

# TÍNH TOÁN DÂM ỦNG SUẤT TRƯỚC CÓ KẾ ĐẾN BIẾN HÌNH DẺO

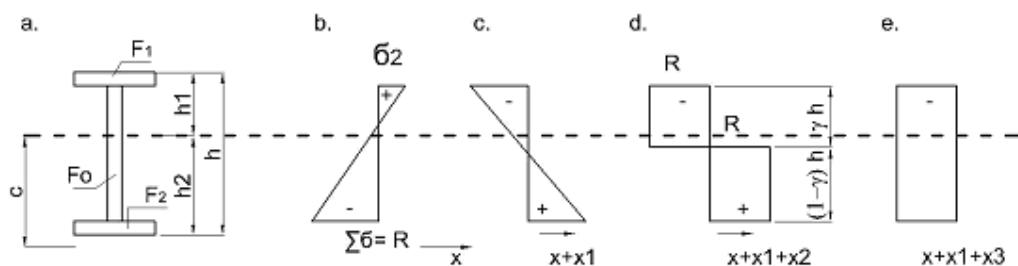
NCS. PHẠM ANH TUẤN

Công ty Tư vấn công nghệ, thiết bị và kiểm định xây dựng

**Tóm tắt:** Đối với dầm chịu lực làm việc trong giai đoạn làm việc đàn hồi chưa làm mất hết khả năng chịu lực của dầm ứng suất trước và trong những điều kiện nhất định có thể cho phép phát triển biến hình dẻo. Song chỉ có thể lợi dụng biến hình dẻo trong bản thân dầm còn dây căng phải tiếp tục làm việc đàn hồi. Nội dung bài báo này trình bày phương pháp tính dâm ứng suất trước có xét đến biến hình dẻo trong giai đoạn chịu tải và biến hình dẻo trong giai đoạn căng trước.

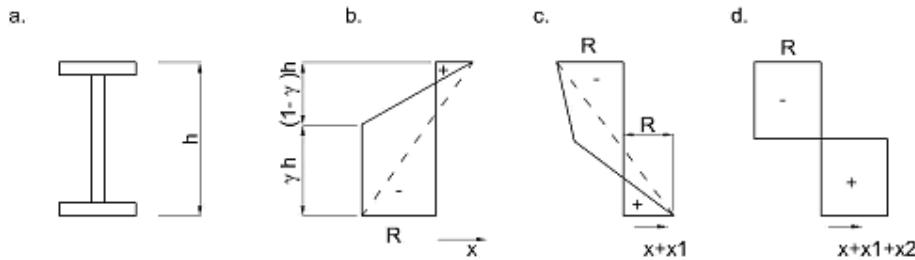
## 1. Đặc điểm chịu lực.

Biến hình dẻo có thể dễ phát triển ở một trong hai đoạn làm việc của dầm: giai đoạn chịu tải trọng tính toán và giai đoạn ứng suất trước (H.2) sự làm việc của dầm trải qua những bước sau:



Hình 1: Biểu đồ ứng suất của dầm trong trường hợp biến  
hình dẻo phát triển ở giai đoạn chịu tải

Bước 1 là bước tạo ứng suất trước, biểu đồ ứng suất hình tam giác với  $\sigma_o = R$  ở mép dưới dầm (H.1b). Bước 2 là bước chịu tải trọng phạm vi đàn hồi (H.1c), ứng suất do tải trọng gây ra sẽ cộng với ứng suất trước (ngược dấu) cho đến khi ở mép đạt trị số R. Trong giây căng có thêm tự ứng lực  $X_1$ . Bước thứ 3, dầm làm việc trong phạm vi đàn hồi dẻo, biến hình dẻo ăn dần vào trong tiết diện cho đến khi thành lập khớp dẻo (H.1d). Nội lực giây căng tăng thêm  $X_2$ . Nếu ứng suất trong giây căng còn chưa đạt đến cường độ tính toán thì khớp dẻo chưa làm mất hết khả năng chịu lực của dầm. Tải trọng còn có thể tăng, phần chịu nén của tiết diện sẽ ăn sâu xuống hết toàn tiết diện, và nội lực giây căng tăng thêm  $X_3$  (H.1e). Đó là bước làm việc thứ tư. Cuối bước 3, về lý luận dầm biến thành hệ tĩnh định và cuối bước 4 mới trở thành hệ biến hình. Song trong thực tế, rất khó thực hiện bước 4 vì sau khi thành lập khớp dẻo biến hình tăng rất nhanh và các cấu kiện chịu nén bị mất ổn định. Vì vậy sự thành lập khớp dẻo phải được coi là giới hạn khả năng chịu lực của dầm và cùng lúc đó ứng suất trong giây căng đạt tới trị số cường độ tính toán.

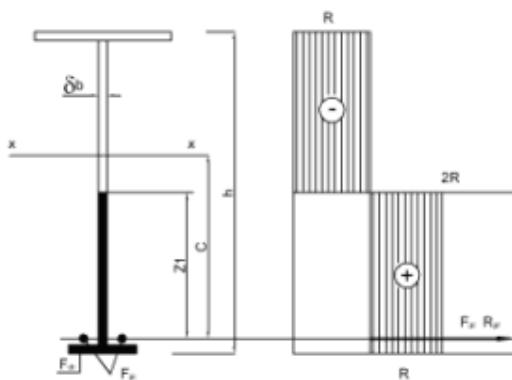


Hình 2: Biểu đồ ứng suất của dầm trong trường hợp biến hình dẻo phát triển ở giai đoạn ứng suất trước

Trong trường hợp phát triển biến hình dẻo ở giai đoạn ứng suất trước (H.2), bước 1 cũng giống như trường hợp trên, dầm chịu ứng suất trước làm việc đàn hồi cho đến khi ở mép cánh dưới  $\sigma_o = R$  (H.2b, đường chấm). Bước 2 vẫn thuộc giai đoạn ứng suất trước dầm làm việc theo giai đoạn đàn hồi dẻo cho đến khi biến hình dẻo phát triển trên một phần tiết diện  $\gamma h$  (H.2b). Bước 3 là bước chịu tải trọng ngoài, biểu đồ ứng suất trước cộng thêm biểu đồ tam giác của ứng suất do tải trọng gây ra cho đến khi ứng suất mép trên và mép dưới dầm đạt tới trị số cường độ tính toán  $R$  (H.2c). Sau bước 3, dầm vẫn chưa mất hết khả năng chịu lực, vì biến hình dẻo còn phát triển được sâu vào trong tiết diện đến khi thành lập khớp dẻo (bước 4; H.2d). Song giai đoạn này không thể lợi dụng được vì biến hình dẻo đổi dấu do hoạt tải gây ra sẽ thu hẹp rất nhiều phạm vi làm việc đàn hồi của vật liệu. Vì vậy điểm kết thúc bước 3 phải coi là giới hạn khả năng chịu lực của dầm và cùng lúc đó ứng suất trong giây căng phải đạt cường độ tính toán.

## 2. Tính dầm ứng suất trước có xét đến biến hình dẻo trong giai đoạn chịu tải.

Đối với dầm ứng suất trước, ta có thể coi cân bằng giới hạn tính toán của tiết diện làm trạng thái giới hạn tính toán. Trong trạng thái đồng thời xuất hiện khớp dẻo trong dầm cứng và ứng suất bằng cường độ tính toán của vật liệu trong giây căng (H.3)



Hình 3: Biểu đồ tính dầm có xét biến hình dẻo trong gđ chịu tải

Khi thiết kế dầm, cần phải chọn tiết diện thích hợp và tính lực căng trước cần thiết. Cả hai việc trên đều dùng phương pháp tính gần đúng dàn.

Muốn chọn tiết diện của dầm, ta giả thiết trước một tiết diện gần đúng, tính các đặc trưng của tiết diện rồi kiểm tra lại xem dầm có đủ khả năng chịu được tải trọng ngoài không. Điều kiện bùn là

$$M_o \leq m M_{gh} \quad (1)$$

trong đó  $M_{gh}$  là mômen giới hạn của dầm  
 $M_o$  là mômen ngoại lực

Nếu trị số  $M_o$  và  $M_{gh}$  cách biệt quá xa, thì cần sửa lại tiết diện dần dần cho đến khi điều kiện (1) được thỏa mãn với khoảng sai số cho phép.

Khi giả thiết tiết diện ban đầu, có thể dùng các công thức tính theo phương pháp gần đúng, không xét đến ảnh hưởng của tự ứng lực :

$$F = 1,93 \sqrt{\frac{M_2}{R_2 K}} \quad (2)$$

$$X = 0,472 \sqrt{\frac{M^2 R}{K}} \quad (3)$$

Cũng có thể lấy tiết diện theo cách tính đàn hồi và giảm nhẹ bản cánh khoảng 15% – 20%.

Momen giới hạn của đầm ở khớp dẻo có thể xác định theo các điều kiện cân bằng lực trên trực ngang

$$FR - 2R_d R - n_2 F_{gc} R_{gc} = 0 \quad (4)$$

và điều kiện cân bằng mômen đối với trọng tâm giây căng

$$CFR - 2 C_d F_d R - M = 0 \quad (5)$$

Trong đó  $F_d = F_{db} + F_{dc}$  là diện tích phần chịu kéo của tiết diện đầm, gồm phần dưới bản bụng và bản cánh dưới.

$C$  : là khoảng cách từ giây căng đến trọng tâm tiết diện đầm

$C_d$ : là khoảng cách từ giây căng đến trọng tâm phần chịu kéo của tiết diện đầm.

$$\text{Đặt } k_M = \frac{F_{gc} R_{gc}}{FR}$$

và giải hệ hai phương trình (4) và (5) ta sẽ được mômen giới hạn của tiết diện đầm :

$$M_{gh} = [C - (1 - n_2 k_M) C_d] FR$$

Trị số  $C_d$  trong các công thức trên tính như sau:

Vì trực khớp dẻo chia tiết diện đầm làm hai phần đều nhau ta có :

$$F_{db} + F_{dc} + n_2 \frac{F_{gc} R_{gc}}{R} = \frac{F}{2}$$

trong đó số hạng thứ ba của vế trái là tiết diện giây căng quy đổi về vật liệu đầm.

Từ công thức trên có thể suy ra:

$$F_{db} = \frac{(1 - n_2 k_M) F - 2F_{dc}}{2} = \frac{(1 - n_2 k_M)}{2} . F - F_{dc} \quad (6)$$

Khoảng cách từ giây căng đến trọng tâm phần chịu kéo của tiết diện sẽ bằng :

$$C_d = \frac{F_{db}}{(1 - n_2 k_M)} \cdot \frac{F_{db}}{\delta_b} \pm C_{dc} \quad (7)$$

trong đó số hạng thứ nhất là mômen tĩnh phần bản bung chịu kéo đối với bản cánh dưới, chia cho diện tích phần chịu kéo của tiết diện.  $C_{dc}$  là khoảng cách từ giây căng đến trọng tâm cánh dưới, lấy dấu (+) hay (-) tùy theo giây căng đặt ở dưới hay trên bản cánh dưới.

Sau khi đã kiểm tra lại cường độ của đầm, vấn đề thứ hai là xác định lực căng trước cần thiết  $X$ .

Lực căng trước có thể tính theo công thức :

$$X = X_{gh} - X_1 - X_2 = m F_{gc} R_{gc} - X_1 - X_2 \quad (8)$$

trong đó  $X_{gh}$  là nội lực giới hạn của giây căng

$X_1$  là tự ứng lực sinh ra khi đầm chịu tải làm việc trong giai đoạn đàn hồi;

$X_2$  là tự ứng lực trong giai đoạn đàn hồi dẻo.

$$\text{Lực } X_1 \text{ có thể tính theo công thức thông thường } X_1 = \frac{M_t}{Z_y}$$

trong đó  $M_t$  là mômen trong đầm khi bắt đầu bước vào giai đoạn đàn hồi dẻo

$Z_y$  là khoảng cách từ giây căng đến hợp lực ứng suất trong tiết diện đầm do mômen ngoại lực gây ra (trong giai đoạn làm việc đàn hồi).

Trị số  $M_t$  có thể suy ra từ các phương trình cơ bản

$$M_t = \frac{Z_y}{Z_y - (C \pm \rho)} [WR + (c \pm \rho)X - M_g] \quad (9)$$

khi mép dầm dưới chuyển sang biến hình dẻo trước khi trong công thức dùng W dưới và ( $+p_d$ ), trường hợp ngược lại về dùng W trên và ( $-p_i$ ).

$M_g$  là mômen do tải trọng tĩnh gây ra trong dầm trước khi căng trước.

$$Z_y = M_p \frac{\delta_{11}}{\Delta_{lp}} \quad (10)$$

trong đó  $\delta_{11}$  là chuyển vị cơ bản

$M_p$  và  $\Delta_{lp}$  là mômen và chuyển vị do tải trọng tương ứng với tải trọng đơn vị theo sơ đồ tương tự như tải trọng tĩnh toán.

Lực  $X_2$  khó xác định được chính xác vì nằm trong hệ siêu tĩnh và tính chất biến hình phi tuyến. Có thể tính gần đúng theo công thức

$$X_2 = 2 \frac{M_{gh} - M_t - M_g}{Z_y + Z_{kd}} \quad (11)$$

Trong công thức (11),  $Z_{kd}$  là khoảng cách từ giây căng đến tâm khớp dẻo, tính bằng công thức :  $Z_{kd} = \frac{F_{db}}{\delta_b} \mp C_{dc}$

Vì  $M_t$  phụ thuộc vào  $X$  nên bài tính phải giải theo phép gần đúng dần. Trị số gần đúng ban đầu của  $X$  có thể lấy bằng  $0,9 X_{max}$ ,  $X_{max}$  tính theo điều kiện ổn định của cánh dưới dầm. Lực  $X$  cũng có thể giả thiết gần đây  $X$  đó để tính ra  $M_t$ , rồi  $X_1$  và  $X_2$  sau đó tính lại  $X$  theo công thức (8) và tiếp tục các vòng tính sau cho đến khi đạt kết quả với độ chính xác mong muốn.

Để tránh cho biến hình dẻo không phát triển quá mức do nhiều lần đặt và rút hoạt tải liên tiếp gây ra, cần bảo đảm cho dầm làm việc đàn hồi khi rút hoạt tải. Muốn thế mômen hoạt tải phải thỏa mãn điều kiện

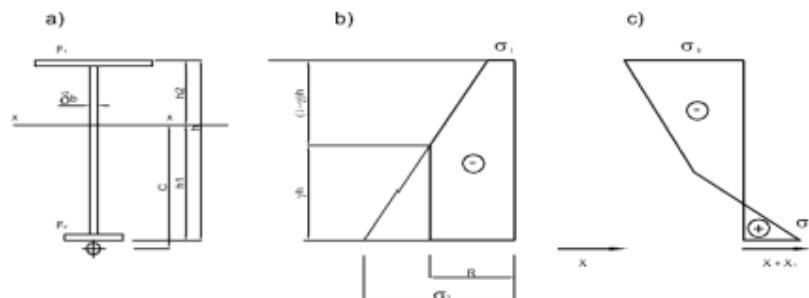
$$M_{ht} \leq \frac{Z_y(1+\phi)}{Z_y - (c + \rho)} \cdot W_2 R \quad (12)$$

trong đó  $\phi$  là hệ số uốn dọc cục bộ của cánh dưới ngoài mặt phẳng dầm.

Độ dài giây căng và điểm cố định giây căng vào dầm xác định theo phương pháp thông thường, bảo đảm cho ở điểm cố định giây căng, tiết diện dầm đủ để chịu được mômen uốn.

### 3. Tính toán dầm ứng suất trước có xét đến biến hình dẻo trong giai đoạn căng trước.

Trong giai đoạn căng trước, ta giả thiết biến hình dẻo phát triển nhưng chưa tạo thành khớp dẻo hoàn chỉnh mà còn giữ lại một lõi đàn hồi trong khu vực chịu kéo của tiết diện (H.4). Khi chịu tải, dầm làm việc đàn hồi và trạng thái giới hạn tính toán coi là ứng suất trên hai mép dầm và trong giây căng đồng thời đạt đến trị số cường độ tính toán của các vật liệu tương ứng.



Hình 4: Biểu đồ tính toán dầm có xét đến biến hình dẻo trong giai đoạn căng trước

Ở trạng thái giới hạn, ta có  
đối với mép dầm trên

$$\delta_{tr} = \delta_1 + \frac{X_1}{F} + \frac{M - X_1 C}{W_1} = R \quad (13)$$

đối với mép dưới

$$\delta_d = -R - \frac{X_1}{F} + \frac{M - X_1 C}{W_1} = R \quad (14)$$

$$\text{và đối với giây căng } n_1 X + X_1 = F_{gc} R_{gc} \quad (15)$$

Trong các phương trình (13) – (15) cần xác định các yếu tố  $\delta_1$ ,  $X_1$  và  $X$ . Các yếu tố đó đều phụ thuộc diện tích tiết diện còn chưa biết. Vì vậy trước tiên cần giả thiết tiết diện dầm. Tiết diện dầm ban đầu có thể giả thiết theo kinh nghiệm, hoặc xác định gần đúng theo phương pháp tính không xét đến ảnh hưởng của tự ứng trực:

$$F = 1,853 \sqrt{\frac{M_2}{R_2 K}} \quad (16)$$

Tự ứng lực có thể định theo phương pháp thông thường và trong giai đoạn chịu tải, dầm làm việc đàn hồi

Tại số  $\delta_1$  và  $X$  có thể xác định theo điều kiện cân bằng nội lực trong giai đoạn căng trước, trong các phương trình cân bằng, giới hạn chảy của vật liệu được thay thế bằng cường độ tính toán.

$$n_2 X = F \sigma_x^{tb} = FR - (R - \sigma_1) \frac{\delta_b (1 - l\gamma) h + 2F_1}{2} \quad (17)$$

$$n_2 X(C + hl) = RFhl - (R - \sigma_1) \left[ \frac{\delta_b (1 - \gamma)^2 h_2}{6} \right] \quad (18)$$

Trong đó

$\sigma_x^{tb} = \frac{X}{F} n_2$  là ứng suất trung bình trong tiết diện dầm do lực căng trước gây ra.

$\gamma h$  – là độ sâu của miền dẻo

$\sigma_1$  – là ứng suất ở mép trên dầm

$$\text{Giải hệ phương trình (17) và (18) ta sẽ được } \sigma_x^{tb} = \frac{\eta Rh}{C + \eta h} \quad (19)$$

$$n_2 X = \frac{RF\eta h}{C + \eta h} \quad (20)$$

$$\sigma_1 = R - \frac{2(R - \sigma_x^{tb})}{\alpha} \quad (21)$$

Từ tính đồng dạng các tam giác (H.4b) và công thức (21) có thể suy ra ứng suất giả định ở mép dưới;

$$\sigma = R = \frac{2(R - \sigma_x^{tb})}{\alpha} \cdot \frac{\gamma}{1 - \gamma} \quad (22)$$

trong các công thức trên

$$\alpha = \frac{(1 - \gamma)F_b + 2F_1}{F}; \text{ và } \eta = \frac{hl}{h} - \frac{(1 - \gamma)2}{3 \left( 1 - \gamma + 2 \frac{F_1}{\delta_b h} \right)}$$

Trình tự tính toán như sau: trước hết giả thiết tiết diện dầm và tính các đặc trưng hình học cần thiết sau đó tính tự ứng lực  $X_1$  (giải hệ siêu tĩnh), tính  $\sigma_x^{tb}$ ,  $X$ ,  $\sigma_1$  theo các công thức (15), (20) và (21); cuối cùng kiểm tra lại cường độ tiết diện dầm theo các công thức (13) (14) và (16).

Nếu không phù hợp, cần sửa lại tiết diện và tính lại.

Trong thiết kế cần cho trước trị số  $\gamma$ . Nếu không đòi hỏi chặt chẽ về độ cứng thì có thể lấy  $\gamma = 0,3 - 0,5$ .

Khi tính  $\sigma_1$  cũng có thể theo điều kiện tận dụng cường độ vật liệu của cánh trên dầm, suy từ công thức (13),  $\sigma_1 = R - \frac{X_1}{F} - \frac{M - X_1 C}{W_1}$

#### 4. Kết luận:

Phương pháp tính dầm ứng suất trước có xét đến biến hình dẻo là một bài toán cơ bản trong lĩnh vực kim loại ứng suất trước. Mục tiêu chính là lựa chọn các thông số tối ưu để dầm thép cũng như dây căng tận dụng tối đa khả năng chịu lực của mỗi loại vật liệu.

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Phạm Văn Hội, Nguyễn Quang Viên, Phạm Văn Tư, Đoàn Ngọc Tranh, Hoàng Văn Quang (2004), *Kết cấu thép công trình dân dụng và công nghiệp*, Nhà xuất bản khoa học kỹ thuật, Hà Nội.
2. Đỗ Quốc Sam, Nguyễn Văn Yên, Đoàn Định Kiến (1968), *Kết cấu thép tập IV*, NXB Đại học và trung học chuyên nghiệp, Hà Nội.
3. Bùi Tâm Trung (1962), *Giáo trình Kết cấu thép*, NXB Giáo dục, Hà Nội.
4. Đoàn Định Kiến (1979), *Kết cấu thép ứng lực trước trong cột cao*, Luận án Tiến sĩ, Trường Đại học Xây dựng, Hà Nội.
5. TCVN 2737:1995, *Tải trọng tác động – Tiêu chuẩn thiết kế*.
6. TCXDVN 338:2005, *Kết cấu thép – Tiêu chuẩn thiết kế*.
7. Belenya, E (1977), *Prestressed Load-Bearing Metal Structure*, Mir Publishers Moscow, Russian.

#### CALCULATION OF PRE-PRESSURE BEAM TAKEN INTO ACCOUNT PLASTIC TRANSFORMATION

##### Abstract

For enforced beams in elastic working stage, while the enforced capacity of pre-pressure is in effect and in certain conditions, plastic transformation is possibly developed. However, plastic transformation is only exploited for beam itself whereas tense string is still working elastically. Method calculation of pre-pressure beam takes into account plastic transformation in loaded stage and in pre-strained stage.