

NGHIÊN CỨU CÔNG THỨC VECTOR CƯỜNG ĐỘ TỪ TRƯỜNG ĐỂ TÍNH TOÁN SỰ PHÂN BỐ CỦA TỪ THÔNG TẢN VÀ DÒNG ĐIỆN FOUCAULT TRONG BÀI TOÁN ĐIỆN ĐỘNG BẰNG PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ HỮU HẠN

STUDYING THE MAGNETIC FIELD INTENSITY VECTOR FORMULATION
TO COMPUTE THE LEAKAGE FLUX AND THE EDDY CURRENT DISTRIBUTION
OF ELECTRODYNAMIC PROBLEMS BY FINITE ELEMENT METHOD

¹Đặng Quốc Vương*, ²Nguyễn Đức Quang

¹Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội, ²Trường Đại học Điện lực

Ngày nhận bài: 12/03/2020, Ngày chấp nhận đăng: 14/07/2020, Phản biện: TS. Mai Hoàng Công Minh

Tóm tắt:

Mô hình bài toán điện từ đóng vai trò cực kỳ quan trọng các lĩnh vực của hệ thống điện. Do đó, việc tính toán và phân tích bài toán điện động luôn là chủ đề mang tính thời sự và đáng quan tâm đối với các nhà nghiên cứu và thiết kế thiết bị điện hiện nay. Bài báo này áp dụng phương pháp phần tử hữu hạn để mô phỏng và tính toán sự phân bố của từ thông tản, từ thông rò và tổn hao dòng điện xoáy trong các trường hợp khác nhau khi thay đổi độ lớn của khe hở không khí. Phương pháp được phát triển với công thức vectơ cường độ từ trường.

Từ khóa:

Bài toán điện động, công thức vectơ cường độ từ trường, từ thông tản, từ thông rò, dòng điện Foucault, phương pháp phần tử hữu hạn.

Abstract:

Modeling of electromagnetic problems plays an extremely important role in the fields of electrical systems. Hence, computing and analyzing electromagnetic problems are always a matter of concern and topicality for researchers and designers of electrical equipments. This paper uses a finite element method to simulate and calculate the leakage and fringing flux distributions, and eddy current losses of in different situations with air-gap variations. The method is developed with the magnetic field intensity formulation.

Keywords:

Electrodynamic problem, magnetic field intensity, leakage flux, fringing flux, eddy current, finite element method.

1. MỞ ĐẦU

Như chúng ta đã biết, hầu hết các quá trình biến đổi điện từ xảy ra trong các thiết bị điện (máy điện tĩnh, máy điện quay, phanh điện từ...) và hệ thống điện

đều được mô tả bởi hệ phương trình Maxwell cùng với các luật trạng thái. Đây là các phương trình đạo hàm riêng viết dưới dạng vi - tích phân, là liên kết giữa vectơ cường độ từ trường, mật độ từ cảm,

cường độ điện trường và vector từ thế thông qua các luật trạng thái. Để giải được các phương trình đạo hàm riêng với các biến là các tham số về trường, các nhà nghiên cứu không thể thực hiện bằng phương pháp giải tích hoặc hoặc phương pháp mạch từ không gian thay thế [1], vì kích thước và số bậc tự do của ma trận rất lớn, đặc biệt khó đối với các bài toán có cấu trúc và hình dạng phức tạp.

Do đó, để giải quyết được các bài toán này, những năm gần đây đã có nhiều tác giả sử dụng các phương pháp số để giải và phân tích, cụ thể như phương pháp phần tử hữu hạn, phương pháp sai phân hữu hạn, phương pháp tích phân số, phương pháp phần tử biên... Trong đó, phương pháp phần tử hữu hạn [2] là một trong những phương pháp phổ biến nhất và phù hợp nhất để tính toán, phân tích và mô phỏng các hiện tượng điện từ xảy ra trong các thiết bị điện từ.

Bài báo giới thiệu một nghiên cứu khai triển công thức vector cường độ từ trường ứng dụng phương pháp phần tử hữu hạn để tính toán sự phân bố của từ thông tản, từ thông rò và dòng điện Foucault trong mạch từ của thiết bị điện. Nhiều mô hình đã được thực hiện tương ứng với các trường hợp khác nhau về độ lớn của khe hở không khí. Sự phù hợp của phương pháp sẽ được minh họa thông qua bài toán thực tế.

2. BÀI TOÁN ĐIỆN TỪ

2.1. Phương trình Maxwell

Xét mô hình bài toán điện được xác định trong miền nghiên cứu Ω , với biên $\partial\Omega = \Gamma = \Gamma_h \cup \Gamma_e$ trong không gian hai

chiều và ba chiều. Hệ phương trình Maxwell cùng với các luật trạng thái và các điều kiện biên được viết trong không gian ba chiều Euclidean $\mathbb{R}^3$ [4]-[9] là:

$$\text{curl } \mathbf{e} = -\partial_t \mathbf{b}, \text{curl } \mathbf{h} = \mathbf{j}_s, \text{div } \mathbf{b} = 0 \quad (1a-b-c)$$

- Các luật trạng thái:

$$\mathbf{b} = \mu \mathbf{h}, \mathbf{j} = \sigma \mathbf{e} \quad (2a-b)$$

- Các điều kiện biên:

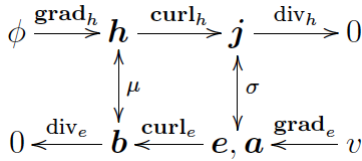
$$\mathbf{n} \times \mathbf{h}|_{\Gamma_h} = 0, \mathbf{n} \times \mathbf{e}|_{\Gamma_e} = 0 \quad (3a-b)$$

trong đó $\mathbf{b}$ là mật độ từ cảm (T), $\mathbf{h}$ là cường độ từ trường (A/m), $\mathbf{e}$ là cường độ điện trường (V/m), μ là độ từ thẩm của vật liệu từ, σ là độ dẫn điện (S/m), $\mathbf{j}$ mật độ dòng điện Foucault được xác định trong miền dẫn từ Ω_c ($\Omega_c \subset \Omega$); $\mathbf{j}_s$ là mật độ dòng điện được đặt vào cuộn dây được xác định trong miền không dẫn từ Ω_c^c , with $\Omega_c = \Omega_c \cup \Omega_c^c$ và $\mathbf{n}$ là vector pháp tuyến đơn vị có hướng từ trong ra ngoài của miền Ω .

Phương trình (1a) và (1b) được giải kết hợp với điều kiện biên xét đến thành phần tiếp tuyến của vector cường độ từ trường và điện trường được cho trong (3a) và (3b).

Đối với bài toán từ động, các trường $\mathbf{h}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{e}$, $\mathbf{j}$ sẽ được xác định và kiểm chứng ràng buộc thỏa mãn sơ đồ Tonti [4]. Điều đó có nghĩa rằng $\mathbf{h} \in \mathbf{H}_h(\text{curl}; \Omega)$, $\mathbf{j} \in \mathbf{H}_h(\text{div}; \Omega)$, $\mathbf{e} \in \mathbf{H}_e(\text{curl}; \Omega)$ và $\mathbf{b} \in \mathbf{H}_e(\text{div}; \Omega)$. Trong đó $\mathbf{H}_h(\text{curl}; \Omega)$ và $\mathbf{H}_e(\text{div}; \Omega)$ là các không gian hàm chứa các điều kiện biên và các trường tồn tại trên các biên Γ_h và Γ_e của miền nghiên cứu Ω . Do đó, sơ đồ Tonti của bài toán từ

động sẽ được xác định theo biểu đồ dưới đây [3]:



Hình 1. Sơ đồ Tonti [3]

2.2. Phương trình rời rạc với công thức vector cường độ từ trường

Phương trình yếu rời rạc cho vector cường độ từ trường $\mathbf{h}$ được thiết lập dựa vào hệ phương trình Maxwell (1a-b-c) và các luật trạng thái (2a-b) ở mục 2.1.

Để thỏa mãn phương trình Ampere (1b), các trường $\mathbf{h} \in \mathbf{H}_h(\text{curl}; \Omega)$, $\mathbf{j} \in \mathbf{H}_h(\text{div}; \Omega)$, $\mathbf{e} \in \mathbf{H}_e(\text{curl}; \Omega)$ và $\mathbf{b} \in \mathbf{H}_e(\text{div}; \Omega)$ phải được kiểm tra và thỏa mãn các luật trạng thái được cho trong (2a-b). Dựa vào định luật Faraday (1a), phương trình rời rạc được viết:

$$\int_{\Omega} \partial_t(\mathbf{b} \cdot \mathbf{h}') d\Omega + \int_{\Omega} \text{curl} \mathbf{e} \cdot \mathbf{h}' d\Omega = 0, \quad \forall \mathbf{h}' \in \mathbf{H}_h^0(\text{curl}; \Omega) \quad (4)$$

trong đó trường $\mathbf{h}' \in \mathbf{H}_h^0(\text{curl}; \Omega)$ là một trường của hàm thử “test function” không phụ thuộc vào thời gian. Áp dụng công thức Green cho công thức (4) với miền nghiên cứu Ω , ta có:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \partial_t(\mathbf{b} \cdot \mathbf{h}') d\Omega + \int_{\Omega} \text{curl} \mathbf{e} \cdot \mathbf{h}' d\Omega \\ + \int_{\Gamma} (\mathbf{n} \times \mathbf{h}) \cdot \mathbf{h}' d\Gamma = 0, \\ \forall \mathbf{h}' \in \mathbf{H}_h^0(\text{curl}; \Omega) \end{aligned} \quad (5)$$

Thay luật trạng thái ở phương trình (3a-b) và định luật Ohm vào phương trình (5), ta có:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \partial_t(\mu \mathbf{h} \cdot \mathbf{h}') d\Omega + \int_{\Omega} \sigma^{-1} \text{curl} \mathbf{h} \cdot \text{curl} \mathbf{h}' d\Omega \\ + \int_{\Omega} \mathbf{e} \cdot \text{curl} \mathbf{h}' d\Omega \\ + \int_{\Gamma} (\mathbf{n} \times \mathbf{e}) \cdot \mathbf{h}' d\Gamma = 0. \\ \forall \mathbf{h}' \in \mathbf{H}_h^0(\text{curl}; \Omega) \end{aligned} \quad (6)$$

Cường độ điện trường $\mathbf{h}$ trong miền nghiên cứu Ω trong (6) được xác định [5]:

$$\mathbf{h} = \mathbf{h}_r + \mathbf{h}_s \quad (7)$$

trong đó, $\mathbf{h}_s$ là một trường nguồn được xác định thông qua mật độ dòng điện được bơm vào cuộn dây $\mathbf{j}_s$ trong miền Ω_s , và $\mathbf{h}_r$ là trường phản ứng (biến chưa biết) cần được xác định thông qua:

$$\begin{cases} \text{curl} \mathbf{h} = \mathbf{j}_s & \text{trong miền } \Omega_s \\ \text{curl} \mathbf{h} = 0 & \text{trong miền } \Omega_c^C - \Omega_s \end{cases} \quad (8)$$

với

$$\text{curl} \mathbf{h} = 0 \quad \text{trong miền } \Omega_c^C \quad (9)$$

Trong miền không dẫn Ω_c^C , trường nguồn $\mathbf{h}_r$ có thể được xác định thông qua một từ thế vô hướng ϕ , đó là $\mathbf{h}_r = -\text{grad} \phi$. Từ thế ϕ trong miền không dẫn Ω_c^C là đa trị và được biến đổi thành đơn trị dựa trên các kỹ thuật cắt Σ thông qua các lỗ của miền dẫn Ω_c [4].

Trường $\mathbf{h}'$ trong phương trình rời rạc (6) sẽ được lựa chọn trong một không gian con của $\mathbf{H}_h^0(\text{curl}; \Omega)$, với $\text{curl} \mathbf{h}' = 0$ trong miền Ω_c^C , khi đó $\mathbf{h}' = \mathbf{h}'_r + \mathbf{h}'_s$. Đại lượng tích phân thứ ba trong phương trình rời rạc (6) được xác định bằng không trong miền không dẫn Ω_c^C . Do đó, kết hợp với phương trình (7), phương trình (6) trở thành:

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \partial_t(\mu \mathbf{h}_r \cdot \mathbf{h}') d\Omega + \int_{\Omega} \partial_t(\mu \mathbf{h}_s \cdot \mathbf{h}') d\Omega \\ & + \int_{\Omega} \sigma^{-1} \text{curl} \mathbf{h}_r \cdot \text{curl} \mathbf{h}' d\Omega \\ & + \int_{\Gamma} (\mathbf{n} \times \mathbf{e}) \cdot \mathbf{h}' d\Gamma = 0, \\ & \forall \mathbf{h}' \in \mathbf{H}_h^0(\text{curl}; \Omega), \\ & \text{với } \text{curl} \mathbf{h}'_r = 0 \text{ trong miền } \Omega_c^C \\ & \text{và } \mathbf{h}' = \mathbf{h}'_r + \mathbf{h}'_s, \end{aligned} \quad (10)$$

trong đó $\mathbf{H}_h^0(\text{curl}; \Omega)$ được xác định trong miền nghiên cứu Ω và chứa đựng các hàm nội suy (hàm dạng) của trường $\mathbf{h}$ (trường được liên kết tới từ thể vô hướng ϕ), cũng như là hàm thử $\mathbf{h}'$.

Thành phần tiếp tuyến của cường độ điện trường $\mathbf{n} \times \mathbf{e}$ trong phương trình (8) được xác định trên biên Γ_e của miền nghiên cứu Ω và được xem như là một điều kiện biên đồng nhất “Nummann” và được cho ở phương trình (3b).

2.3. Rời rạc hóa của trường $\mathbf{h}$

Trường $\mathbf{h}$ trong phương trình rời rạc trong (8) được rời rạc hóa theo các phần tử cạnh, với không gian hàm được xác định trong lưới của miền nghiên cứu Ω , đó là:

$$\mathbf{h} = \sum_{e \in E(\Omega)} h_e \mathbf{s}_e, \quad (11)$$

trong đó $E(\Omega)$ là tập hợp của tất cả các cạnh của miền Ω , $\mathbf{s}_e$ là hàm nội suy cạnh được kết hợp với cạnh e và h_e là thông lượng của trường $\mathbf{h}$ dọc theo cạnh e . Ở đây, phần tử lưới sử dụng là các phần tử tam giác và tứ giác. Như đã phân tích ở trên, trường phản ứng $\mathbf{h}_r = 0$ trong miền không dẫn Ω_c^C , do đó $\mathbf{h}_r = -\text{grad} \phi$. Do đó, từ thể vô hướng có thể được phân

tích [4]:

$$\begin{aligned} \phi|_{\Omega} &= \phi_c|_{\Omega_c^C} + \phi_d|_{T_{cut}} + \phi_d|_{T_t} = \\ & \phi_c|_{\Omega_c^C} + \sum_{i \in \text{cut}} \phi_d|_{T_{cut}} + \sum_{i \in T_t} \phi_d|_{T_t}, \end{aligned} \quad (12)$$

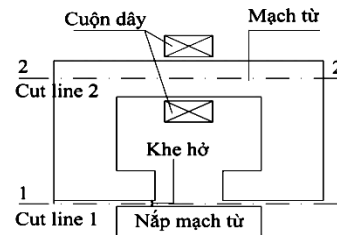
trong đó, các $\phi_d|_{T_{cut}}$ và $\phi_d|_{T_t}$ là các điện thế vô hướng không liên tục, chỉ tồn tại và xuất hiện trong bài toán mô hình vỏ mỏng và miền không dẫn đa trị Ω_c^C [4]. Do đó, đối với mô hình bài toán từ động mà không kể đến hai trường hợp, các hàm rời rạc hóa của từ thể vô hướng sẽ không có mặt trong phương trình rời rạc.

Kết hợp giữa (9) và (10), sự rời rạc hóa của trường $\mathbf{h} - \phi$ sẽ được viết lại như sau [5]:

$$\begin{aligned} \mathbf{h} &= \mathbf{h}_s + \sum_{e \in E(\Omega_c)} h_k \mathbf{s}_k, \\ & + \sum_{e \in N(\Omega_c^C)} \phi_{c,n} \mathbf{v}_{c,n}. \end{aligned} \quad (13)$$

3. BÀI TOÁN ÁP DỤNG

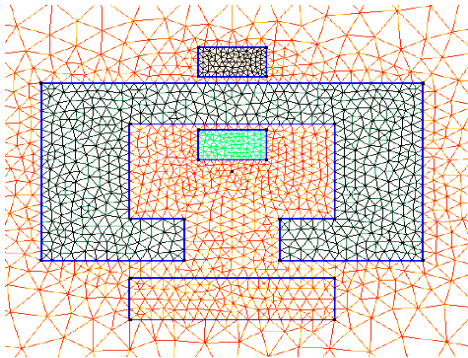
Xét một bài toán điện từ có cấu trúc hình học 2-D được cho như hình 2. Sức từ động trong cuộn dây là 100 (A.vòng), độ từ thẩm tương đối và độ dẫn điện trong mạch từ và nắp mạch từ lần lượt là $\mu_r = 1000$, $\sigma = 10 \text{ S/m}$ và tần số $f = 50 \text{ Hz}$.



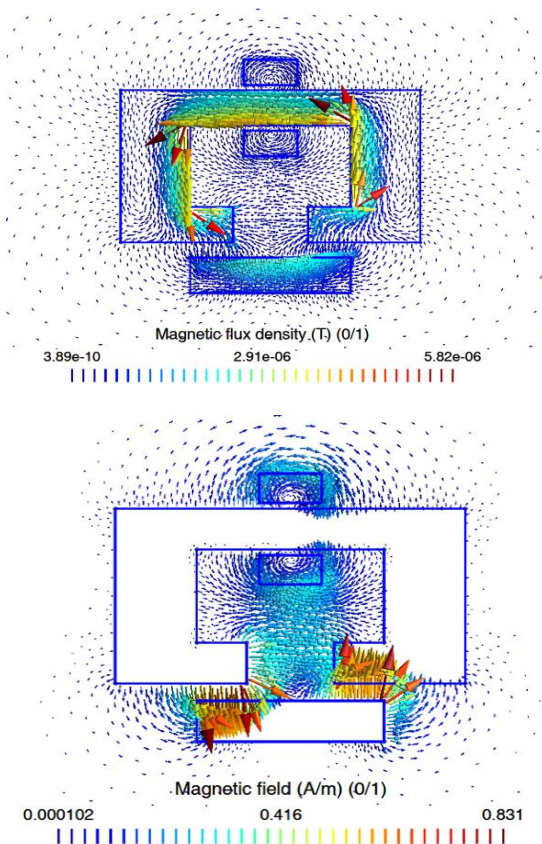
Hình 2. Mô hình hình học bài toán 2-D

Bài toán được kiểm tra với các khe hở không khí khác nhau. Mô hình chia lưới 2-D được giới thiệu ở hình 3. Hình 4 mô

tả sự phân bố của mật độ từ cảm (trên) và cường độ từ trường dọc trong mạch từ và khe hở không khí do dòng điện chạy trong cuộn dây tạo ra (trường hợp khe hở không khí Air Gap = 3 mm).



Hình 3. Mô hình chia lưới 2-D

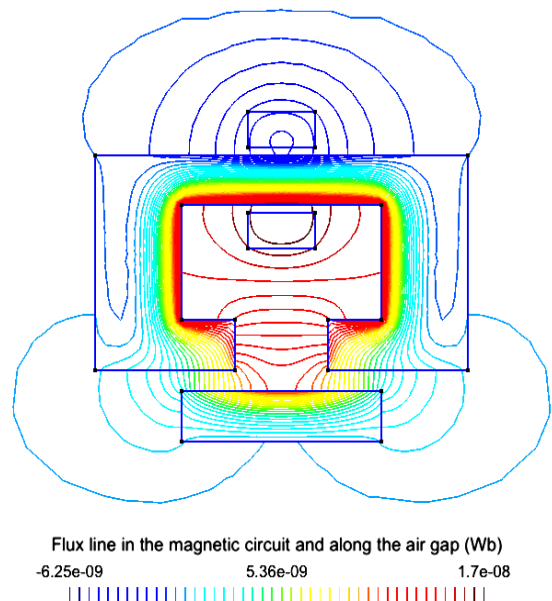


Hình 4. Sự phân bố của mật độ từ cảm b (trên) và cường độ từ trường h (dưới)

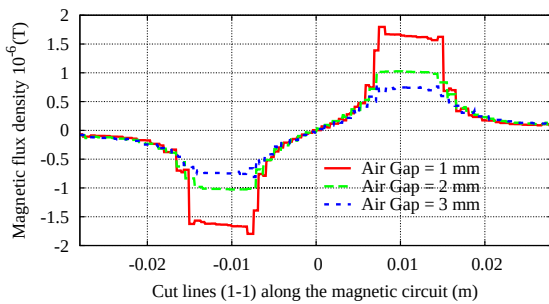
Nhận thấy rằng khi độ từ thẩm tương đối

$\mu_r = 1000$, độ dày bề mặt nhỏ dẫn đến hiệu ứng bề mặt lớn, nên mật độ từ cảm tập trung dọc theo đường biên phía bên trong của mạch từ. Điều đó cũng có nghĩa rằng, sự phân bố cường độ từ trường chủ yếu tập trung tại khu vực cửa sổ của mạch từ và khe hở không khí. Sự phân bố của từ thông tản và từ thông rò trong cửa sổ mạch từ và khe hở không khí được biểu diễn trong hình 5.

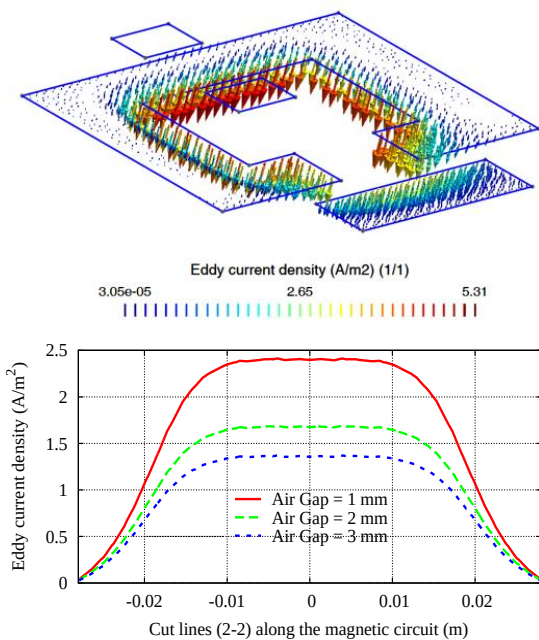
Cut lines (1-1) của sự phân bố mật độ từ cảm dọc theo khe hở không khí với các khe khác nhau (Air gap = 1 mm, 2 mm, 3 mm) được mô phỏng tại hình 6. Nhận thấy rằng, khi khe hở không khí nhỏ, mật độ từ cảm tản và rò nhỏ, nên hầu như toàn bộ từ cảm được khép kín qua nắp mạch từ. Ngược lại, khi khe hở không khí lớn, mật độ từ tản và từ cảm rò tại khe hở không khí và cửa sổ mạch từ sẽ lớn, từ thông khép vòng qua nắp mạch từ sẽ nhỏ hơn.



Hình 5. Sự phân bố của từ thông Φ trong mạch từ và khe hở không khí



Hình 6. Cut lines (1-1) của mật độ từ cảm (xem hình 2) dọc theo mạch từ



Hình 7. Sự phân bố của dòng điện Foucault trong mạch từ và nắp (trên) và Cut lines (2-2) (xem hình 2) dọc theo

Hình 7 báo cáo kết quả mô phỏng chi tiết

về sự phân bố của mật độ dòng Foucault trong mạch từ, trong nắp mạch từ (trên) và đường Cut lines (2-2) của dòng Foucault dọc theo mạch từ ứng với các trường hợp khe hở không khí khác nhau. Phân tích một cách tương tự, khi khe hở không khí nhỏ, từ thông trong mạch từ lớn, giá trị của dòng điện Foucault sẽ lớn và tập trung mạnh ở khu vực xung quanh cuộn dây. Ngược lại, khi khe hở không khí lớn, từ thông tản và rò lớn, từ thông trong mạch từ nhỏ, dẫn đến giá trị của dòng điện Foucault sẽ nhỏ hơn. Điều này hoàn toàn phù hợp với lý thuyết.

4. KẾT LUẬN

Bài báo đã áp dụng thành công phương pháp phần tử hữu hạn để mô phỏng, phân tích và tính toán sự phân bố của mật độ từ cảm, từ trường, từ thông và dòng điện Foucault trong mạch từ và khe hở không khí ứng với các trường hợp khác nhau khi thay đổi bề rộng của khe hở không khí. Phương pháp đã được áp dụng thành công vào tính toán bài toán thực tế. Các kết quả đạt được sẽ là minh chứng tin cậy, nhằm giúp cho các nhà nghiên cứu giải quyết việc tính toán điện kháng tản, bài toán nhiệt hoặc các giải pháp thiết kế tối ưu mạch từ của hướng nghiên cứu tiếp theo.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Đặng Văn Đào - Lê Văn Doanh - Các phương pháp hiện đại trong nghiên cứu tính toán thiết kế kỹ thuật điện - Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội, 2001.
- [2] S. Koruglu, P. Sergeant, R.V. Sabariego, Vương. Q. Dang, M. De Wulf "Influence of contact resistance on shielding efficiency of shielding gutters for high-voltage cables," IET Electric Power Applications, Vol.5, No.9, (2011), pp. 715-720.
- [3] R.V. Sabariego, "The Fast Multipole Method for Electromagnetic Field Computation in Numerical and Physical Hybrid System", Ph. D thesis, 2006, University of Liege, Belgium.

- [4] Vuong Q. Dang, R.V. Sabariego, L. Krähenbühl, C. Geuzaine, "Subproblem Approach for Modeling Multiply Connected Thin Regions with an h-Conformal Magnetodynamic Finite Element Formulation," in EPJ AP (Vol. 63, No.1, 2013).
- [5] P. Dular, R.V. Sabariego, M.V. Ferreira de Luz, P. Kuo-Peng and L. Krahenbuhl "Perturbation Finite Element Method for Magnetic Circuits", IET Sci. Meas. Technol., 2008, Vol. 2, No.6, pp.440-446.
- [6] P. Dular, Vuong Q. Dang, R.V. Sabariego, L. Krähenbühl and C. Geuzaine, "Correction of thin shell finite element magnetic models via a subproblem method," IEEE Trans. Magn., Vol. 47, no. 5, pp. 158-1161, 2011.
- [7] Patrick Dular, Ruth V. Sabariego, Mauricio V. Ferreira de Luz, Patrick Kuo-Peng and Laurent Krahenbuhl "Perturbation Finite Element Method for Magnetic Model Refinement of - Air Gaps and Leakage Fluxes, Vol 45, No.3, 1400-1404, 2009.
- [8] Vuong Dang Quoc and Christophe Geuzaine "Using edge elements for modeling of 3-D Magnetodynamic Problem via a Subproblem Method", Sci. Tech. Dev. J. ; 23(1) :439-445.
- [9] Dang Quoc Vuong and Nguyen Duc Quang, "Coupling of Local and Global Quantities by A Subproblem Finite Element Method - Application to Thin Region Models", ISSN 1859-2171 - Advances in Science, Technology and Engineering Systems Journal (ASTESJ), Vol 4, no.2, 40-44 (2019).

Giới thiệu tác giả:



Tác giả Đặng Quốc Vương nhận bằng Tiến sĩ chuyên ngành kỹ thuật điện năm 2013 tại Đại học Liege, vương quốc Bỉ. Hiện tại tác giả là Giám đốc Trung tâm TCEE, giảng viên Viện Điện, Trường Đại học Bách khoa Hà Nội.

Lĩnh vực nghiên cứu: Mô hình hóa hệ thống điện từ sử dụng mô hình các bài toán nhỏ - ứng dụng tới các thiết bị điện từ có cấu trúc mỏng (vỏ máy biến áp, tủ điện cao trung thế, màn chắn điện từ, lá thép kỹ thuật điện...); ứng dụng phương pháp số (phương pháp phần tử hữu hạn, phương pháp sai phân hữu hạn và phương pháp phần tử biên) tính toán ảnh hưởng của điện từ trường đến thiết bị điều khiển trong hệ thống điện; ứng dụng "subproblem method" tính toán thiết kế tối ưu hóa vật liệu trong thiết bị điện.



Tác giả Nguyễn Đức Quang nhận bằng Tiến sĩ chuyên ngành kỹ thuật điện 2013 tại Đại học Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers ParisTech, Pháp. Hiện nay tác giả đang là giảng viên Khoa Kỹ thuật điện, Trường Đại học Điện Lực.

Lĩnh vực nghiên cứu: Mô hình hóa hệ thống điện từ, ứng dụng các phương pháp số (phương pháp phần tử hữu hạn và phương pháp tích phân hữu hạn) trong nghiên cứu máy điện và hệ thống điện, tác động của điện từ trường tương hỗ và tiết kiệm năng lượng trong thiết bị điện.

