

MỞ RỘNG ĐỊNH LÝ VỀ GIAO TUYẾN PHẪNG CỦA PARABOLOID TRÒN XOAY.

Định lý về giao tuyến phẳng của Paraboloid tròn xoay giúp cho việc giải các bài toán về giao trong Hình học họa hình liên quan tới Paraboloid tròn xoay trở nên dễ dàng hơn. Tuy nhiên, phạm vi ứng dụng của nó chỉ hạn chế trong trường hợp Paraboloid là mặt tròn xoay.

Định lý: (Trang 257, sách **Hình học họa hình**- Hoàng Văn Thân, Đoàn Như Kim, Dương Tiên Thọ, NXB KHKT, 2005).¹

“Mọi giao tuyến của Paraboloid tròn xoay với một mặt phẳng song song với trục xoay là một Parabol bằng Parabol kính tuyến.

Mọi giao tuyến với một mặt phẳng không song song với trục, chiếu thành vòng tròn lên trên một mặt phẳng vuông góc với trục”.

Định lý này đã được chứng minh bằng phương pháp giải tích và hình học sơ cấp.

Tuy nhiên, nếu nhìn nhận từ khía cạnh cấu tạo xạ ảnh của mặt Paraboloid, ta có thể phát biểu một định lý tổng quát hơn đối với **Paraboloid Elliptic** và với mặt phẳng hình chiếu bất kỳ.

ĐỊNH LÝ MỞ RỘNG CỦA GIAO TUYẾN PHẪNG VỚI PARABOLOID TRÒN XOAY:

1. Mọi giao tuyến phẳng song song nhau và song song với trục của một Paraboloid Elliptic là những Parabol bằng nhau.

Từ khóa: giao tuyến, mặt phẳng, song song, trục.

Chứng minh:

Để chứng minh định lý, ta chỉ cần chứng minh hai tiết diện phẳng bất kỳ song song nhau và song song với trục của Paraboloid là hai Parabol bằng nhau.

Giả sử, cho mặt Paraboloid Elliptic Φ , T_∞ là điểm tiếp xúc của Φ với mặt phẳng vô tận (∞).

Nếu hai mặt phẳng $P//Q$ và song song với trục của Φ thì chúng cùng cắt mặt phẳng (∞) theo đường thẳng a_∞ đi qua điểm T_∞ , hình 1.

Gọi ϕ_1 là giao của P với Φ .

Gọi ϕ_2 là giao của Q với Φ .

Hai đường cong ϕ_1, ϕ_2 xác định một chùm mặt cong bậc hai. Như đã biết, trong chùm mặt

Nguyễn Thị Kim Hiền¹

bậc hai tồn tại 4 mặt nón, 4 đỉnh nón tạo thành tứ diện đối với tất cả các mặt của chùm (**Hình học xạ ảnh**, Nguyễn Cảnh Toàn,).

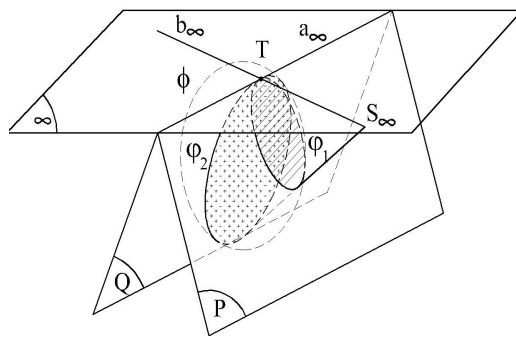
Vì đường cong cơ sở của chùm mặt bậc hai là hai đường cong phẳng ϕ_1, ϕ_2 có chung tiếp tuyến a_∞ tại T_∞ nên có 3 mặt nón thuộc chùm cùng suy biến thành cặp mặt phẳng P và Q , một mặt nón không suy biến có đỉnh S_∞ thuộc đường thẳng b_∞ liên hợp với đường thẳng a_∞ đối với Φ .

Điều này có nghĩa là ϕ_1, ϕ_2 là hai tiết diện song song, cùng thuộc một mặt trụ. Vậy chúng là 2 đường cong bậc hai Parabol bằng nhau.

2. Mọi giao tuyến phẳng của một Paraboloid Elliptic, được cắt bởi những mặt phẳng không song song với trục (t), được chiếu theo hướng song song với trục (t) lên mặt phẳng hình chiếu Π bất kỳ là những đường cong vị tự và vị tự với họ tiết diện của Paraboloid song song với mặt phẳng hình chiếu.

Từ khóa: giao tuyến, mặt phẳng, song song, chiếu, hướng, trục, đường cong vị tự.

Chứng minh:



Gọi a_∞ và b_∞ là những đường thẳng vô tận của Paraboloid,

$$a_\infty \cap b_\infty = T_\infty$$

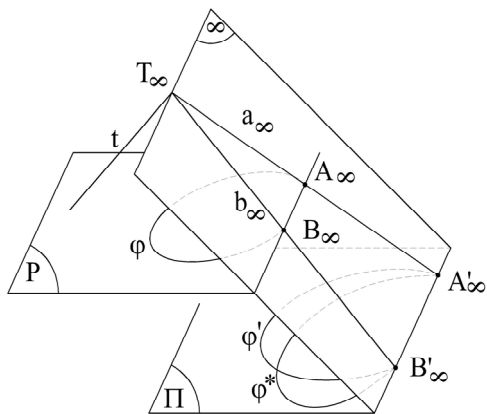
Các mặt phẳng song song với mặt phẳng hình chiếu sẽ cắt Paraboloid theo các đường cong ϕ^* đi qua A'_∞, B'_∞ .

Trong đó:

$$A'_\infty = a_\infty \cap \Pi.$$

$$B'_\infty = b_\infty \cap \Pi.$$

¹ Đại học Thủy lợi



Hình 2

Một tiết diện phẳng bất kỳ (φ) của Paraboloid thuộc mặt phẳng P có điểm vô tận là $A_\infty \in a_\infty$ và $B_\infty \in b_\infty$.

Trong phép chiếu song song theo phương trục t lên Π , tức là chiếu từ tâm T_∞ , rõ ràng A'_∞, B'_∞ là hình chiếu của A_∞, B_∞ (thuộc φ). Hình 2. Như vậy, φ được chiếu thành φ' luôn qua hai điểm cố định A'_∞, B'_∞ .

Với P thay đổi, quỹ đạo $A_\infty \in T_\infty A'_\infty, B_\infty \in T_\infty B'_\infty$. Điều này có nghĩa các tiết diện phẳng của Paraboloid có hình chiếu trên Π là những đường cong φ' có chung hai điểm vô tận A'_∞ và B'_∞ . Vì vậy, chúng là các đường cong vị tự và vị tự với họ tiết diện φ^* của Paraboloid song song với mặt phẳng hình chiếu Π .

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nguyễn Cảnh Toàn (1963), “Hình học xạ ảnh”, NXB Giáo dục, Hà Nội.
2. Hoàng Văn Thân, Đoàn Như Kim, Dương Tiên Thọ (2005), “Hình học họa hình”, NXB Khoa học và Kỹ thuật.

Abstracts

THE EXPANDED THEOREM ON A SECTION BETWEEN THE PLANES AND A PARABOLOID.

1. The sections of the parallel planes which parallel the axis of a Elliptic – Paraboloid with this Paraboloid are the equal Parabols.

Keywords: section, parallel, axis.

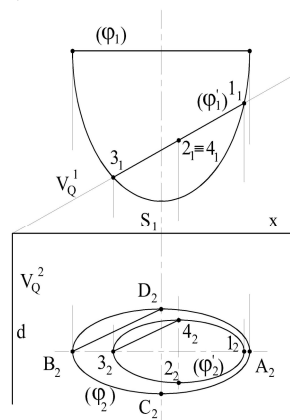
2. The sections of the parallel planes which are not parallel to the axis (t) of a Elliptic–Paraboloid was projected in the direction parallel to the axis (t) on any projection plane Π are the homothetic curves and homothetic with the sections of Paraboloid was cut by the parallel planes to the plane of projection.

Keywords: section, plane, parallel, projected, direction, axis, homothetic curve

Để thấy định lý về giao tuyến phẳng của Paraboloid tròn xoay là một trường hợp đặc biệt của định lý mở rộng được trình bày ở trên, khi mặt Paraboloid là tròn xoay và mặt phẳng hình chiếu Π vuông góc với trục.

Ví dụ minh họa:

Hình 3, vẽ hình chiếu bằng φ'_2 của tiết diện (φ') được cắt bởi mặt phẳng Q không song song với trục t của một Paraboloid Elliptic, nó là đường cong vị tự với hình chiếu bằng (φ_2) của đường cong (φ) được cắt bởi mặt phẳng song song với mặt phẳng hình chiếu bằng. Vì vậy, (φ'_2) được xác định từ φ_2 nhờ tính chất vị tự giữa φ'_2 và φ_2 .



Hình 3

Người phản biện: TS. Bùi Văn Dũng

BBT nhận bài: 5/7/2012
Phản biện xong: 26/9/2012