

ĐỊNH HƯỚNG DẠY HỌC NHẪM KHAI THÁC MỘT ĐẶC TRƯNG VỀ THÀNH TỐ CỦA NĂNG LỰC MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC

Hoa Ánh Tường

Khoa Toán - Ứng dụng, Trường Đại học Sài Gòn

Tóm tắt. Chương trình giáo dục phổ thông mới ở Việt Nam được công bố năm 2018 đã đề cập năng lực mô hình hóa là một trong năm năng lực Toán học cốt lõi. Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình là một nội dung khó đối với học sinh trung học cơ sở. Chúng tôi sử dụng phương pháp nghiên cứu trường hợp và tiến hành thực nghiệm trên các em học sinh lớp 8 và lớp 9. Mục đích nghiên cứu của bài báo chỉ ra mối liên hệ giữa phát triển năng lực mô hình hóa toán học (bước 1 của quy trình mô hình hóa) cho học sinh và phát huy khả năng giao tiếp ở học sinh thông qua khai thác một đặc trưng về thành tố của năng lực mô hình hóa toán học. Cuối bài viết, chúng tôi minh họa mối liên hệ này thành sơ đồ 1 giúp giáo viên nâng cao nghiệp vụ sư phạm trong việc giúp học sinh vượt qua khó khăn là thiết lập được phương trình hoặc hệ phương trình khi giải các bài toán thực tế.

Từ khóa: năng lực mô hình hóa toán học, giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình, đặc trưng về thành tố của năng lực mô hình hóa toán học.

1. Mở đầu

Mô hình hóa (MHH) trong dạy học Toán đang được nhiều nhà khoa học giáo dục quan tâm nghiên cứu [1-3], [5-13]. Việc dạy học toán tách rời khỏi ứng dụng của nó trong thực tiễn chỉ mang lại cho học sinh (HS) những kiến thức hình thức, không giúp họ phát triển các năng lực cần thiết để giải quyết các vấn đề nảy sinh từ cuộc sống hàng ngày.

Để giải tốt dạng toán giải bài toán bằng cách lập phương trình (PT) hoặc hệ PT thì HS cần toán học hóa các yếu tố thực tế trong bài thông qua mối liên hệ giữa các đại lượng. Trong [2], chúng tôi đã chỉ ra HS gặp khó khăn trong việc khai thác, sắp xếp thông tin đã cho một như thế nào.

Trong bài báo này, tác giả chỉ ra được tương ứng giữa các bước giải bài toán bằng cách lập PT (hoặc hệ PT) với thể hiện năng lực MHH toán học của HS. Việc chỉ ra mối liên hệ này góp phần phát huy khả năng thực hiện bước 1 của quy trình MHH toán học ở HS và hỗ trợ GV cách triển khai giúp HS giải quyết khó khăn nói trên trong dạy học chủ đề giải bài toán bằng cách lập PT hoặc hệ PT.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Khái niệm mô hình hóa toán học và năng lực mô hình hóa toán học

Từ việc nghiên cứu [3] và [4], chúng tôi đồng quan điểm: “Mô hình hóa toán học là quá trình giải quyết những vấn đề thực tế bằng các công cụ toán học” [3]. “Năng lực MHH toán học thể hiện qua việc sử dụng được các mô hình toán học (gồm công thức toán học, sơ đồ, bảng biểu,

hình vẽ, phương trình, hình biểu diễn,...) để mô tả tình huống xuất hiện trong một số bài toán thực tiễn không quá phức tạp” [4].

2.2. Thành tố của năng lực mô hình hóa toán học

Theo Kaiser, G., and Maass, K. (2007) đề cập năng lực MHH toán học được đặc trưng bởi một số thành tố sau [5]:

- Khả năng giải quyết một phần vấn đề thực tế thông qua việc sử dụng công cụ toán học (MHH).
- Khả năng phản ánh về quá trình mô hình hóa toán học bằng kích hoạt các kiến thức tổng hợp về các quá trình mô hình hóa toán học.
- Thấu hiểu được sự kết nối của toán học và thực tế.
- Nhận thức được toán học là một quá trình chứ không chỉ là một sản phẩm.
- Nhìn thấy tính chủ quan của cá nhân trong hoạt động mô hình hóa toán học, sự phụ thuộc của quá trình mô hình hóa toán học vào mục đích và năng lực của cá nhân.
- Khả năng làm việc và giao tiếp các ý tưởng toán học khi tiến hành quá trình mô hình hóa toán học.

Chúng tôi quan tâm đặc trưng “Khả năng làm việc và giao tiếp các ý tưởng toán học khi tiến hành quá trình mô hình hóa toán học” ngoài mục đích phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh đồng thời phát huy khả năng giao tiếp ở học sinh.

2.3. Các nghiên cứu có liên quan

Trong bài báo [6], Trần Dũng đề cập “Nhiều học sinh có thể giải các bài toán với các kỹ thuật phức tạp nhưng rất lúng túng khi đứng trước một vấn đề thực tế cần áp dụng toán học vào để giải quyết. MHH toán học góp phần đáp ứng những yêu cầu này”.

Trong bài báo [7], các tác giả đề cập đến một số khái niệm liên quan như mô hình, mô hình thao tác động. Ngoài ra còn đề cập đến quy trình MHH toán học, mô hình động và việc dạy học toán.

Trong bài báo [8], các tác giả vận dụng quy trình MHH toán học vào dạy Toán Tiểu học qua ví dụ minh họa Diện tích hình tam giác.

Trong nghiên cứu [9], Lê Thị Hoài Châu tổng hợp các công trình đã có ở Việt nam và nước ngoài về MHH và tiến hành nghiên cứu thực trạng MHH trong phạm vi khái niệm đạo hàm ở lớp 11. Những kết quả nghiên cứu trong [9] cho thấy thực trạng dạy khái niệm Đạo hàm trong đó nghĩa của khái niệm này đã không được xây dựng đầy đủ trong chương trình Toán phổ thông mặc dù nó hiện diện ngầm ẩn trong Vật lý lớp 10, 11 và chỉ dừng lại ở việc xây dựng nghĩa vận tốc tức thời trong khi nghĩa tốc độ biến thiên của hàm số so với đối số không được đề cập đến.

Trong bài báo [10], Nguyễn Danh Nam đã khẳng định tính khả thi của việc tổ chức các hoạt động MHH trong quá trình dạy học nhằm bồi dưỡng cho học sinh năng lực sử dụng ngôn ngữ Toán học và năng lực giải quyết vấn đề.

Trong nghiên cứu [11], Nguyễn Thị Nga quan tâm đến vấn đề dạy học MHH giữa hai nước Pháp và Việt Nam thông qua việc xem xét, phân tích chương trình và sách giáo khoa của hai nước cũng như chỉ ra các đặc trưng của bài toán MHH, từ đó tác giả đề xuất việc xây dựng các tình huống dạy học các hàm số lượng giác bằng MHH các hiện tượng thực tế.

Trong bài báo [12], các tác giả đề cập “Thể chế dạy học hiện nay cho thấy mục tiêu chỉ tập trung vào việc cung cấp kiến thức chưa quan tâm đến ý nghĩa thực tiễn của khái niệm Logarit làm cho học sinh không thấy được những ứng dụng của khái niệm này. Để giúp học sinh tiếp cận các bài toán thực tiễn khi hình thành khái niệm Logarit, chúng tôi triển khai chiến lược dạy học khái niệm Logarit bằng MHH”.

Trong bài báo [13], các tác giả đề xuất các bước MHH trong dạy học giải toán bằng cách lập phương trình.

Từ việc trình bày trên, chúng tôi nhận thấy “các nghiên cứu trên chưa khai thác mối liên hệ phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh và phát huy khả năng giao tiếp ở học sinh”.

2.4. Triển khai vận dụng mô hình hóa toán học và năng lực mô hình hóa toán học

2.4.1. Vận dụng bước 1 của quy trình mô hình hóa toán học trong việc khai thác đặc trưng về thành tố năng lực mô hình hóa toán học

Trong bài báo [2], chúng tôi đã đề cập học sinh chủ yếu gặp khó khăn trong việc thiết lập phương trình, tức là bước 1 của quy trình mô hình hóa toán học. Để tiện theo dõi, chúng tôi nêu lại bước 1 trong bài báo [8] như sau: “Toán học hóa: Hiểu tình huống thực tiễn. Mô hình thực tiễn được toán học hóa, nghĩa là được thông dịch sang ngôn ngữ toán học để dẫn đến mô hình toán học của tình huống ban đầu. Mô tả và diễn đạt vấn đề bằng công cụ và ngôn ngữ toán học như hình vẽ, đồ thị, công thức toán học. Ứng với mỗi vấn đề đang xem xét, có thể có nhiều mô hình toán học khác nhau; quá trình đưa ra mô hình phụ thuộc vào việc chúng ta đánh giá yếu tố nào của hệ thống và mối liên hệ nào giữa chúng là quan trọng”.

Chúng tôi khai thác đặc trưng về thành tố “*Khả năng làm việc và giao tiếp các ý tưởng toán học* khi tiến hành quá trình mô hình hóa toán học” vào dạy học chủ đề “Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình” cụ thể như sau: “*Hiểu bài toán thực tiễn không quá phức tạp. Học sinh mô tả và diễn đạt được bài toán thực tiễn bằng mô hình toán học như bảng biểu diễn liên hệ các đại lượng, hình vẽ, phương trình, hình biểu diễn. Học sinh đánh giá được yếu tố nào và mối liên hệ nào giữa chúng là quan trọng để đưa ra mô hình phù hợp*”.

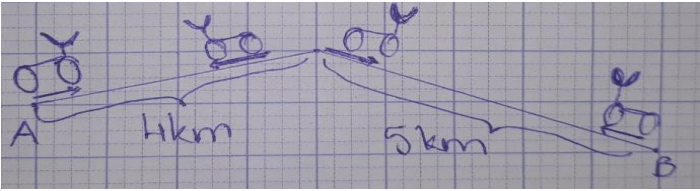
2.4.2. Ví dụ minh họa

Chúng tôi sử dụng phương pháp nghiên cứu trường hợp.

Chúng tôi tiến hành thực nghiệm trên 25 học sinh lớp 9 (ví dụ 1) và 32 học sinh lớp 8 (ví dụ 2) sau khi các em học sinh được học về giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình (lớp 9) và giải bài toán bằng cách lập phương trình (PT) (lớp 8) vào ngày 22 tháng 3 năm 2019 tại Trung tâm Newton (164, Trần Bình Trọng, phường 4, quận 5, Thành phố Hồ Chí Minh).

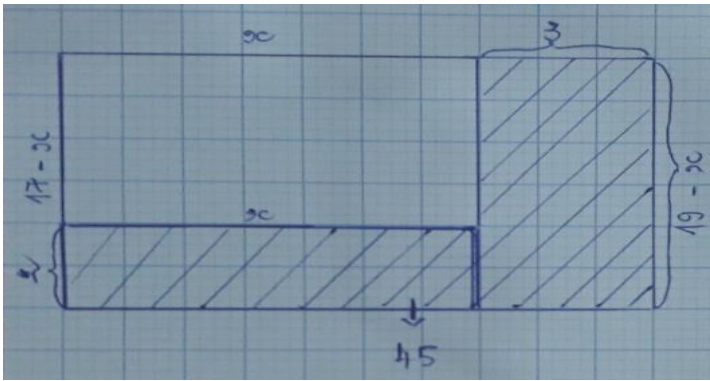
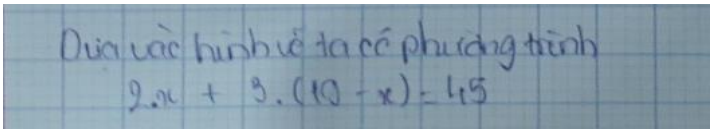
Ví dụ 1: Quảng đường AB gồm một đoạn lên dốc dài 4km và một đoạn xuống dốc dài 5km. Một người đi xe đạp từ A đến B hết 40 phút và đi từ B đến A hết 41 phút (vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về như nhau). Tính vận tốc lúc lên dốc và lúc xuống dốc.

Hoạt động tương tác dạy học giữa GV và HS	Thể hiện của HS trong bước 1 của quy trình MHH toán học	Ghi chú
Giáo viên (GV): Xác định thông tin mà em cho là cần thiết để giải bài toán?		
Học sinh A (HS A): Lên dốc: 4 km, xuống dốc: 5 km; thời gian đi xe đạp từ A đến B: 40 phút; thời gian đi xe đạp từ B đến A: 41 phút; vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về như nhau; tính vận tốc lúc lên dốc, lúc xuống dốc.	HS hiểu được bài toán, xác định đúng thông tin cần thiết của bài toán.	(1)
GV: Em giải thích thông tin vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về như nhau.		
HS B: Vận tốc lúc lên dốc là x thì vận tốc lúc xuống dốc cũng là x HS C: Vận tốc lúc lên dốc từ A đến B là x thì vận tốc lúc lên dốc từ B đến A cũng là x	HS tự tin thể hiện quan điểm, giao tiếp các ý tưởng	(2)

	toán học.	
GV: Ý kiến của em về hai ý kiến của hai bạn HS?		
HS D: HS C đúng. HS B sai theo thực tế em nghĩ vậy.	HS thể hiện khả năng đánh giá quan điểm của bạn học.	(3)
GV: Bạn nào có thể vẽ hình minh họa giúp các bạn dễ tưởng tượng hơn thông tin vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về như nhau!		
HS E: 	HS biết mô tả bằng hình vẽ.	(4)
GV: Dựa vào các thông tin trên, em tìm cách liên hệ thông tin và thiết lập hệ phương trình.		
HS: Gọi vận tốc lúc lên dốc và xuống dốc lần lượt là x và y (đơn vị km/h; điều kiện x, y dương). Thời gian đi hết đoạn đường lên dốc và xuống dốc khi đi từ A đến B lần lượt là $\frac{4}{x}; \frac{5}{y}$ Thời gian đi hết đoạn đường lên dốc và xuống dốc khi đi từ B đến A lần lượt là $\frac{5}{x}; \frac{4}{y}$. Ta có hệ PT $\begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{5}{y} = \frac{40}{60} \\ \frac{5}{x} + \frac{4}{y} = \frac{41}{60} \end{cases}$	Học sinh diễn đạt được bài toán thực tiễn bằng mô hình toán học thông qua khai thác được các thông tin để thiết lập đúng phương trình.	(5)
GV: Đơn vị của vận tốc lúc lên dốc và xuống dốc ngoài đơn vị km/h còn đơn vị nào khác?	Đánh giá khả năng làm việc của HS.	(6)
HS: m/s		
GV: Trong bài toán này, chúng ta chọn đơn vị của vận tốc lúc lên dốc và xuống dốc là km/phút có được không?	HS đánh giá được yếu tố và mối liên hệ giữa chúng.	(7)

Ví dụ 2: Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi $34m$. Nếu tăng thêm chiều dài $3m$ và chiều rộng $2m$ thì diện tích tăng thêm $45m^2$. Hãy tính chiều dài, chiều rộng lúc đầu của mảnh vườn.

Hoạt động tương tác dạy học giữa GV và HS	Thể hiện của HS trong bước 1 của quy trình MHH toán học	
GV: Xác định thông tin mà em cho là cần thiết để giải bài toán?		
HS: Hình chữ nhật có chu vi $34m$; tăng thêm chiều dài $3m$ và chiều rộng $2m$ thì diện tích tăng thêm $45m^2$; tính chiều dài,	HS hiểu được bài toán, xác định đúng thông tin cần thiết của bài	(8)

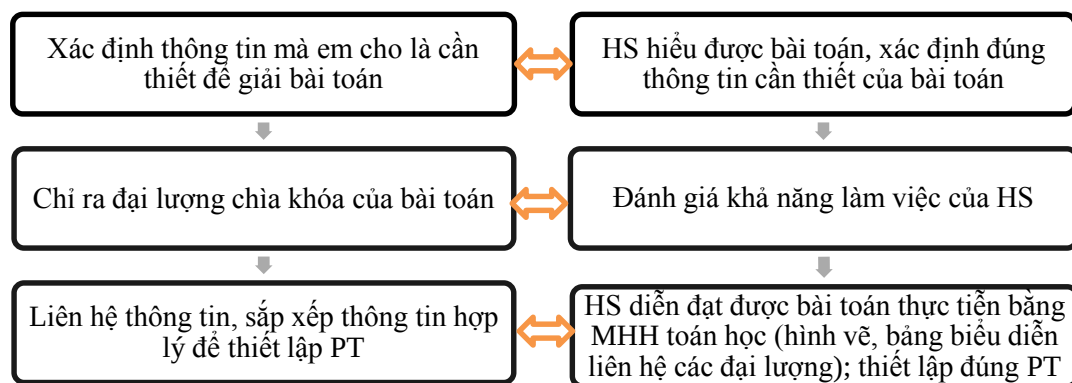
chiều rộng lúc đầu của mảnh vườn.	toán.	
GV: Nếu tìm được chiều dài thì có tính được chiều rộng không? HS: Lấy chu vi chia 2 rồi trừ chiều dài. GV: HS nhắc lại công thức tính diện tích hình chữ nhật. HS: Diện tích hình chữ nhật bằng chiều dài nhân chiều rộng.	Đánh giá <i>khả năng làm việc</i> của HS.	(9)
GV: Dựa vào thông tin trên, em tìm cách liên hệ thông tin và thiết lập PT.		
HS: Gọi chiều dài lúc đầu của mảnh vườn là x Đề bài cho “mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi $34m$ ” do đó tìm chiều rộng lúc đầu của mảnh vườn theo x bằng cách lấy chu vi chia 2 rồi trừ chiều dài. Đề bài cho “tăng thêm chiều dài $3m$ và chiều rộng $2m$ ” do đó cần tìm: - Chiều dài lúc sau của mảnh vườn theo x bằng cách lấy chiều dài lúc đầu của mảnh vườn cộng thêm 3; - Chiều rộng lúc sau của mảnh vườn theo x bằng cách lấy chiều rộng lúc đầu của mảnh vườn cộng thêm 2. Đề bài cho “diện tích tăng thêm $45m^2$ ” có nghĩa là diện tích ban đầu cộng 45 sẽ bằng diện tích lúc sau và từ đây sẽ thiết lập được PT: $x.(17 - x) + 45 = (x + 3).(19 - x)$	Học sinh <i>diễn đạt</i> được bài toán thực tiễn bằng <i>mô hình toán học</i> thông qua <i>khai thác</i> được các thông tin; <i>sắp xếp thông tin</i> để <i>thiết lập</i> đúng <i>phương trình</i> .	(10)
GV: Bạn nào có thể có cách khai thác khác các thông tin để thiết lập PT.		
	HS tự tin <i>thể hiện quan điểm, giao tiếp</i> các <i>ý tưởng toán học</i> .	(11)
	HS <i>đánh giá</i> được yếu tố và mối liên hệ giữa chúng.	(12)
GV: Ý kiến của các em?		
HS: Cách thứ 2 vì có hình minh họa giúp HS dễ tưởng tượng hơn, kĩ năng giải PT đơn giản hơn.	Đánh giá <i>khả năng làm việc</i> của HS. HS <i>xác định</i> được <i>mô hình</i> phù hợp.	(13)

2.5. Thảo luận và kết luận

- Khi học sinh tìm kiếm thông tin để trả lời câu hỏi của giáo viên:
 - ✓ “Xác định thông tin mà em cho là cần thiết để giải bài toán” tức là HS *hiểu được* đề bài toán, *xác định đúng thông tin cần thiết* của bài toán (xem ghi chú: (1) và (8)).
 - ✓ “Chỉ ra đại lượng chìa khóa của bài toán” tức là đánh giá *khả năng làm việc* của HS ở chỗ *khai thác được* các thông tin; xác định được đại lượng nào là quan trọng để chọn làm ẩn thì các đại lượng còn lại có thể biểu diễn qua ẩn (xem ghi chú: (2); (3); (4); (6); (7) và (9)).
 - ✓ “Liên hệ thông tin, sắp xếp thông tin hợp lý để thiết lập PT” tức là HS diễn đạt được bài toán thực tiễn bằng MHH toán học (hình vẽ, bảng biểu diễn liên hệ các đại lượng); thiết lập đúng PT (xem ghi chú (5); (10); (11); (12) và (13)).
- Khi học sinh hoàn thành được các yêu cầu trên của giáo viên, tức là học sinh thực hiện được bước 1 của quy trình mô hình hóa toán học và cũng giải quyết được khó khăn ở bước 1 này đó là thiết lập đúng phương trình (xem ghi chú (5) và (12)); đồng thời học sinh thể hiện được “Khả năng làm việc và giao tiếp các ý tưởng toán học khi tiến hành quá trình mô hình hóa toán học” (xem ghi chú (4) và (11)).

3. Kết luận

Chúng tôi đề xuất sơ đồ (sơ đồ 1) góp phần phát huy “*Khả năng làm việc và giao tiếp các ý tưởng toán học khi tiến hành quá trình mô hình hóa toán học*” cho HS. Đồng thời, sơ đồ 1 có thể hỗ trợ GV trong việc thiết kế kế hoạch dạy học nhằm giúp học sinh khắc phục khó khăn trong việc thiết lập phương trình về chủ đề “Giải bài toán bằng cách lập PT hoặc hệ PT”.



Sơ đồ 1. Mối liên hệ giữa quy trình giải bài toán bằng cách lập PT (hoặc hệ PT) và đánh giá thể hiện của HS trong bước 1 của quy trình MHH toán học

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Richard Lesh, Peter L.Galbraith, Christopher R. Haines, Andrew Hurford, 2010. *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies*. Springer New York Dordrecht Heidelberg London.
- [2] Hoa Ánh Tường, Lương Thanh Phúc, 2019. Dạy học giải bài toán bằng cách lập phương trình ở lớp 8 nhằm phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh. *Tạp chí Thiết bị giáo dục*, số 194, kì 1 tháng 6/2019, trang 28-30.
- [3] Trần Vui, 2014. *Đánh giá trình độ Toán hiểu sâu khái niệm và thành thạo kỹ năng cơ bản trong giải quyết vấn đề*. Nxb Đại học Sư phạm, Hà Nội.

- [4] Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2018. Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán.
- [5] Kaiser, G., and Maass, K., 2007. *Modeling in lower secondary mathematics classroom – Problems and opportunities*. In W. Blum, P. Galbraith, H.-W. Henn, and M. Niss (Eds.), *Modeling and Applications in Mathematics Education – The 14th ICMI Study* (pp. 99–108). New York: Springer Science + Business Media.
- [6] Trần Dũng, 2007. Sử dụng mô hình hoá toán học trong chương trình toán phổ thông để nâng cao khả năng giải quyết vấn đề cho người học. *Tạp chí Khoa học và Giáo Dục Trường Đại Học Sư Phạm – Đại Học Huế* số 04(04)/2007.
- [7] Trần Dũng-Nguyễn Thị Tân An, 2009. Sử Dụng Mô Hình Hoá Toán Học Trong Việc Dạy Học Toán. *Tạp chí Giáo Dục* số 219 kỳ I/2009.
- [8] Lâm Thùy Dương - Trần Việt Cường, 2018. Vận dụng mô hình hóa toán học trong dạy học môn Toán ở Tiểu học. *Tạp chí Giáo dục (VJS)*, Số đặc biệt tháng 9/2018, tr 127-129; 176.
- [9] Lê Thị Hoài Châu, 2014. Mô hình hóa trong dạy học khái niệm đạo hàm. *Tạp chí Khoa học Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh*, 65(99), 5-18.
- [10] Nguyễn Danh Nam, 2015. Quy trình mô hình hóa trong dạy học Toán ở trường phổ thông. *Tạp chí Khoa học Đại học Quốc gia Hà Nội: Nghiên cứu Giáo dục*, Tập 31, Số 3 (2015) 1-10.
- [11] Nguyễn Thị Nga, 2013. *Dạy học mô hình hóa toán học ở bậc trung học (Báo cáo tổng kết đề tài khoa học và công nghệ cấp trung ương)*. Mã số CS2013.19.36). Thành phố Hồ Chí Minh: Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh.
- [12] Dương Hữu Tông và Trần Văn Tuấn, 2016. Dạy học bằng mô hình hóa toán học: Một chiến lược dạy học khái niệm Logarit ở trường phổ thông. *Tạp chí Khoa học Trường Đại học Cần Thơ*, 46c: 62-72.
- [13] Phạm Thị Diệu Thùy - Dương Thị Hà, 2018. Phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trung học cơ sở trong dạy học giải toán bằng cách lập phương trình. *Tạp chí Giáo dục (VJE)*, tháng 1/2018, tr 31-34.

ABSTRACT

Orientation teaching to exploit a characteristic of the component of the mathematical modeling competence

Hoa Anh Tuong

Department of Mathematics and Applications, Saigon University

In the general education curriculum of Vietnam in 2018, mathematical modeling competence is one in five specific capabilities of mathematics. Solving real situation by making equation (or system of equations) is a difficult content for secondary school students in Vietnam. We use case study and conduct experiments on students in grades 8 and 9. The purpose of the paper points the relation between developing mathematical modeling competencies (step 1 of the modeling) for students and promoting student to communicate through exploiting a characteristic of mathematical modeling competence. At the end of the article, we illustrate this relation by diagram 1 to help teachers to improve their pedagogical skills then help students to overcome difficulty in solving real situation such as making equation (or system of equations).

Keywords: mathematical modeling competency, solving problems by using equation, the characteristic of mathematical modeling competency.