b)$$

Trong đó $Q_{\text{móng}}$ là KNCT của Kết cấu móng, đáng lẽ phụ thuộc 1) vào Vật liệu (cường độ từ Bê tông và tiết diện) và 2) vào đất nền). Ta mặc nhiên thừa nhận KNCT theo vật liệu là tất định, biến số là góc ma sát trong và lực dính cũng như γ là ba biến đất nền gom vào trong các công thức N_c, N_g, N_q .

Bài báo này chỉ căn cứ KNCT của nền đất tính theo các văn liệu được thừa nhận trên thế giới mà không dùng R_{tc} vì R_{tc} không phải KNCT của nền mà đó chỉ là trị số tiêu chuẩn về ổn định (vùng biên dạng dẻo phát triển đến chiều sâu $z_{\text{max}} = B/4$ ở hai bên mép móng).

Như vậy, hệ số an toàn cao nhất, được cực đại hóa, khi đồng thời cả hai HSAT đất nền và Móng đều lớn. Đây là ý tưởng chủ đạo của bài báo này.

Xác định Hệ số an toàn của đất phụ thuộc vào hàm phân phối và hàm Khả năng chịu tải như sau:

Tải trọng Max < KNCT Min

$P_{ML} < \text{KNCT đất nền Min}$

Phương pháp xác định cực trị hàm hợp và hàm nhiều biến với những xem xét sau:

KNCT của nền tính theo Lý thuyết độ tin cậy, do nền có nhiều biến ngẫu nhiên về Địa chất phân tán.

Dạng Căn bậc hai của tổng bình phương đạo hàm riêng các độ lệch chuẩn

$$\sigma_R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial \mu} \times \sigma_\mu\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial c} \times \sigma_c\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial B} \times \sigma_B\right)^2} \quad (2)$$

Theo dạng khai triển chuỗi Taylor được nêu bởi Lorenzo (2010)

$$\sigma_R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial \mu} \times \sigma_\mu\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial c} \times \sigma_c\right)^2 - 2\left(\frac{\partial R}{\partial B} \times \sigma_\mu\right)\left(\frac{\partial R}{\partial B} \times \sigma_c\right) \times HStuongquan} \quad (3)$$

Hệ số tương quan giữa $\mu = \tan\varphi$ (tức hệ số ma sát trượt giữa các hạt đất) với C (tức Lực dính) được khảo sát thực tế, dễ dàng bằng dữ liệu số lượng lớn (số mẫu >30).

Tải trọng cũng có hệ số biến động. Và chấp nhận luật Căn bậc hai của tổng Bình phương SRSS để tính toán trị số Tải chân cột (Nội lực từ sơ đồ giải khung) chắc là xảy ra nhiều nhất. Nói rõ hơn, cụ thể hơn, độ lệch chuẩn cũng được vận dụng vào sử dụng mang tính “thừa kế” luật này, tức

$$\sigma_P = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\sigma_{Pi})^2}$$

Mặc dù kiểu lấy trị số bình quân kiểu này có vẻ cường bách, nhưng đây là luật (rule)

dùng trong phân tích đa chiều (Lorenzo et al., 2013).

Theo cách tính này, trị trung bình và độ lệch chuẩn sẽ dùng để tính Hệ số biến thiên COV, cho cả Nhân (Tải) và Quả (KNCT)

Có hệ số biến thiên của Tải và KNCT, Hệ số an toàn trong biểu thức (1) được lấy cực đại bằng tích các cực đại; nghĩa là đi lấy cực trị (Cực tiểu) của KNCT và cực trị (Cực đại) của Tải (Các quá trình cực trị Đại hay Tiểu đều xoay quanh Độ lệch chuẩn σ và Trị trung bình. Nếu có thể bài toán được phát triển với 3 biến C , φ và γ .

Một vấn đề nữa là khi tính toán tối ưu Hệ số an toàn, ta cần định nghĩa một Hàm Phạt, Error Function. Theo Wikipedia:

The error function is related to the cumulative distribution Φ , the integral of the [standard normal distribution](#), by^[2]

$$\Phi(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf}(x/\sqrt{2}) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(-x/\sqrt{2}).$$

The error function, evaluated at $\frac{x}{\sigma\sqrt{2}}$ for positive x values, gives the probability that a measurement, under the influence of normally

distributed errors with [standard deviation](#) σ , has a distance less than x from the mean value.^[8] This function is used in statistics to predict behavior of any sample with respect to the population mean. This usage is similar to the [Q-function](#), which in fact can be written in terms of the error function.

Để an toàn, hệ số an toàn (HSAT) phải lớn hơn 1, vậy ta định nghĩa biến thành tựu (performance variable) là $F_s - 1 = x_i$

Theo định nghĩa hàm phạt, nếu x_i phân phối bình thường tiêu chuẩn, biểu thức tiêu chuẩn của hàm phạt mà bài toán cần thỏa là

$$\Phi(x_i) = 0.5 + \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{x_i}{\sqrt{2}}\right) = 0.5 + \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{F_s - 1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{[\operatorname{cov}(P)]^2 + F_s^2 \cdot [\operatorname{cov}(R)]^2}}\right) \quad (4)$$

Được tính tại giá trị x (thay vì $x/\sigma\sqrt{2} = x_i$ áp dụng phép đổi biến, σ là độ lệch chuẩn như định nghĩa toán học ở đoạn trên từ Wiki).

Như vậy, có thể đúc kết: Điều kiện cần cho một thiết kế tối ưu là biến đổi, lựa chọn (thiết kế dựa trên độ tin cậy) sao cho Hệ số an toàn thiết kế tính bằng công thức (1) phải bằng với HSAT rút ra từ hàm phạt (4) chỉ đạt một trị số cho trước, gọi là mức phạt về an toàn, hay “safety level” (Quevedo, 2002).

2.2. Tối ưu hóa đồng thời là Giá thành là thấp nhất

Giá thành là vấn đề phức tạp, chịu nhiều biến và tham số cứng (tất định và kỹ thuật, đều là đại lượng ngẫu nhiên) và mềm (xã hội). Chỉ nêu về kỹ thuật và quản lý xây dựng, giá thành của móng $C_{total} = C_{VL} + C_{coffa} + C_{lót} + C_{đáp\ lại}$ có thể kể thêm nhiều danh mục khác nữa (hạch toán vào chi phí). Các nội dung cần thu thập trong Bảng 1:

Bảng 1

Những biến thiết kế và hằng số được dùng vào việc Tối ưu Hóa

Kích thước cột	Cột bìa Cột trong thứ xx Cột trong thứ xxx ... Nhịp khoảng cách tim – tim giữa các cột
Tải trọng chân cột	Cột bìa - Do tĩnh tải (DL): - Do Hoạt tải (LL): Cột trong thứ xx - Do tĩnh tải (DL): - Do Hoạt tải (LL): Cột trong thứ xxx - Do tĩnh tải (DL): - Do Hoạt tải (LL):
Fc' Fy Chiều cao sơ bộ dầm	Cường độ chịu nén lăng trụ f'c: Cường độ giới hạn chảy fy : (một con số nào đó) ho =
Chiều sâu chôn móng	(có thể được tính từ công thức hoặc giả định)
Hoạt tải mặt đất	Thường là 400 daN/m ²
Trọng lượng thể tích bình quân của đất và BT	20-22 kN/m ³

Biến và tham số thiết kế gồm:
Tải cột tĩnh móng,
Cường độ Vật liệu (BT và Thép),
Kích thước: Chiều rộng móng và chiều dài (gom về 1 biến và sử dụng hệ số tỷ lệ)
Trọng lượng thể tích vật liệu móng.

Tổng quát, bất cứ biến/tham số ngẫu nhiên Xi nào cũng phải có giá trị biên dưới (LB) và biên trên (UB) thỏa đồng thời
 $X_{i, LB} \leq X_i$ và $X_i \leq X_{i, UB}$
Các điều kiện vướng ràng buộc (Constraints)

$$s.t \left\{ \begin{array}{l} \text{RàngbuocbentrongSBVL : CatXuyenth ung, Catdon, MuiMin, MuiMax...} \\ \text{Ràngbuocbenngoài(CauHinhCautao)} \\ \text{RàngbuocveLuongthepmoiM 3betong} \\ \text{RàngbuocveTongchiph PhanMong} \end{array} \right.$$

Về ràng buộc bên trong (Implicit constraints, các nội dung Kiểm tra cường độ và quy định)

$$\tau_{xt} < 0.75R_{bt}$$

$$\tau_{Max} < 0.5R_{bt}$$

$$0.5\% \leq \mu = \frac{A_s}{bh_o} \leq \mu_{max}$$

Về ràng buộc bên ngoài (Explicit constraints, các nội dung về cấu tạo theo quy định)

$$L > B; L = 1,2B; D_f \geq B;$$

$$S \leq [S_{gh} = B/20]$$

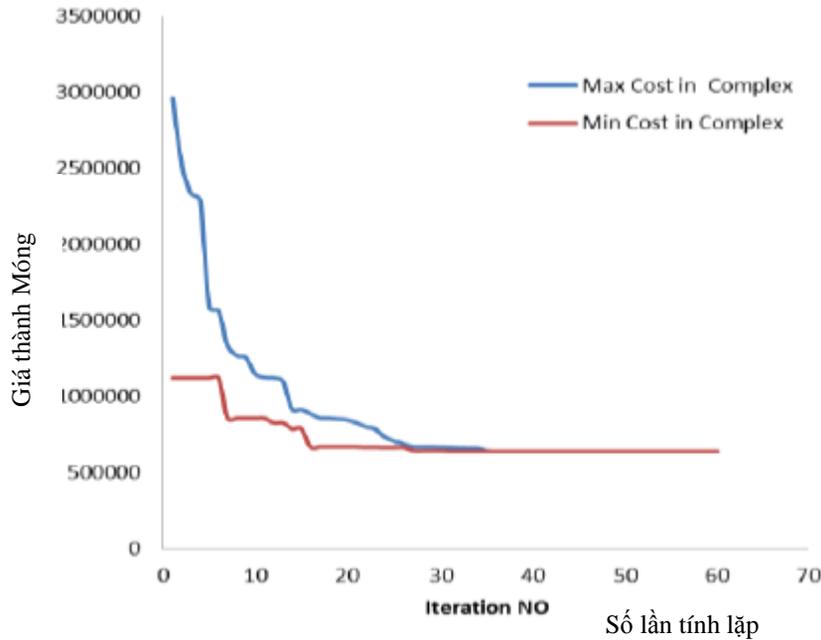
Về ràng buộc theo định mức Vật liệu (tính trên mỗi mét khối Bê tông)

$$A_s \leq 100 \text{ kG}$$

Về ràng buộc Tổng chi phí phần móng (tính gộp móng giằng, đắp đất, san nền...)

$$C_{total} \leq 30\% \text{ (Giá thành đầu tư phần CT chính)}$$

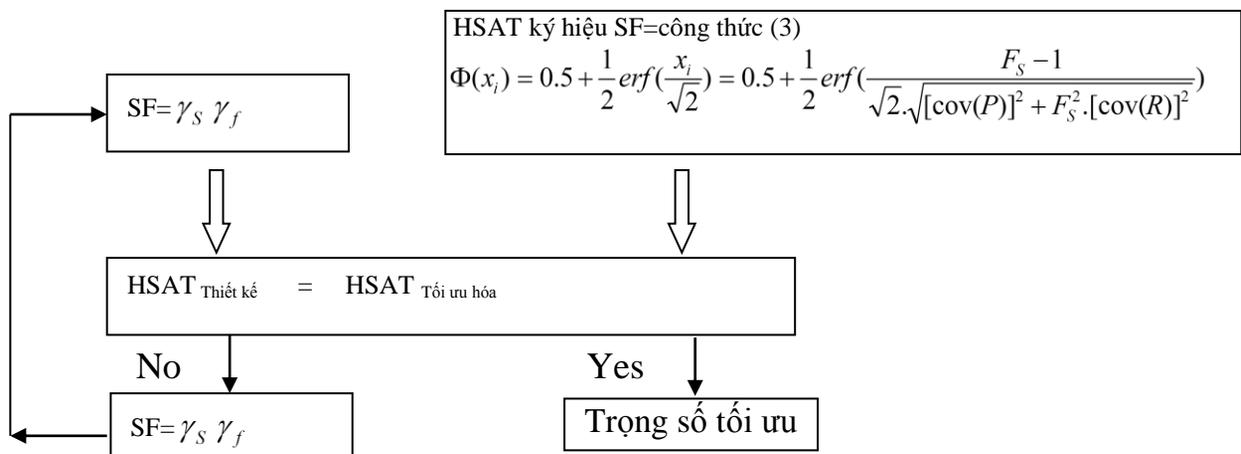
Như vậy, trong thí dụ trên đây, chúng ta có 9 ràng buộc. Kết quả là biểu đồ sau:



Hình 1. Giá thành tối thiểu (lấy ví dụ theo Belegundu và Chaadrapatla, 2012)

Ở VN, các bài toán tối ưu kết cấu theo các ràng buộc được phát triển bởi Trung, N.T (2006); Huỳnh Thanh Phương (2013) và nhiều tác giả khác. Hiện các mã nguồn source code đã được phát triển bởi nhiều tác giả trong và

ngoài nước. Bài báo này không có ý định nghiên cứu giải thuật Tối ưu hóa này nữa, xem như vấn đề giá thành nhỏ nhất có thể và đã được giải quyết; nói cách khác, khi tính đến tối ưu hóa giá thành thì đã có giải thuật rồi.



Hình 2. Lưu đồ bài toán tối ưu hệ số an toàn từ các trọng số

Một điều kiện Cần là Tối ưu hóa Hệ số An toàn, và Điều kiện đủ là Giá thành Tối thiểu. Như vậy, xem như Tối ưu hóa đa mục tiêu này được kỳ vọng tiến thêm một bước đến bài toán tối ưu. Bài toán tối ưu như vậy đã tiếp cận bằng hai hướng, tích hợp lý thuyết xác suất trên các đại lượng ngẫu nhiên, tối ưu hóa kiểu giải tích và tối ưu giá thành dùng đa dạng các giải thuật Di truyền GA, tiến hóa khác biệt DE, NSGA-II....

3. Thiết lập bài toán – Kết quả

3.1. Đạo hàm riêng phần trên các biến của KNCT Nền

Đạo hàm riêng phần theo $\tan\varphi$

Sử dụng các kỹ thuật lấy đạo hàm riêng phần và đạo hàm hàm ẩn, hàm hợp, áp đặt vào công thức KNCT của Nền (dùng tạm công thức của Terzaghi không xét các hệ số, xem như bằng 1 tất cả)

$$q_{gh} = \frac{1}{2}\gamma_1 B_m \cdot N_\gamma + \gamma_2 D_f \cdot N_q + c \cdot N_c$$

$$\frac{\partial q_{gh}}{\partial(\tan\varphi)} = c \cdot \frac{\partial N_c}{\partial(\tan\varphi)} + \frac{1}{2}\gamma_1 B_m \cdot \frac{\partial N_\gamma}{\partial(\tan\varphi)} + \gamma_2 D_f \cdot \frac{\partial N_q}{\partial(\tan\varphi)}$$

Các thừa số KNCT đều là hàm của góc ma sát trong, vì vậy, các đạo hàm chúng đều dễ dàng thực hiện.

Đạo hàm riêng phần theo c

$$\frac{\partial q_{gh}}{\partial c} = N_c = 5,14$$

Đạo hàm riêng phần theo trọng lượng thể tích γ

$$\frac{\partial q_{gh}}{\partial \gamma} = \frac{1}{2} B_m \cdot N_\gamma + D_f \cdot N_q$$

Lần lượt cho triệt tiêu các đạo hàm riêng phần này, ta có hai phương trình sau:

- Cực trị theo ma sát

$$\frac{\partial q_{gh}}{\partial(\tan\varphi)} = c \cdot \frac{\partial N_c}{\partial(\tan\varphi)} + \frac{1}{2}\gamma_1 B_m \cdot \frac{\partial N_\gamma}{\partial(\tan\varphi)} + \gamma_2 D_f \cdot \frac{\partial N_q}{\partial(\tan\varphi)} = 0 \quad (7)$$

- Cực trị theo dung trọng

$$\frac{\partial q_{gh}}{\partial \gamma} = \frac{1}{2} B_m \cdot N_\gamma + D_f \cdot N_q = 0 \quad (8)$$

Không thể triệt tiêu đạo hàm riêng phần theo lực dính vì vi phân riêng phần khác 0. (9)

3.2. Tính các thông số lượng hóa sự biến động ngẫu nhiên

Theo định nghĩa các Hệ số biến thiên, ta tính được độ lệch chuẩn σ

Hệ số biến thiên của các thông số độ bền (đúc kết Văn liệu thì số này =5-7% theo Lorenzo, 2013)

$$\text{Hệ số ma sát nội } Cov(\tan\varphi) = \frac{\sigma_{\tan\varphi}}{\tan\varphi} \quad (10a)$$

Lực dính $Cov(C) = \frac{\sigma_C}{C}$ có thể biến thiên đến 15% (10b)

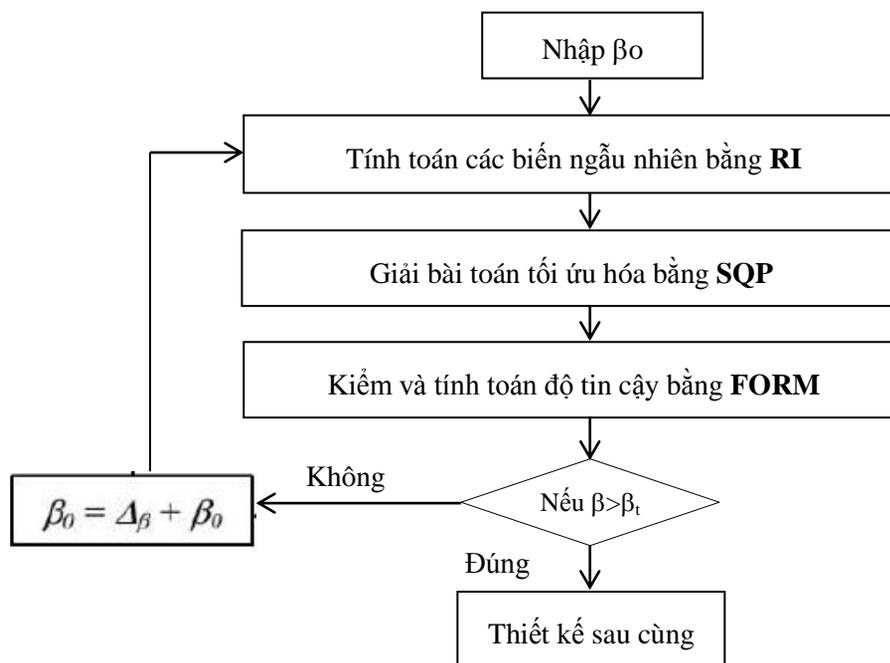
Hệ số biến thiên của các thông số dung trọng của nền $Cov(\gamma) = \frac{\sigma_\gamma}{\gamma} \approx 5-10\%$ (10c)

Biến bề rộng móng tất định, ít thay đổi. Ta xem như cố định. Áp dụng công thức (3) ta tính được độ lệch chuẩn của KNCT của Nền, với các độ lệch tiêu chuẩn rút ra từ các số liệu thực tế, các COV (hệ số ma sát trong, lực dính, và dung trọng) đều xác định được.

Có độ lệch chuẩn của KNCT thì ta tính được Hệ số an toàn F_s từ việc tính ngược hàm phạt Φ . Một lưu ý là COV của tải P là tỷ số giữa độ lệch tiêu chuẩn của tải với trị trung bình.

Khi có HSAT thiết kế = Hệ số An toàn tính ngược từ hàm phạt Φ tính từ công thức (3) ta thu được lời giải tối ưu theo Điều kiện Cần.

Bài toán tối ưu giá thành cực tiêu theo 9 điều kiện ràng buộc là một công đoạn kế tiếp, hoàn toàn khả thi không nêu ra trong bài báo này. Giải thuật khái quát của tiến trình tối ưu hóa độ tin cậy như sau (Trung, N.T., 2013):



Hình 3. Giải thuật Tối Ưu Hóa trên nền độ tin cậy (Trung N.T, 2014)

Trong sơ đồ giải thuật trên, RI là chỉ số độ tin cậy; SQP là lập trình bậc 2 tuần tự (Sequential quadratic Programming); FORM là phương pháp tính chỉ số độ tin cậy cấp I (First Order Reliability Method).

4. Thảo luận

Phương thức tiếp cận Bài toán tối ưu theo kiểu hai chặng này có mấy điểm như sau:

Sử dụng giải tích kết hợp với thống kê toán học.

Đạo hàm riêng phần trên các biến như Hệ số ma sát trượt, lực dính, dung trọng là hoàn toàn có thể làm được, thậm chí sử dụng phần mềm lập sẵn.

Cho triệt tiêu các đạo hàm riêng phần theo biến nào nhằm tìm trị số biến đó, mà tại trị số đó thì thừa số KNCT đạt cực đại.

Sử dụng chuỗi Taylor trên các biến ngẫu nhiên. Luật bình quân xác suất theo kiểu căn bậc hai tổng các bình phương.

Các hệ số an toàn riêng phần gồm Tải, Đất và của Móng, tuy nhiên, trong bài báo này, hệ số an toàn riêng phần của móng lại được đặt bên giai đoạn thứ hai dưới dạng ràng buộc. Có thể nghĩ đến tích thêm các hệ số an

toàn khác của Biện pháp thi công.

Có thể tiến hành đạo hàm riêng phần trên nhiều biến nữa, giải pháp là tương tự và dĩ nhiên, số phương trình là nhiều hơn để giải các biến nhiều hơn. Nếu có phân tích độ nhạy, có thể giảm thiểu số biến của hàm.

Không xét cực trị địa phương, nghĩa là giả thiết đạo hàm riêng triệt tiêu là có cực trị toàn cục.

5. Kết luận

Tiếp cận bài toán Tối ưu hóa như bài báo này với Giai đoạn đầu là một thể thức tích hợp công cụ giải tích với thống kê để tìm ra điều kiện Cần. Tối ưu hóa giai đoạn sau để tìm điều kiện Đủ chỉ xem xét các yếu tố nội tại và bên ngoài, nhưng thể hiện chưa rõ bài toán cường độ KNCT. Lợi ích của Nghiên cứu này phát huy các Hệ số an toàn riêng phần dưới dạng tích xác suất, thể hiện qua công thức HSAT là tích của các hệ số an toàn riêng phần. Tối ưu hóa nền trước, tức khai thác hệ số an toàn tối ưu từ điều kiện cân bằng với Hệ số rút ra từ hàm phạt hoàn toàn có thể. Bước kế tiếp là Tính giá thành và Cực tiểu hóa giá thành là bài toán thông thường hoàn toàn có thể giải quyết. ■

Tài liệu tham khảo

- Belegundu A.D. và T.R. Chandrupatla (1999). *Optimization Concepts and Applications in Engineering*. MIT Open Courseware, Upper Saddle River, New Jersey.
- Lorenzo R., Zubeldia E.H., Cunha R.P. (2013) *Safety theory in geotechnical design of pile raft*,
Proceedings of the 18th Intl Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Paris 2013.
- Muhammad Rizwan, Bashir Alam, Faisal Ur Rehman, Noreema Masud, Khan Shahzada and
Tabinda Masud,(2012). Cost Optimization of Combined Footings Using Modified Complex Method of Box.
International Journal of Advanced Structures and Geotechnical Engrineering., ASCE, 1(1), 24-28.
- Trung, N.T, Vĩnh H.H và các cộng sự (2014). *Phân tích độ tin cậy: Tổng quan, thách thức Triển vọng*. Kỷ yếu Hội Thảo Khoa học Khoa Xây Dựng và Điện năm 2014.