

ĐỘ CỨNG ÂM VÀ ỨNG DỤNG TRONG THỰC TẾ

Nguyễn Hồng Ngân, Lưu Thanh Tùng

Trường Đại học Bách Khoa, ĐHQG-HCM

(Bài nhận ngày 26 tháng 01 năm 2006, hoàn chỉnh sửa chữa ngày 27 tháng 08 năm 2006)

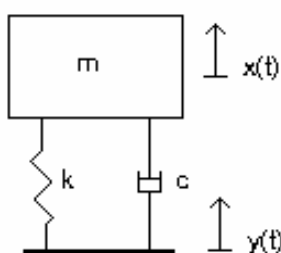
TÓM TẮT: Trong hệ dao động một bậc tự do, để ngăn dao động từ nền thì hệ nên có độ cứng nhỏ nhất có thể. Tuy nhiên với cùng một khối lượng, độ cứng của hệ nào càng nhỏ thì chuyển vị ban đầu càng lớn và tới một mức nào đó thì độ biến dạng quá lớn không thể chấp nhận được. Trong bài báo này, lò xo có độ cứng âm được giới thiệu. Khi một lò xo độ cứng âm được mắc song song với lò xo, thông thường thì có thể làm cho độ cứng của hệ có thể bằng không. Những thí nghiệm cũng được giới thiệu trong bài báo này sẽ chứng minh khả năng ngăn dao động của hệ lò xo độ cứng âm.

1. GIỚI THIỆU

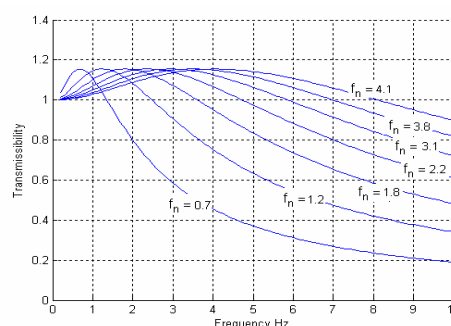
Một hệ dao động một bậc tự do có thể mô hình hóa gồm khối lượng, lò xo và giảm chấn (Hình 01). Theo [3],[8], khi tần số tự nhiên càng thấp thì bandwidth càng hẹp và hệ sẽ suy giảm dao động càng nhanh ở tần số cao. Tần số tự nhiên có thể đơn giản được viết như (1). Với cùng một khối lượng, muốn giảm tần số tự nhiên thì độ cứng của lò xo phải giảm. Tuy vậy, [3] đã cho thấy rằng giảm độ cứng lò xo bị hạn chế do độ biến dạng tĩnh của lò xo. Nếu muốn đạt tần số tự nhiên thấp hơn 1 Hz thì chiều dài của lò xo tối thiểu dài 0,5 m. Điều này là bất khả thi trong thực tế. Chính vì vậy không thể giảm độ cứng bằng phương pháp thông thường.

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (1)$$

Nơi đây, K là độ cứng lò xo nâng, m là khối lượng vật. ω là tần số riêng của hệ.



Hình 1. Mô hình dao động 1 bậc tự do



Hình 2. Tần số tự nhiên càng thấp, bandwidth càng hẹp và dao động sẽ suy giảm nhanh ở tần số cao

Theo [3], lò xo khí (air spring) có thể đạt được độ cứng thấp như có thể. Độ cứng của lò xo khí có thể viết như sau:

$$k = \frac{\gamma \cdot P A^2}{V_0} \quad (2)$$

Nơi đây, γ là hệ số giãn nở đoạn nhiệt, P là áp suất, V_0 là thể tích ban đầu, A là diện tích của lò xo khí

Khi gia tăng thể tích ban đầu thì độ cứng giảm tương ứng. Tuy nhiên khi gia tăng thể tích ban đầu này thì hệ sẽ trở nên cứng kẻo. Ngoài ra hệ thống lò xo khí thường rất đắt tiền khi so sánh với hệ lò xo thép.

Một nghiên cứu khác lại chú tâm vào lò xo phi tuyến. Lò xo phi tuyến có thể đạt độ cứng rất thấp. Tuy nhiên lò xo phi tuyến sẽ dễ mất ổn định khi tần số tự nhiên rất thấp. Không những vậy, hệ lò xo phi tuyến sẽ không đạt được tần số tự nhiên như thiết kế nếu hệ thống không làm việc trong khoảng vị trí đã thiết kế.

Trong bài báo này, hệ thống lò xo có độ cứng âm được giới thiệu. Kết cấu của hệ bao gồm một lò xo thông thường mắc song song với một lò xo độ cứng âm. Hệ sẽ được thiết kế sao cho tổng độ cứng của hệ gần bằng không. Điều này sẽ làm cho tần số tự nhiên của hệ gần bằng không. Khi tần số tự nhiên tiến gần về không thì khả năng suy giảm dao động truyền từ nền lên khối lượng suy giảm rõ rệt. Những kết quả thí nghiệm sẽ minh chứng điều này. Không chỉ dừng ở giá trị thực nghiệm, trong bài báo cũng đưa ra các thuật toán giải quyết các tham số của hệ thống để có thể đạt được độ cứng thấp nhất

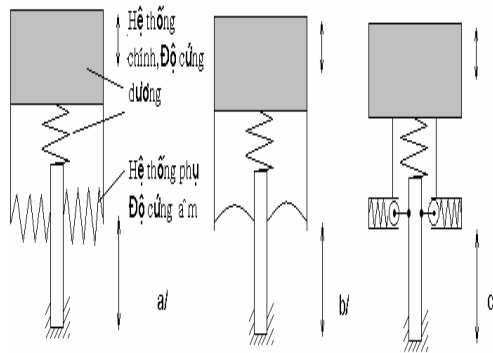
2. ĐỘ CỨNG ÂM

Trong hệ thống đàn hồi, độ cứng có thể được viết như sau:

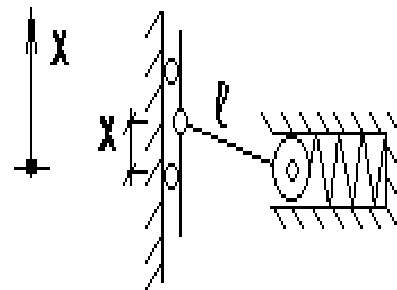
$$K = - \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta x} \quad (4)$$

Trong đó F là lực tác dụng lên hệ đàn hồi, x là biến dạng của hệ đàn hồi dưới tác dụng của lực, K là độ cứng của hệ.

Vậy nếu ngoại lực và biến dạng là cùng chiều thì độ cứng của hệ đàn hồi sẽ âm. Hình (3) giới thiệu một số dạng độ cứng âm tiêu biểu.



Hình 3. Một số loại hệ thống đàn hồi độ cứng âm tiêu biểu kết hợp với lò xo thông thường độ cứng dương



Hình 4. Mô hình toán loại (I)

Vì các loại độ cứng âm được tính toán tương tự nhau nên mô hình loại (I) (Hình 3c) sẽ được chọn để tính toán độ cứng. Mô hình toán của hệ loại (I) có thể được minh họa như trong hình 4.

Thế năng của hệ có thể viết như sau:

$$U = \frac{1}{2} K_2 \left(\delta_0 - l + \sqrt{l^2 - x^2} \right)^2 \quad (5)$$

Lực phục hồi của hệ có thể viết như sau:

$$F = \frac{\partial U}{\partial x} = -K_2 \left(\delta_0 - l + \sqrt{l^2 - x^2} \right) \frac{x}{\sqrt{l^2 - x^2}} \quad (6)$$

Độ cứng sẽ là:

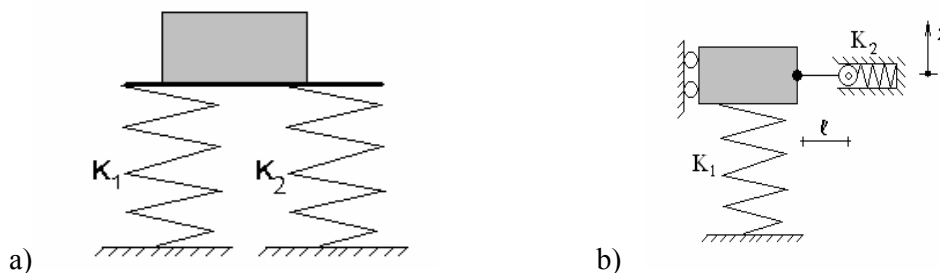
$$K = \frac{\partial F}{\partial x} = -K_2 - \frac{K_2(\delta_0 - l)l^2}{(l^2 - x^2)^{3/2}} \quad (7)$$

Nếu như chuyển vị của hệ trong khoảng $\left[-\sqrt{2l\delta_0 - \delta_0^2}, \sqrt{2l\delta_0 - \delta_0^2} \right]$ thì độ cứng luôn âm.

3. HỆ DAO ĐỘNG ĐỘ CỨNG GẦN BẰNG KHÔNG

Nếu một hệ dao động gồm 2 lò xo mắc song song như hình 5a thì độ cứng tương đương của hệ sẽ là :

$$K_{td} = K_1 + K_2 \quad (8)$$



Hình 5. a/ hệ hai lò xo thông thường mắc song song. b/ Hệ lò xo độ cứng âm và lò xo độ cứng dương mắc song song

Nếu hai độ cứng là dương thì độ cứng tương đương sẽ lớn hơn độ cứng từng phần. Tuy nhiên, nếu một trong hai lò xo có độ cứng âm và bằng nhau về giá trị thì độ cứng tương đương sẽ bằng không.

Theo hình 5b, thế năng của hệ là:

$$U = \frac{1}{2} K_1 x^2 + \frac{1}{2} K_2 \left(\delta_0 - l + \sqrt{l^2 - x^2} \right)^2 \quad (10)$$

Độ cứng của hệ là:

$$K = K_1 - K_2 - \frac{K_2(\delta_0 - l)l^2}{(l^2 - x^2)^{3/2}} \quad (11)$$

Độ cứng của hệ là một hàm theo giá trị biến dạng. Độ cứng thấp nhất có thể đạt được là tại $x=0$. Tại điểm này biểu thức liên hệ sẽ là:

$$K_1 = K_2 \frac{\delta_0}{l} \quad (12)$$

4. MÔ HÌNH VÀ KẾT QUẢ THÍ NGHIỆM

Mô hình thí nghiệm có kết cấu như hình 5b. Các tham số cấu tạo của mô hình được cho trong bảng 1.

Bảng 1. Các thông số của hệ thống độ cứng âm

T	Tên gọi	Giá trị
1	Độ cứng lò xo K_1	500N/m
2	Độ cứng lò xo K_2	600N/m
3	Độ dài của thanh đỡ l	60mm
4	Độ giãn dài ban đầu của lò xo K_2 là δ_0	Từ 30 tới 60mm

Thí nghiệm được thực hiện để đo tần số tự nhiên của hệ bằng cách thả khối lượng tại vị trí cách vị trí cân bằng một khoảng x_0 . Sau đó thay đổi độ giãn dài δ_0 để nhận thấy sự thay đổi tần số tự nhiên của hệ thống. Giá trị đo được cho trong bảng 2.

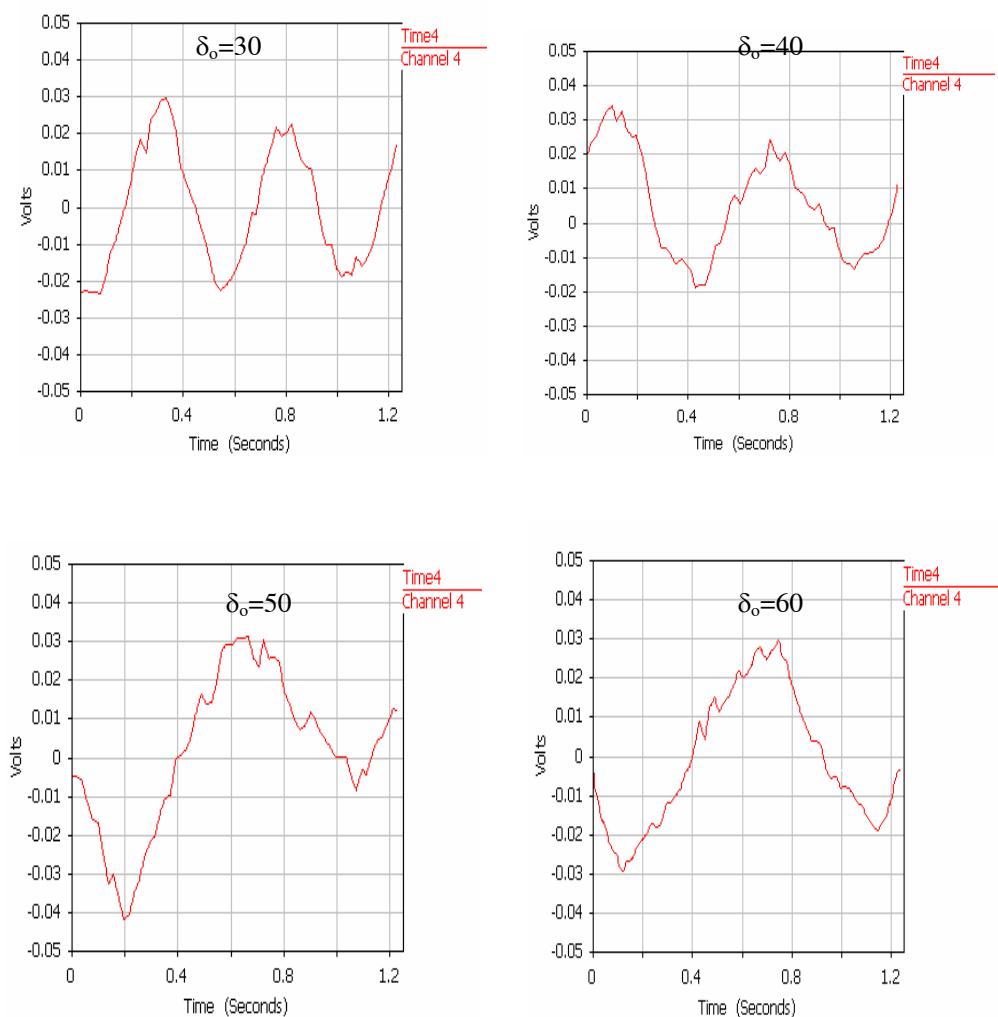


a)



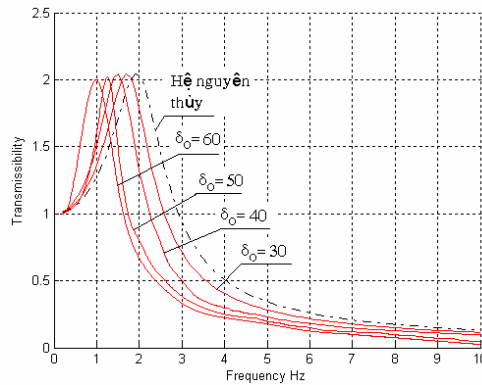
b)

Hình 6. a/ Mô hình thật để đo tần số tự nhiên. b/ Tiến hành đo đạc các thông số

**Hình 7.** Các số liệu đo đạc**Bảng 2.** Các giá trị đo được.

δ_o (mm)	Tần số riêng từ thí nghiệm Hz
0	1,99(Tần số hệ chính)
30	1,85
40	1,66
50	1,25
60	0,98

Để chứng minh khả năng ngăn dao động từ mặt nền lên khối lượng, thí nghiệm đo khả năng truyền dao động được thực hiện như hình 6b. Kết quả được cho trong hình 8.



Hình 8. Khả năng suy giảm dao động từ sàn lên khối lượng của hệ thống lò xo độ cứng âm

5. ỨNG DỤNG CỦA HỆ THỐNG ĐỘ CỨNG ÂM

Hệ thống độ cứng âm có nhiều ứng dụng trong thực tế theo như [17]. Hệ thống độ cứng âm được dùng trong thiết kế ghế xe buýt, hệ thống chống dao động của thiết bị cầm tay v.v. Trong nghiên cứu của bài báo, đối tượng hướng tới là bàn chống dao động phục vụ cho thí nghiệm. Hệ bàn chống dao động có thể đạt được tần số riêng 1 Hz theo phương thẳng đứng và 1.5 Hz theo phương ngang. Trước đây các bàn chống dao động được lắp đặt hệ thống lò xo khí. Tuy nhiên như phân tích ở phần giới thiệu, lò xo khí khá là đắt tiền và có thể tích ban đầu lớn. Sử dụng lò xo độ cứng âm đơn giản và rẻ tiền hơn rất nhiều. Không những vậy, lò xo độ cứng âm có tuổi thọ cao, độ vững chắc cao, thích hợp cho trường hợp va chạm mạnh.

6. KẾT LUẬN

Từ nghiên cứu của hệ lò xo độ cứng âm sẽ mở ra một tương lai cho ngành dao động trong lĩnh vực ngăn dao động từ nền lên vật. Theo các giá trị lý thuyết, các tham số của hệ thống độ cứng âm có thể được chọn sao cho tần số tự nhiên thấp như có thể. Thậm chí là bằng không. Theo các giá trị thí nghiệm, hệ thống độ cứng âm thích hợp dùng cho vùng tần số cao và biên độ lớn.

NEGATIVE STIFFNESS AND APPLICATION IN REALITY

Nguyen Hong Ngan, Luu Thanh Tung

University of technology, VNU-HCM

ABSTRACT: With the one degree of freedom, to prevent the vibration from the base, the spring stiffness should be as low as possible. However, with same mass, the smaller the system is, the longer the initial deformation is. In reality, this deformation is restricted when it reaches a certain threshold. In this paper, the negative stiffness is introduced. When the negative stiffness is connected in parallel with a normal spring, the equivalent stiffness can become zero. The experiment is made to prove the capability of anti-vibration.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Nick Mabbott, Gary Foster and Barbara McPhee, *Heavy Vehicle Seat Vibration and Driver Fatigue*, ARRB Transport Research Ltd, 2004.

- [2]. Neil J. Mansfield, Michael J. Griffin, *Difference thresholds for automobile seat vibration*, Human Factors Research Unit, Institute of Sound and Vibration Research, University of Southampton, Southampton SO17 1BJ, UK, 1999.
- [3]. I.Hostens, K. Deprez, H. Ramon, *An improved design of air suspension for seats of mobile agricultural machines*, Laboratory for Agro-machinery and Processing, Katholieke Universiteit Leuven, Kasteelpark Arenberg 30, Leuven 3001, Belgium, 2003.
- [4]. N. Nawayseh, M.J. Griffin, *Tri-axial forces at the seat and backrest during whole-body vertical vibration*, Journal of Sound and Vibration. 2003,.
- [5]. G. S. Paddan, M. J. Griffin, *Evaluation of whole-body vibration in vehicles*, Human Factors Research Unit, Institute of Sound and Vibration Research, University of Southampton, Highfield, Southampton, SO17 1BJ, Hampshire, England, 2001.
- [6]. Neil J. Mansfield, Michael J. Griffin, *Non-linearities in apparent mass and transmissibility during exposure to whole-body vertical vibration*, Human Factors Research Unit, Institute of Sound and Vibration Research, University of Southampton, Southampton SO17 1BJ, UK, 2000.
- [7]. J. A. Tamboli, S. G. Joshi, *Optimum design of a passive suspension system of a vehicle subjected to actual random road excitations*, KIT's College of Engineering, Gokul Shirgaon, Kolhapur-416 234, India, 1998.
- [8]. Leonard Meirovitch, *Element of vibration analysis*, McGraw-Hill International Edition, p15-34
- [9]. John Winterflood, B.App.Sc., P.G.Dip, *High performance vibration isolation for gravitational wave detection*, PhD thesis, The University of Western Australia, Department of Physics, 2001.
- [10]. Cruz Chaidez, *Contribution to the Assessment of the Efficiency of Friction Dissipaters for Seismic Protection of Buildings*, PhD Thesis, Technical University of Catalonia, Barcelona, Spain. 2003.
- [11]. D. R. Huston, C. C. Johnson, M. A. Wood and X. Zhao, *Vibration attenuating characteristics of air filled seat cushions*, Department of Mechanical Engineering and The McClure Musculoskeletal Research Center, University of Vermont, Burlington, VT 05405, U.S.A. 1998
- [12]. Katsuya Toyofuku, Chuuji Yamada, Toshiharu Kagawa, Toshinori Fujita, *Study on dynamic characteristic analysis of air spring with auxiliary chamber*, Isuzu Advanced Engineering Center, Limited, 8 Tsuchidana, Fujisawa, Kanagawa 252-8501, Japan, 1999.
- [13]. J. Ellison, G. Ahmadi, *Passive vibration control of airborne equipment using a circular steel ring*, Department of Mechanical and Aeronautical Engineering, Clarkson University, Potsdam, N 13699-5725, U.S.A. 2000.
- [14]. L.N. Virgin, R.B. Davis, *Vibration isolation using buckled struts*, Department of Mechanical Engineering, Pratt School of Engineering, Duke University, Box 90300, Durham, NC 27708-0300, USA, 2003.
- [15]. Thomas Gunston, *The development of a suspension seat dynamic model*, Human Factors Research Unit Institute of Sound and Vibration Research University of Southampton Southampton SO17 1BJ England, 2003.
- [16]. C. Erin and B. Wilson, *An improved model of a pneumatic vibration isolator: theory and experiment*, Department of MIME, Northeastern University, Boston, MA, U.S.A, 1998.
- [17]. E. Rivin, *Vibration protecting and measuring systems with quasi-zero stiffness*, Department of Mechanical Engineering Wayne state University, Detroit, Michigan.p10-40.

- [18]. C.-M. Lee, V.N. Goverdovskiy, S.B. Samoilenko, *Prediction of non-chaotic motion of the elastic system with small stiffness*, Journal of Sound and Vibration, 2003.
- [19]. T.P. Gunston, J. Rebelle, M.J. Griffin, *A comparison of two methods of simulating seat suspension dynamic performance*, Journal of Sound and Vibration, 2003
- [20]. T. G. Chondros, A. D. Dimarogonas, *Vibration of a beam with a breathing crack*, Department of Mechanical Engineering and Aeronautics, University of Patras GR 26110 PATRAS, Greece. Washington University, St. Louis, Missouri, U.S.A, 2000.
- [21]. Steven C. Chapra, Raymond P. Canale, *Numerical Methods for Engineer*, Fourth Edition. p133-215
- [22]. Autar Kaw, Michael Keteltas, *Gauss Quadrature Rule*, The University of Texas at Dallas, 2004.