SỬ DỤNG PHƯƠNG PHÁP BIẾN PHÂN ĐÁNH GIÁ ẢNH HƯỞNG CỦA HÌNH DẠNG CUNG TRƯỢT ĐẾN HỆ SỐ AN TOÀN ỔN ĐỊNH MÁI DỐC

Nguyễn Thái Hoàng[1], Đào Văn Hưng[1]

Tóm tắt: *Bài báo giới thiệu kết quả nghiên cứu ảnh hưởng của hình dáng cung trượt đến hệ số an toàn ổn định mái dốc đồng chất. Tác giả tiến hành so sánh cho ba dạng cung trượt: hình trụ tròn, parabol và hàm đa thức bậc ba đầy đủ. Nghiên cứu được tiến hành bằng việc áp dụng phương pháp biến phân, là phương pháp dựa trên việc giải phương trình vi phân Euler-Lagrange tìm ra mối liên hệ giữa phương trình cung trượt và phương trình mô tả quy luật phân bố ứng suất pháp dọc theo cung trượt. Phương pháp này thỏa mãn tất cả các phương trình cân bằng tĩnh học của khối đất cũng như các điều kiện biên ở hai điểm mút của mặt trượt theo ứng suất và phương của mặt trượt.*
Từ khóa: Hệ số an toàn ổn định, phương pháp biến phân, cung trượt, ứng suất.

1. MỞ ĐẦU

Công trình thủy lợi, cũng như các công trình giao thông, công trình dân dụng có thể được xây dựng trên nền phẳng ngang hoặc trên nền dốc. Nền đất, mái dốc đất đắp, mái dốc hố móng đều được gọi chung là khối đất và việc phân tích ổn định của khối đất là một trong những bài toán quan trọng của Địa kỹ thuật. Quá trình mất ổn định và bị phá hoại của mái dốc rất phức tạp, việc hình thành vùng biến dạng dẻo và mặt trượt diễn ra từ từ kèm theo sự biến đổi đáng kể về thể tích và hình dáng của khối đất.

Mục đích của việc phân tích ổn định mái dốc là xác định mức độ an toàn thông qua giá trị của *hệ số an toàn ổn định*. Hệ số an toàn ổn định thường được xác định bằng các phương pháp sử dụng thuyết bền Mohr-Coulomb.

Dựa vào các giả thiết được sử dụng, các phương pháp này có thể được chia làm ba nhóm, phổ biến nhất là nhóm các phương pháp sử dụng giả thiết khi mái đất bị phá hỏng, mặt trượt hình thành thì chỉ có các điểm trên mặt trượt đạt đến trạng thái cân bằng giới hạn theo thuyết bền Morh-Coulomb. Trong các phương pháp thuộc nhóm này, khối đất ở trạng thái cân bằng bền được đưa đến trạng thái cân bằng giới hạn bằng cách giảm trị số của các chỉ tiêu cường độ chống cắt của các lớp đất bên trong nó.

Theo quan điểm do Fellenius khởi xướng (Fellenius,1936), trong tính toán thường sử dụng giá trị tới hạn của cường độ chống cắt tương ứng với trạng thái tới hạn của khối đất và được xác định theo công thức sau:

$$\tau_k = \frac{\tau_{gh}}{k} = \frac{f\sigma + c}{k} = f_k\sigma + c_k, \qquad (1)$$

trong đó: k - là hệ số an toàn ổn định, f_k, c_k là các giá trị tới hạn của các chỉ tiêu cường độ chống cắt.

Điểm chưa hoàn thiện lớn nhất của các phương pháp này là không thỏa mãn các điều kiện cân bằng tĩnh học của khối đất trượt cũng như từng phân tố của nó, bỏ qua các điều kiện biên và một số phương pháp phải giả định trước cung trượt với hình dáng nhất định (Fredlund D.G, Krahn J, 1977).

Nhằm mục đích khắc phục những điểm chưa hoàn thiện trên, bài báo giới thiệu phương pháp biến phân (Bukhartsev V.N, Nguyen T.H, 2012), trong đó không chỉ thỏa mãn các phương trình cân bằng tĩnh học của khối đất cũng như từng phân tố mà còn thỏa mãn các điều kiện biên ở hai điểm mút của mặt trượt theo ứng suất pháp và phương của mặt trượt. Phương pháp này có thể dùng để khảo sát ảnh hưởng của các yếu tố khác nhau đến hệ số an toàn ổn định mái dốc.

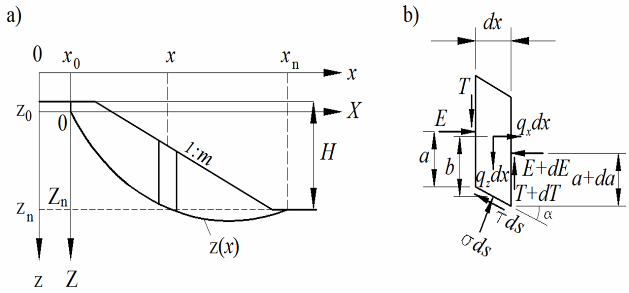
[1] *Khoa Công trình, Trường Đại học Thủy lợi.*

Trong khuôn khổ bài báo này nhóm tác giả sẽ trình bày ảnh hưởng của một trong các yếu tố đóng vai trò quan trọng đến hệ số an toàn ổn định đó là hình dạng của cung trượt.

2. NỘI DUNG VÀ KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU

Nghiên cứu được tiến hành với các mái dốc đồng chất, đối với các các mái dốc này bài toán biến phân có thể được diễn đạt như sau: Đối với mái dốc đồng chất hình dáng tùy ý, chịu tác dụng của tải trọng bất kỳ, yêu cầu xác định mặt trượt, đi qua hai điểm cho trước (x_0; z_0), (x_n; z_n), tương ứng với giá trị cực trị của hàm số c_k khi cho trước giá trị f_k. Ngoài ra tất cả các hàm số phải thỏa mãn các điều kiện biên và các phương trình cân bằng tĩnh học.

Sơ đồ tính toán hệ số an toàn của mái đất trong điều kiện bài toán phẳng với mặt trượt bất kỳ được biểu diễn trong hình 1.



Hình 1. Sơ đồ tính: a) Mái dốc và cung trượt; b) Các lực tác dụng lên phân tố.

Hệ phương trình cân bằng tĩnh học viết cho một phân tố thẳng đứng có chiều rộng *dx*, chiều cao *h* được ký hiệu như trong hình 1 có dạng như sau:

$$\sum X = 0: q_x dx - dE + z'\sigma dx - \tau dx = 0 \qquad (2)$$

$$\sum Z = 0: \quad q_z dx - dT - \sigma dx - z'\tau dx = 0 \qquad (3)$$

$$\sum M = 0: \quad m dx - dM + z'E dx - T dx = 0 \qquad (4)$$

trong đó: q_x, *dx*, *qz dx*: các thành phần hợp lực của các tải trọng phân bố mặt và thể tích theo phương đứng và phương ngang; $m = q_x b$, mômen của tải trọng ngang có cường độ q_x đối với trung điểm của đáy phân tố; *E*, *T*: lực tương tác giữa các phân tố, là tổng hợp lực của tất cả các ứng suất pháp và ứng suất tiếp, tác dụng lên cạnh thẳng đứng của phân tố; $M = Ea$: mômen của lực *E* gây ra đối với đáy phân tố; τ, σ: các thành phần ứng suất tác dụng lên hạt đất nằm trên mặt trượt; $z = z(x)$: hàm liên tục và khả vi, miêu tả mặt trượt; z': đạo hàm của hàm số $z(x)$ theo x trong khoảng [x_0; x_n].

Lấy tích phân cho toàn miền từ x_0 đến x_n ta thu được hệ ba phương trình cân bằng sau:

$$\int_{x_0}^{x_n} \left[\tau_k + \frac{E_n - E_0}{x_n - x_0} - q_x - z'\sigma \right] dx = 0 \qquad (5)$$

$$\int_{x_0}^{x_n} \left[\tau_k z' + \frac{T_n - T_0}{x_n - x_0} - q_z + \sigma \right] dx = 0 \qquad (6)$$

$$\int_{x_0}^{x_n} \left\{ T_n + \frac{M_n - M_0 - (z_n - z_0)E_n}{x_n - x_0} + \tau_k[(x - x_0)z' - (z - z_0)] - \right. \qquad (7)$$

$$\left. - m + (z - z_0)q_x - (x - x_0)q_z + \sigma[(z - z_0)z' + (x - x_0)] \right\} dx = 0$$

Hệ phương trình này chứa 5 ẩn là các hàm số: E, T, M, z và σ, như vậy bài toán đánh giá ổn định mái dốc theo sơ đồ phẳng là bài toán với hai bậc không xác định. Các phương pháp đánh giá ổn định mái dốc theo phương pháp cân bằng giới hạn phổ biến hiện nay thường giả định trước mặt trượt và bổ sung một giả thiết khác trực tiếp hay gián tiếp giúp xác định được giá trị ứng suất pháp σ.

Trong phương pháp biến phân, giá trị tới hạn của một tham số chống cắt khi cho trước giá trị của tham số kia được xác định từ phương trình là tổ hợp của hệ ba phương trình cân bằng trên, trong đó vai trò các phương trình này là như nhau:

$$F_5 - F_6 + \lambda_1(F_1 - F_2) + \lambda_2(F_3 - F_4) = 0 \qquad (8)$$

với λ_1, λ_2: là các hệ số tự do;

trong đó:

$$F_1 = \int_0^1 \tau dX; \; F_2 = \int_0^1 (q_x - \frac{E_n - E_0}{x_n - x_0} + Z'\sigma) dX;$$

$$F_3 = \int_0^1 \tau Z' dX;$$

$$F_4 = \int_0^1 (q_z - \frac{T_n - T_0}{x_n - x_0} - \sigma) dX;$$

$$F_5 = \int_0^1 \tau(XZ' - Z) dX;$$

$$F_6 = \int_0^1 \left[\begin{array}{l} Z_n E_n - T_n - \dfrac{M_n - M_0}{x_n - x_0} + \dfrac{m}{x_n - x_0} - Zq_x + Xq_z - \\ \sigma(ZZ' + X) \end{array} \right] dX;$$

với: $X = \dfrac{x - x_0}{x_n - x_0}$, $Z = \dfrac{z - z_0}{x_n - x_0}$, $Z' = \dfrac{dZ}{dX}$.

Sau khi thay vào phương trình (8) các biểu thức *Fi* (*i*=1,...,6) và biến đổi tương đương ta thu được biểu thức xác định chỉ số lực dính tới hạn c_k:

$$c_k = \int_0^1 \frac{P}{J} dX \tag{9}$$

với: $P = Q - \sigma\psi$,

$$J = \int_0^1 \left[(X + \lambda_2)Z' - Z + \lambda_1\right] dX \neq 0,$$

$$Q = Z_n E_n - T_n - \frac{\lambda_1(E_n - E_0) + \lambda_2(T_n - T_0) + M_n - M_0 - m}{x_n - x_0} + (X + \lambda_2)q_z - (Z - \lambda_1)q_x,$$

$$\psi = (X + \lambda_2)(1 + f_k Z') + (Z - \lambda_1)(Z' - f_k).$$

Để hàm số σ thỏa mãn các điều kiện biên tại hai điểm mút của mặt trượt nó phải có ít nhất hai hệ số tự do. Chúng ta biểu diễn hàm số σ dưới dạng tổng của hai hàm số liên tục và khả vi trong khoảng $X \in (0; 1]$:

$$\sigma = \sigma_0 + (\sigma_n - \sigma_0)X + sZ \tag{10}$$

Các giá trị σ_0 và σ_n phụ thuộc vào tải trọng tại các điểm mút của mặt trượt. Đối với ví dụ chúng ta đang xét, điều kiện biên về ứng suất pháp tại hai đầu mút cung trượt tương ứng với thuyết bền Morh-Coulomb được xác định như sau (Bukhartsev V.N, Nguyen T.H, 2013):

$$\sigma_0 = \frac{\gamma_d h_0\left(\sqrt{1+f^2} - f\right) - c}{\sqrt{1+f^2}}, \quad \sigma_n = \frac{c}{\sqrt{1+f^2}} \tag{11}$$

với: γ_d trọng lượng riêng của đất, h_0 độ sâu của khe nứt đứng, có thể được tạo ra ở đầu mặt trượt do một tác động mạnh tức thời nào đó gây ra ví dụ động đất.

Giá trị của h_0 được xác định theo thuyết bền Mo thay đổi trong khoảng như sau (Bukhartsev V.N, Nguyen T.H, 2013) :

$$\frac{c_k}{\gamma_d}\left(\sqrt{1+f_k^2} + f_k\right) \le h_0 \le \frac{2c_k}{\gamma_d}\left(\sqrt{1+f_k^2} + f_k\right) \tag{12}$$

Để thuận tiện cho tính toán (12) được viết lại dưới dạng sau:

$$h_0 = a\frac{c_k}{\gamma_d}\left(\sqrt{1+f_k^2} + f_k\right) \tag{12'}$$

với: $a \in [1; 2]$ hệ số tỷ lệ.

Giá trị tới hạn của tham số chống cắt c_k, được xác định từ phương trình (9) là phiếm hàm của hàm số Z(X) với hàm số σ(X) chưa xác định. Để giải quyết bài toán đặt ra, hàm số dưới dấu tích phân *F=P/J* trong biểu thức (9) phải thỏa mãn phương trình vi phân Euler-Lagrange:

$$\frac{\partial F}{\partial Z} - \frac{d}{dX}\left(\frac{\partial F}{\partial Z'}\right) = 0 \tag{13}$$

Thay các biểu thức xác định *P*, *J* và σ vào (13), sau khi biến đổi ta thu được phương trình sau:

$$\psi_1 s + \psi_2 s' + \psi_3 = 0 \tag{14}$$

trong đó:

$$\psi_1 = \left[2f_k J - \psi - \left(\frac{1}{2} + \lambda_2\right)\psi'\right]Z + \left\{J\left[f_k(X + \lambda_2) + Z - \lambda_1\right] - \left(\frac{1}{2} + \lambda_2\right)\psi\right\}Z' - J\psi,$$

$$\psi_2 = \left\{J\left[f_k(X + \lambda_2) + Z - \lambda_1\right] - \left(\frac{1}{2} + \lambda_2\right)\psi\right\}Z,$$

$$\psi_3 = Q + \left(\frac{1}{2} + \lambda_2\right)Q' + J\frac{\partial Q}{\partial Z} + \left[2f_k J - \psi - \left(\frac{1}{2} + \lambda_2\right)\psi'\right]\left[\sigma_0 + (\sigma_n - \sigma_0)X\right] + \left\{J\left[f_k(X + \lambda_2) + Z - \lambda_1\right] - \left(\frac{1}{2} + \lambda_2\right)\psi\right\}(\sigma_n - \sigma_0).$$

Nghiệm của phương trình vi phân (14) có xét đến điều kiện biên có dạng như sau:

$$s = s_1 e^{-u} + \eta \tag{15}$$

với: $u = \int_X^1 \frac{\psi_1}{\psi_2} dX$, $\eta = e^{-u}\int_X^1 \frac{\psi_3}{\psi_2} e^u dX$, s_1 hệ số bất kỳ.

Thay vào phương trình (10) ta có:

$$\sigma = \sigma_0 + (\sigma_n - \sigma_0)X + Z\eta \tag{16}$$

Biểu thức (16) nêu lên mối quan hệ giữa hai hàm số chưa biết là Z và σ. Nếu biết hàm Z chúng ta sẽ xác định được hàm σ.

Giá trị của hai hệ số λ_1, λ_2 được xác định từ hai phương trình cân bằng (5) và (6), phương trình cân bằng còn lại (7) được dùng để xác định giá trị của hệ số an toàn *k*.

Như vậy phương pháp biến phân đưa bài toán đánh giá ổn định mái dốc với hai bậc tự do về bài toán có một bậc tự do bằng cách sử dụng phương trình vi phân Euler-Lagrange. Bằng việc giảm đi một giả thiết phương pháp biến phân giúp nâng cao độ tin cậy trong các kết quả tính toán so với các phương pháp cùng nhóm.

Sử dụng phương pháp biến phân như trình bày ở trên, nhóm tác giả tiến hành nghiên cứu ảnh hưởng của hình dạng cung trượt đến hệ số an toàn ổn định mái dốc đồng chất. Nghiên cứu được tiến hành với mái dốc có chiều cao H=10m, hệ số mái m=2 và trọng lượng riêng của đất γ_d=17kN/m^3.

Nhóm tác giả tiến hành nghiên cứu cho ba dạng cung trượt là: cung trụ tròn, parabol và đa thức bậc ba đầy đủ. Phương trình giải tích của các dạng mặt trượt này như sau:

1) Cung trụ tròn

$$z = z_c + \sqrt{r^2 - (x - x_c)^2} \tag{17}$$

Với x_c, z_c, r – tọa độ tâm cung tròn và bán kính cung tròn.

2) Parabol

$$z = z_0 + \left[z'_0 X - \frac{z'_0 - z'_n}{2} X^2 \right] (x_n - x_0) \tag{18}$$

3) Hàm bậc ba đầy đủ

$$z = z_0 + \left[\begin{array}{l} z'_0 X + \left(3\dfrac{z_n - z_0}{x_n - x_0} - 2z'_0 - z'_n \right) X^2 + \\ \left(z'_0 + z'_n - 2\dfrac{z_n - z_0}{x_n - x_0} \right) X^3 \end{array} \right] (x_n - x_0) \tag{19}$$

Đối với ví dụ chúng ta đang xét, các giá trị đạo hàm của hàm số miêu tả hình dáng mặt trượt tại hai điểm mút tương ứng với thuyết bền Morh-Coulomb được xác định như sau:

$$z'(x_0) = z'_0 = tg\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right), \tag{20}$$

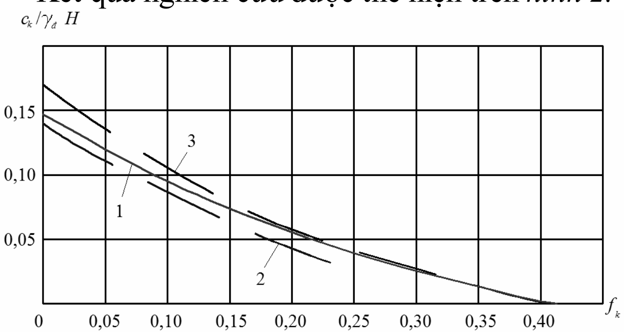
$$z'(x_n) = z'_n = -tg\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \tag{21}$$

Nếu cung trượt giao với mái dốc thì tại vị trí điểm cuối cung trượt điều kiện biên về đạo hàm sẽ là:

$$z'(x_n) = z'_n = -tg\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} - \beta \right) \tag{22}$$

Với: β = arc tg(1/m).

Kết quả nghiên cứu được thể hiện trên *hình 2.*



Hình 2. Đường quan hệ giữa các giá trị tới hạn của các chỉ tiêu cường độ chống cắt với các dạng cung trượt khác nhau: 1. cung trụ tròn; 2. parabol; 3. đa thức bậc 3 đầy đủ

Kết quả nghiên cứu cho thấy mặt trượt hình trụ tròn nguy hiểm nhất đối với các loại đất rời (cụ thể đối với ví dụ mái dốc đang nghiên cứu là f_k > 0,364). Đối với các loại đất dính (trong khoảng phân bố còn lại của f_k) mặt trượt nguy hiểm nhất là dạng đa thức bậc 3. Mặt trượt dạng parabol là ít nguy hiểm nhất trong ba loại trên, ngoài ra nó có thể xảy ra với một khoảng nhất định của giá trị f_k.

Kết quả nghiên cứu còn chỉ ra rằng, trong số các mặt trượt giao với mái dốc thì mặt trượt nguy hiểm nhất là mặt trượt đi qua chân mái dốc.

3. KẾT LUẬN

Phương pháp biến phân đã khắc phục được một số điểm chưa hoàn thiện của nhóm các phương pháp sử dụng thuyết bền Morh-Coulomb. Trong phương pháp này tất cả các điều kiện cân bằng tĩnh học của khối đất trượt cũng như từng phân tố của nó đều thỏa mãn, ngoài ra còn thỏa mãn các điều kiện biên ở hai điểm mút của mặt trượt theo ứng suất pháp và phương của mặt trượt.

Theo các kết quả nghiên cứu hình dạng cung trượt là yếu tố quan trọng ảnh hưởng đến hệ số an toàn ổn định của mái dốc, đặc biệt là đối với các loại đất dính. Nghiên cứu này đặt tiền đề cho việc tìm ra hình dáng nguy hiểm nhất của cung trượt trên cơ sở phương pháp biến phân.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Fellenius W, (1936). *Calculation of the stability of earth dams*. Proceeding of the Second Congress on Large Dams. Vol. 4.

Fredlund D.G, Krahn J. (1977). *Comparison of slope stability methods of analysis*. Canadian Geotechnique Journal. Vol. 14.

Bukhartsev V.N, Nguyen T.H. (2012). *Оценка устойчивости грунтовых массивов*. Инженерно - строительный журнал. №9.

Bukhartsev V.N, Nguyen T.H. (2013). *Учет граничных условий при оценке устойчивости грунтовых массивов*. Инженерно-строительный журнал. №1.

Bukhartsev V.N, Nguyen T.H. (2014). *Применение вариационного метода к оценке устойчивости обводненных грунтовых откосов*. Инженерно-строительный журнал. №6.

Abstract:

USING VARIATIONAL METHOD TO EVALUATE THE EFFECTS OF SLIP SURFACE SHAPE ON THE SAFETY FACTOR OF SLOPE STABILITY

This paper presents the results of the research on the effects of slip surface shape on the safety factor of homogeneous soil slopes. The investigation has been performed by comparison of three types of slip surfaces (i.e. circular, parabolic, and third-order polynomial slip surfaces) using the variational method, which basically based on solving Euler-Lagrange differential equation to find out the relationship between the slip surface equation and the equation describing the law of normal stress distribution along the surface. This method satisfies all the equilibrium equations of the soil mass as well as the boundary conditions at the two endpoints of the slip surface in terms of the stresses and the direction of the slip surface.

Keywords: slope stability analysis, the factor of safety, variational method, slip surface, boundary conditions.

BBT nhận bài: 07/6/2017

Phản biện xong: 21/6/2017