

# ÁP DỤNG ĐIỀU KIỆN BIÊN NEUMANN TRONG MÔ HÌNH TÍNH TOÁN THỦY ĐỘNG LỰC HỌC

ThS. NGUYỄN THỊ THÚY ĐIỂM  
Trường Đại học Thủy lợi

**Tóm tắt:** Vấn đề chọn điều kiện biên khi ứng dụng mô hình toán là rất quan trọng. Khi mô phỏng một vùng bờ biển, do có sự tác động kết hợp của các quá trình vào khu vực nghiên cứu nên mực nước và phân bố vận tốc theo phương ngang bờ sẽ thay đổi. Do vậy, điều kiện biên tại hai biên bên phải phản ánh được sự thay đổi này. Một giải pháp rất hiệu quả là áp dụng điều kiện biên Neumann (điều kiện biên gradient mực nước) thay vì sử dụng mực nước hay vận tốc cố định (Roelvink and Walstra, 2004).

Trong bài báo này, tác giả trình bày kết quả việc áp dụng điều kiện biên Neumann trong việc mô phỏng các yếu tố thủy động lực học tại bờ biển Egmond, Hà Lan bằng mô hình Delft 3D. Kết quả cho thấy mực nước tính toán tại các trạm đo gần trùng khớp với giá trị đo đạc. Chiều cao sóng tính toán có sự tương quan rất tốt với số liệu thực đo. Kết quả tính toán vận tốc từ mô hình tương đối phù hợp với thực tế.

## 1. MỞ ĐẦU

Điều kiện biên cho mô hình toán được chọn theo nhiều loại khác nhau phụ thuộc vào từng trường hợp nghiên cứu cụ thể. Các loại điều kiện biên có thể áp dụng là: mực nước, vận tốc, Riemann, Neumann... Roelvink và Walstra (2004) đã chứng minh được rằng với việc áp dụng điều kiện biên Neumann, sự tác động kết hợp của thủy triều, sóng, gió... không gây ra bất cứ ảnh hưởng biên nào dọc theo các biên bên.

Bài báo này trình bày việc sử dụng mô hình Delft3D mô phỏng các yếu tố thủy động lực học cho vùng biển Egmond, Hà Lan trong đó áp dụng điều kiện biên Neumann. Sau đó các kết quả được so sánh với số liệu đo đạc ngoài thực địa.

## 2. KHU VỰC NGHIÊN CỨU

Bờ biển Egmond nằm trên bờ biển Hà Lan (Hình 1), đường bờ tương đối thẳng, và là bờ biển cát. Bờ biển Egmond được đặc trưng bởi hai đụn cát song song với đường bờ. Chiều rộng của bãi biển khoảng 100 - 200m.

Tại khu vực nghiên cứu, phần lớn thời gian gió thổi dọc theo bờ biển từ Biển Bắc, hướng gió thịnh hành là Tây nam (23%), tiếp đến là Tây (16%), Đông (12%) (Stolk, 1989).

Sóng trung bình năm do gió gây ra có chiều cao là 1,2 m và chu kỳ khoảng 5s. Thủy triều tại

khu vực nghiên cứu là bán nhật triều với độ lớn là 1,4 m (triều kém) và 2 m (triều cường).



Hình 1. Vị trí khu vực nghiên cứu

## 3 XÂY DỰNG MÔ HÌNH DELFT3D CHO VÙNG BIỂN EGMOND

### 3.1 Mô hình Delft3D

Delft3D được lập và phát triển bởi Viện Thủy lực WL/Delft Hydraulics, Hà Lan. Đây là một hệ thống mô hình thống nhất 2 chiều hoặc 3 chiều, bao gồm những modul về các quá trình: sóng, dòng chảy, vận chuyển bùn cát, biến đổi

đáy và chất lượng nước.

Hai hợp phần chính của Delft3D là DELFT-FLOW và DELFT-WAVE:

DELFT-FLOW giải các phương trình Navier-Stokes cho chất lỏng không nén được vùng nước nông. Phương trình liên tục và phương trình động lượng áp dụng cho trường hợp tính toán 2 chiều (trung bình theo độ sâu) được viết như sau:

Phương trình liên tục:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial (d + \eta)u}{\partial x} + \frac{\partial (d + \eta)v}{\partial y} = 0$$

Phương trình động lượng

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} - fv + \frac{gu|U|}{C^2(d+\eta)} - \frac{F_x}{\rho_w(d+\eta)} - v \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial y} - fu + \frac{gv|U|}{C^2(d+\eta)} - \frac{F_y}{\rho_w(d+\eta)} - u \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) = 0$$

trong đó:

- C: hệ số Chezy [-]
- d: độ sâu đáy [m]
- f: tham số Coriolis [-]
- $F_x, F_y$ : ngoại lực theo phương x, y [-]
- u, v: vận tốc trung bình theo phương x, y [m/s]
- $U = \sqrt{u^2 + v^2}$  trị tuyệt đối của vận tốc [m/s]
- $\rho_w$ : khối lượng riêng của nước [kg/m<sup>3</sup>]
- v: độ nhớt theo phương ngang [m<sup>2</sup>/s]
- $\eta$ : cao trình mặt nước so với mặt chuẩn [m]

g: gia tốc trọng trường [m/s<sup>2</sup>]

DELFT-WAVE dựa trên mô hình SWAN (Simulating WAve in Nearshore). Trong mô hình này, trường sóng được mô tả bằng hàm mật độ sóng ảnh hưởng. Phương trình mô tả sự biến đổi của phổ sóng viết trong hệ tọa độ Đề-các như sau:

$$\frac{\partial}{\partial t} N(\sigma, \theta) + \frac{\partial}{\partial x} c_x N(\sigma, \theta) + \frac{\partial}{\partial y} c_y N(\sigma, \theta) + \frac{\partial}{\partial \sigma} c_\sigma N(\sigma, \theta) + \frac{\partial}{\partial \theta} c_\theta N(\sigma, \theta) = \frac{S(\sigma, \theta)}{\sigma}$$

trong đó:

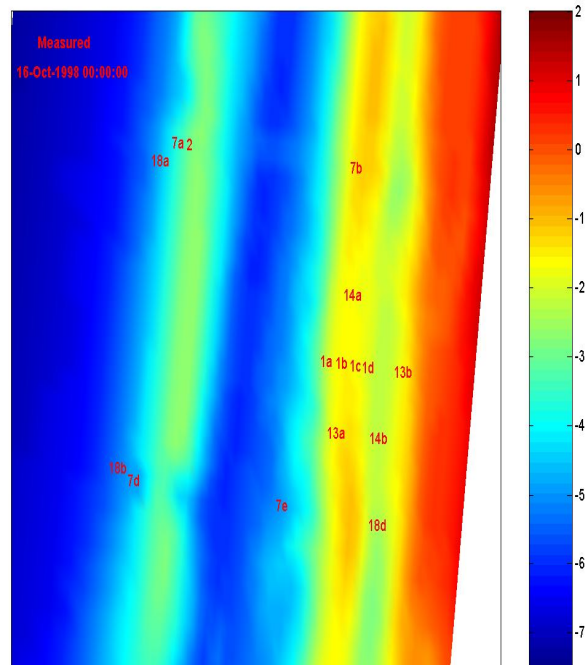
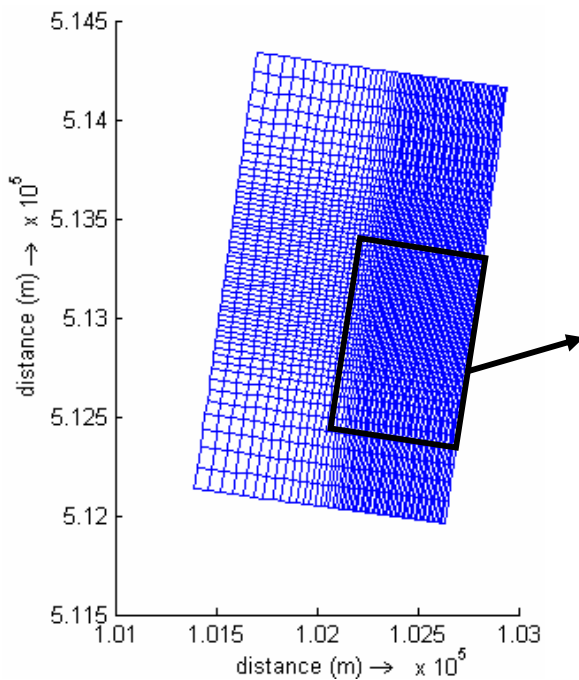
$\sigma, \theta$ : tần số tương đối, hướng sóng

$c_x, c_y$ : vận tốc truyền năng lượng theo không gian (x,y)

$c_\sigma, c_\theta$ : vận tốc truyền năng lượng theo không gian phổ ( $\sigma, \theta$ )

### 3.2 Thiết lập mô hình

Lưới tính toán của mô hình dòng chảy có kích thước 2300 m theo hướng dọc bờ (57 ô lưới) và 1300 m theo hướng vuông góc với bờ (63 ô lưới). Tổng cộng gồm 3591 ô với kích thước thay đổi dần từ 12.5 x 25 m (tại trung tâm của vùng nghiên cứu) đến 70x100 m (vị trí góc ngoài) (xem hình 2).



Hình 2. Lưới tính toán, địa hình đáy ban đầu và vị trí các trạm đo

Các số liệu đo đạc: địa hình đáy, gió, sóng, mực nước, dòng chảy,...vào tháng 10-1998 tại Egmond thuộc dự án COAST3D được sử dụng để thiết lập mô hình và kiểm tra kết quả tính toán từ mô hình.

Điều kiện biên Neumann được áp dụng: tại biên phía biển, mực nước thay đổi theo thời gian  $\eta(t)$  được chọn, tại hai biên bên gán gradient mực nước theo thời gian  $\frac{\partial \eta}{\partial s}(t)$  với s: hướng dọc bờ.

Các kết quả tính toán thủy động lực học từ mô hình áp dụng điều kiện biên Neumann được so sánh với số liệu đo đạc. Đồng thời chúng cũng được so sánh các kết quả áp dụng điều kiện biên là thủy triều dọc theo các biên tính toán.

Mô hình sóng có lưới tính toán trùng khớp với lưới của mô hình dòng chảy. Tuy nhiên, để tránh ảnh hưởng của điều kiện biên mô hình sóng tới mô hình dòng chảy, lưới tính toán của mô hình sóng được xây dựng với kích thước rộng hơn (kéo dài 1500 m về hai phía dọc bờ, 1800 m về phía biển).

Mô hình được thực hiện với thông số hệ số sóng vỡ  $\gamma = 0.7$ , hệ số nhám Chezy  $C = 65 \text{ m}^{1/2}/\text{s}$ . Kết quả tính toán từ mô hình: mực nước, chiều cao sóng, vận tốc dòng chảy được so sánh với số liệu thực đo trong khoảng thời gian từ 16-31/10/1998.

### 3.3 Các thông số thống kê

Nhằm đánh giá độ chính xác của mô hình, một số thông số thống kê sau được sử dụng.

- Sai số tuyệt đối trung bình tương đối (RMAE): sử dụng để đánh giá kết quả chiều cao

sóng, vận tốc dòng chảy của mô hình:

$$RMAE = \frac{\langle |x_c - x_m| - \Delta x_m \rangle}{\langle x_m \rangle}$$

trong đó: Kí hiệu  $\langle \rangle$  biểu thị trung bình theo thời gian

$x_m$ : giá trị thực đo

$x_c$ : giá trị tính toán

$\Delta x$ : sai số khi đo đạc. Với dự án COAST3D,  $\Delta x$  được lấy như sau:

$\Delta x = 0.1 \text{ m}$  : đối với chiều cao sóng;  $\Delta x = 0.05 \text{ m/s}$ : đối với vận tốc.

Bảng 1 Đánh giá kết quả mô hình thông qua RMAE

Mức đánh giá	RMAE đối với chiều cao sóng	RMAE đối với vận tốc dòng chảy
Rất tốt	< 0.05	< 0.1
Tốt	0.05 – 0.1	0.1 – 0.3
Hợp lý	0.1 – 0.2	0.3 – 0.5
Xấu	0.2 – 0.3	0.5 – 0.7
Rất xấu	> 0.3	> 0.7

- Hệ số tương quan (r): xác định mức độ tương quan giữa giá trị tính toán từ mô hình và giá trị thực đo và được xác định như sau:

$$r = \frac{\text{cov}(x_m, x_c)}{\sigma_{x_m} \sigma_{x_c}}$$

trong đó:

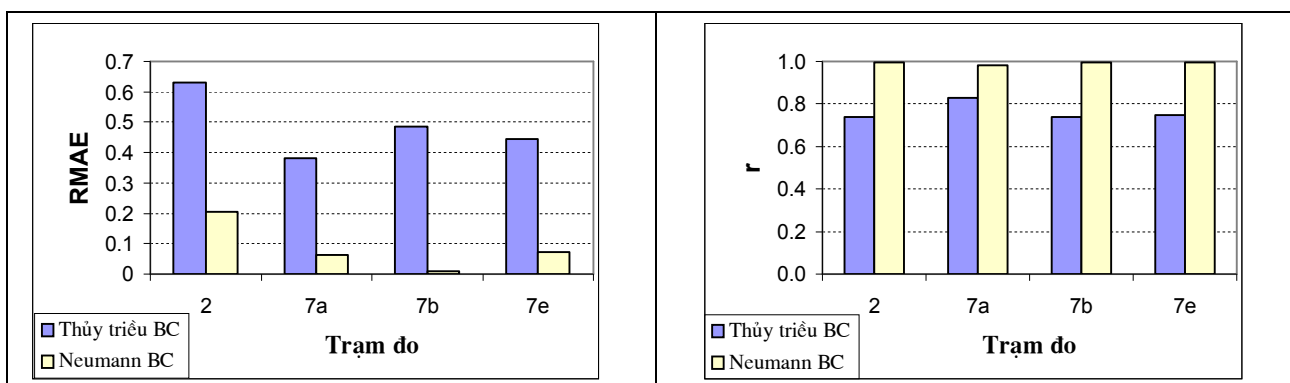
$\text{cov}(x_m, x_c)$ : covariance của  $x_m$  và  $x_c$

$\sigma_{x_m}, \sigma_{x_c}$ : độ lệch quân phương của  $x_m$  và  $x_c$

$r = 0$ : hai liệt giá trị không tương quan,  $r = 1$ : tương quan tuyệt đối.

## 4 KẾT QUẢ

### 4.1 Mực nước



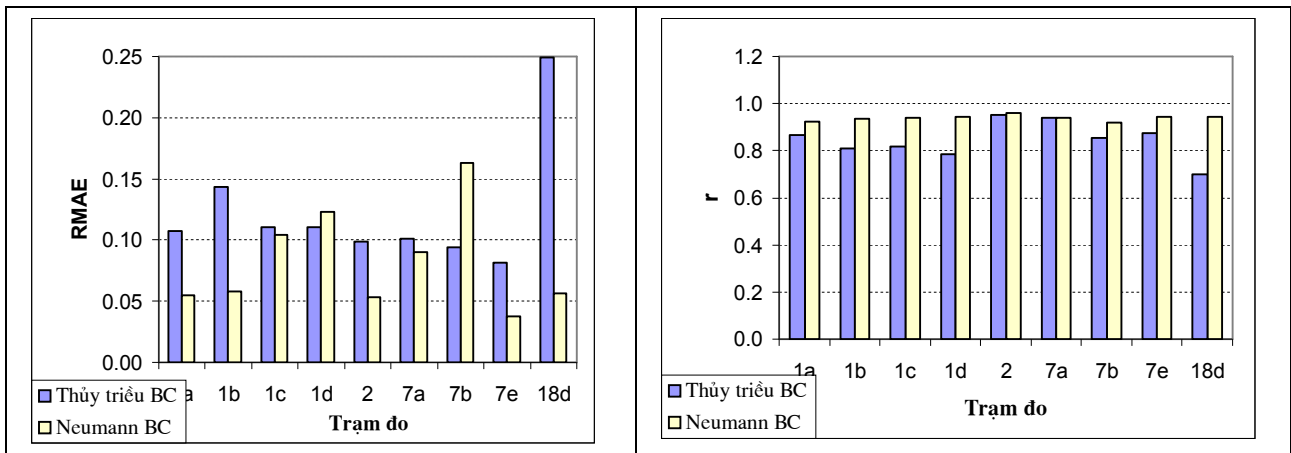
Hình 3. Các thông số thống kê tính cho mực nước

Nhìn vào hình 3 ta thấy kết quả tính toán mực nước tại các trạm đo hoàn toàn phù hợp với giá trị đo đạc với hệ số tương quan xấp xỉ 1 và giá trị RMAE không đáng kể khi áp dụng điều kiện biên Neumann. Riêng trạm đo số 2, mực nước từ mô hình và mực nước đo đạc với trị số RMAE tương đối lớn (0.2), tuy nhiên hai liệt mực nước này có sự tương quan tuyệt đối ( $r = 1$ ). Sự sai khác giữa hai liệt số liệu này có thể do sự không chính xác khi đo đạc ngoài thực địa.

Với trường hợp điều kiện biên là mực nước

thủy triều ta thấy kết quả tính toán có sai số lớn hơn nhiều so với trường hợp áp dụng điều kiện biên Neumann. RMAE và hệ số tương quan  $r$  trung bình tại tất cả các trạm đo là 0.49 và 0.76 trong khi với điều kiện biên Neumann, các giá trị này là 0.09 và 0.99. Điều này là do khi áp dụng điều kiện biên này, chỉ có sự thay đổi mực nước thủy triều là được tính đến, còn các hiện tượng như nước dâng do gió, sóng, bão... đã bị bỏ qua trong tính toán.

## 4.2 Chiều cao sóng

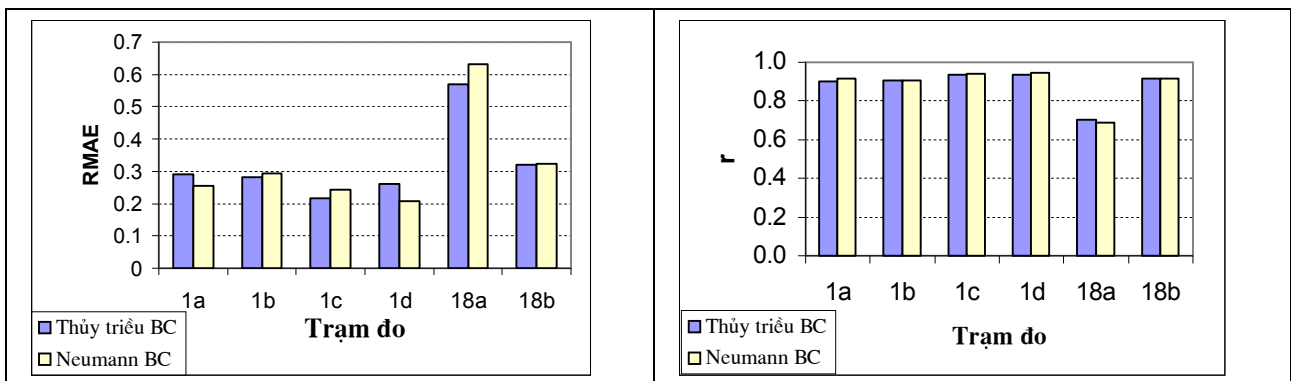


Hình 4. Các thông số thống kê tính cho chiều cao sóng

Nhìn chung, kết quả tính toán sóng từ mô hình là rất khả quan với hệ số tương quan  $r > 0.9$  tại tất cả các trạm đo sóng, giá trị sai số RMAE nhỏ, trong phạm vi từ 0.04 đến 0.16. Nguyên

nhân chính dẫn tới sai số lớn hơn trong trường hợp áp dụng điều kiện biên là mực nước thủy triều là do sai số trong dự báo mực nước khi bỏ qua các yếu tố khí tượng.

## 4.3 Vận tốc dọc bờ



Hình 5. Các thông số thống kê tính cho vận tốc

Ta có nhận xét rằng sai số lớn hơn trong dự báo mực nước không ảnh hưởng tới dự báo vận tốc dọc bờ. Hình 5 chỉ rõ rằng hai điều kiện biên áp dụng cho ra kết quả dự báo vận tốc dọc bờ gần như nhau tại tất cả các trạm đo (sai số trung bình khoảng 0.32, hệ số tương quan trung bình tại các vị trí đo vận tốc  $r = 0.88$ ). Điều này có thể lý giải rằng gradient mực nước mới là yếu tố quan trọng trong dự báo vận tốc dọc bờ chứ

không phải là chính mực nước.

## 5. KẾT LUẬN

Áp dụng điều kiện biên Neumann trong mô phỏng các yếu tố thủy động lực học tại bờ biển đưa ra kết quả rất khả quan. Đặc biệt khi dự báo về mực nước và sóng sai số giữa các liệt số liệu tính toán và đo đạc rất nhỏ và độ tương quan rất cao. Kết quả dự báo vận tốc dòng chảy từ mô hình tương đối phù hợp với thực tế.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Nguyễn Thị Thúy Điểm. Hydrodynamic and morphodynamic evaluation of Delft3D with measurements at the Egmond coast, the Netherlands. MSc Thesis. Delft. 2004.
- [2] E.T.J.M.van der Velden. Coastal Engineering. IHE Delft. 1995.
- [3] Roelving, J.A and Walstra, D.J.R., Keeping simple by complex model. The 6th International Conference on Hydrosience and Engineering (ICHE-2004), Brisbane, Australia. 2004

### Abstract

#### APPLICATION OF NEUMANN BOUNDARY CONDITION IN HYDRODYNAMIC MODELLING

*It is very important to choose the right boundary condition when applying any numerical model. For coastal region, due to a combination of processes acting on the model domain, a certain water level or velocity distribution will develop in cross-shore direction. The boundary condition has to match this distribution to prevent the development of boundary disturbances. A good solution is to impose the along shore water gradient (a so called Neumann boundary condition) instead of a fixed water level or velocity (Roelvink and Walstra, 2004).*

*This paper presents the results the application of Neumann boundary condition in hydrodynamic modelling at the Egmond coast, the Netherlands using Delft3D. It is shown that the calculated water levels at all stations match nearly exactly with the measurements. The model reproduces significant wave heights very well. Considering the longshore velocities, the model results are in good agreement with the observations.*

---

Người phản biện: PGS. TS. Vũ Minh Cát