

HÌNH CHIẾU CỦA CONIC THUỘC NÓN TRÒN XOAY.

Nguyễn Thị Kim Hiền¹

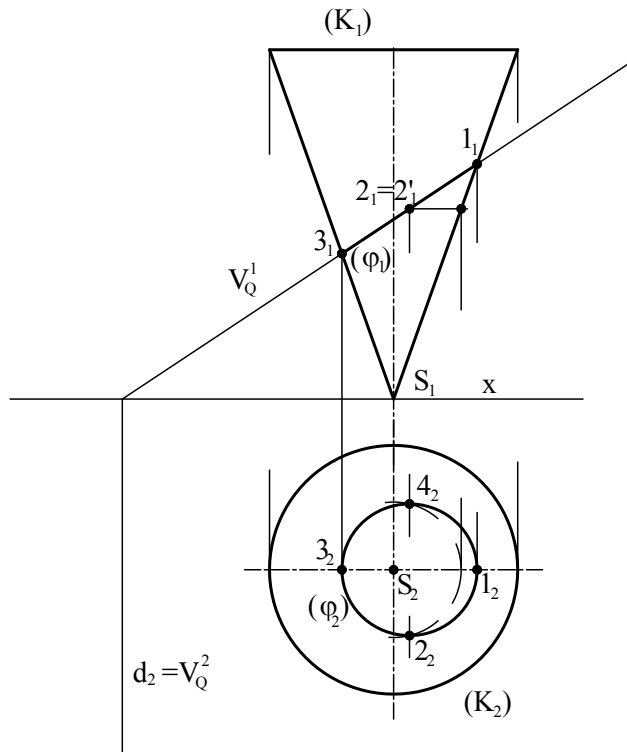
Tóm tắt:

Trong thực tiễn, ta gặp nhiều vấn đề liên quan tới bài toán giao giữa mặt phẳng với các mặt hoặc bài toán giao giữa các mặt hình học. Việc xác định các giao tuyến này là một trong các bài toán cơ bản của hình học họa hình. Trong từng trường hợp cụ thể, giao tuyến có những dạng khác nhau, vì vậy việc vẽ giao tuyến cũng có những phương pháp khác nhau. Bài báo này đề cập tới bài toán giao của mặt phẳng với nón bậc hai, cụ thể là trình bày một định lý về hình chiếu của Conic thuộc nón tròn xoay. Đồng thời, bài báo phát biểu định lý mở rộng cho trường hợp phép chiếu xuyên tâm, với tâm chiếu thuộc trục nón.

Từ khóa: giao tuyến, mặt phẳng, mặt, hình học họa hình, dạng, phương pháp, nón tròn xoay, hình chiếu, phép chiếu xuyên tâm, tâm chiếu, trục.

Định lý:

Hình chiếu thẳng góc của một giao tuyến phẳng bất kỳ (không đi qua đỉnh nón) thuộc nón tròn xoay trên mặt phẳng vuông góc trục nón là một Conic. Conic này nhận hình chiếu của đỉnh nón là tiêu điểm, đường chuẩn là hình chiếu của giao tuyến giữa mặt phẳng chứa Conic với mặt phẳng vuông góc với trục và đi qua đỉnh nón.



Hình 1

Hình 1 minh họa giao tuyến giữa mặt phẳng chiếu đứng Q và nón tròn xoay đỉnh S . Hình chiếu bằng của giao tuyến là Ellip có tiêu điểm là S_2 , đường chuẩn là hình chiếu bằng của giao tuyến giữa mặt phẳng cắt Q với mặt phẳng hình chiếu bằng P_2 (d_2).

Định lý trên phát biểu cho bài toán vẽ hình chiếu thẳng góc của giao tuyến phẳng thuộc nón bậc hai. Định lý này đã được chứng minh bằng phương pháp hình học sơ cấp và phương pháp giải tích. Tuy nhiên, trong bài báo này từ những khái niệm xạ ảnh, ta có thể phát biểu định lý tổng quát hơn cho trường hợp phép chiếu xuyên tâm.

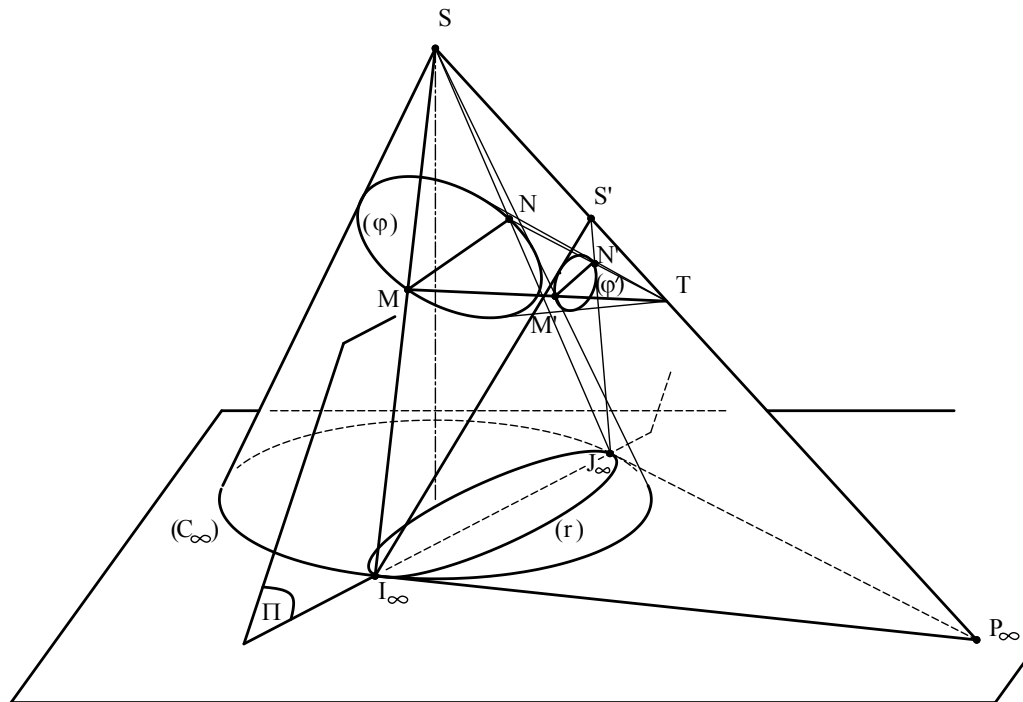
ĐỊNH LÝ MỞ RỘNG:

Hình chiếu xuyên tâm của một giao tuyến phẳng bất kỳ (không đi qua đỉnh nón) thuộc nón tròn xoay, với tâm chiếu thuộc trục nón, trên mặt phẳng hình chiếu vuông góc với trục nón là một Conic. Conic này có tiêu điểm là hình chiếu của đỉnh nón, đường chuẩn là hình chiếu của giao tuyến giữa mặt phẳng chứa Conic với mặt phẳng vuông góc với trục và đi qua đỉnh nón.

Chứng minh:

Xét nón đỉnh S, trục SP_∞ (Hình 2):

- (φ) : giao tuyến phẳng giữa mặt phẳng bất kỳ (không đi qua đỉnh nón) với nón.
- SI_∞, SJ_∞ : hai đường sinh tiếp xúc của nón đỉnh S và nón đẳng hướng cùng đỉnh.
- T : tâm chiếu thuộc trục nón.
- Π : mặt phẳng hình chiếu vuông góc với trục nón (chứa đường thẳng $I_\infty J_\infty$).



Hình 2

Gọi nón $(S, \varphi) \cap \Pi \equiv (\varphi')$.

$(SI_\infty P_\infty) \cap \Pi \equiv S'I_\infty$,

$(SJ_\infty P_\infty) \cap \Pi \equiv S'J_\infty$,

Ta thấy hai mặt phẳng $(SI_\infty P_\infty)$ và $(SJ_\infty P_\infty)$ là hai mặt phẳng tiếp xúc chung của nón (S, φ) và nón đẳng hướng, chúng cũng tiếp xúc với nón chiếu (T, φ) .

Vi vậy:

$S'I_\infty, S'J_\infty$: là hai tiếp tuyến của (φ') .

$(\varphi') \equiv \Pi \cap$ nón đỉnh T.

Nhưng S' là hình chiếu của S.

(φ') là hình chiếu của (φ) từ T lên Π .

$S'I_\infty, S'J_\infty$ là hai đường đẳng hướng

Nên S' chính là tiêu điểm của (φ') .

Mặt phẳng qua đỉnh nón và vuông góc với trục được xác định bởi hai đường sinh SI_∞, SJ_∞ là $(SI_\infty J_\infty)$.

Ta có: $(SI_\infty J_\infty) \cap (\varphi) \equiv M, N$.

Các hình chiếu tương ứng của M, N trên Π là M', N' . Hai điểm M', N' này cũng là các tiếp điểm của (φ') với các tiếp tuyến $S'I_\infty, S'J_\infty$.

Điều này có nghĩa: $M'N'$ là đường chuẩn của đường cong (φ') .

Ta có điều phải chứng minh.

Nhận xét:

Nếu tâm chiếu là điểm P_∞ thuộc trục nón, phép chiếu xuyên tâm trở thành phép chiếu thẳng góc và ta nhận được định lý nêu ở phần đầu.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nguyễn Cảnh Toàn (1963), “Hình học xạ ảnh”, NXB Giáo dục, Hà Nội.
2. Hoàng Văn Thân, Đoàn Như Kim, Dương Tiến Thọ (2005), “Hình học họa hình”, NXB Khoa học và Kỹ thuật.

Abstracts

CONIC PROJECTION OF CONE OF REVOLUTION

In practice, we encountered many problems about intersection between the planes with the surfaces or between the surfaces with others. Finding this intersection is one of the basic problems of geometry graphics. In each specific case, there are different intersection types so there are different methods to draw those intersections. This article refers to the problem about intersection between the planes with quadratic cone surfaces; in particular this note presents a theorem on conic projection of cone of revolution. Moreover, a expansion theorem for the case of radial projection with the projection center belong to cone axis also is presented.

Keywords: *section, planes, surfaces, geometry graphics, type, method, cone of revolution, projection, radial projection, projection center, axis.*