NGHIÊN CỨU CÁC TÍNH CHẤT PHI CỔ ĐIỂN CỦA TRẠNG THÁI THÊM VÀ BỚT MỘT PHOTON LÊN HAI MODE KẾT HỢP SU(2)

NGUYỄN THỊ NGỌC SA[1], *TRƯƠNG MINH ĐỨC*[2,*]
[1]*Học viên Cao học, Trường Đại học Sư Phạm, Đại học Huế*
[2]*Khoa Vật lý, Trường Đại học Sư Phạm, Đại học Huế*
[*]*Email: truongminhduc@dhsphue.edu.vn*

Tóm tắt: Trong bài báo này, chúng tôi nghiên cứu các tính chất phi cổ điển của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp SU(2). Các tính chất phi cổ điển mà chúng tôi khảo sát là nén tổng và nén hiệu hai mode, tính phản kết chùm hai mode và sự vi phạm bất đẳng thức Cauchy-Schwarz. Kết quả khảo sát cho thấy trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp SU(2) có tính chất nén hiệu nhưng không có tính chất nén tổng hai mode. Ngoài ra, trạng thái này cũng thể hiện tính phản kết chùm bậc cao và vi phạm hoàn toàn bất đẳng thức Cauchy-Schwarz.
Từ khóa: Trạng thái kết hợp SU(2), nén tổng hai mode, nén hiệu hai mode, phản kết chùm, sự vi phạm bất đẳng thức Cauchy-Schwarz.

1 MỞ ĐẦU

Trong những năm gần đây, các lĩnh vực thông tin lượng tử, viễn tải lượng tử thu hút sự quan tâm rất lớn của các nhà khoa học và đang có những bước phát triển mạnh mẽ. Cùng với đó, việc nghiên cứu các trạng thái có tính phi cổ điển, đặc biệt là tính đan rối đóng vai trò quan trọng trong quá trình tạo ra các nguồn tài nguyên rối. Nghiên cứu các tính chất, ứng dụng của các trạng thái phi cổ điển là một hướng đề tài mới đang được quan tâm nghiên cứu nhiều ở trên thế giới trong vài chục năm trở lại đây. Việc thêm và bớt photon vào một trạng thái vật lý là một phương pháp quan trọng để tạo ra một trạng thái phi cổ điển mới, từ đó mở ra những ứng dụng mới trong kỹ thuật, công nghệ thông tin lượng tử. Năm 1963, Glauber [1] đưa ra trạng thái kết hợp, kí hiệu là $|\alpha\rangle$. Vào năm 1991, Agarwal [2] đã đề xuất ý tưởng về trạng thái kết hợp thêm photon và đã chứng minh được nó là một trạng thái phi cổ điển. Sau đó, trạng thái hai mode kết hợp SU(2) [3] cũng được giới thiệu. Trên cơ sở đó, chúng tôi đưa ra trạng thái mới gọi là trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp SU(2) như sau:

$$|\psi\rangle_{ab} = N_0(\widehat{a}^+ + \widehat{b})\big(1+|\xi|^2\big)^{-\frac{N}{2}} \sum_{n=0}^{N} (C_N^n)^{\frac{1}{2}} \xi^n |n, N-n\rangle, \tag{1}$$

trong đó N_0 là hệ số chuẩn hóa, $\widehat{a}^+$ và $\widehat{b}$ lần lượt là toán tử sinh đối với mode a và toán tử hủy đối với mode b, $\xi = \tan(\gamma/2)\exp(-i\psi)$, $(0 \le \gamma \le \pi, 0 \le \psi \le 2\pi)$. Vậy trạng thái thêm và bớt

Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm, Đại học Huế
ISSN 1859-1612, Số 3(59)/2021: tr.55-66
Ngày nhận bài: 27/11/2020; Hoàn thành phản biện: 15/12/2020; Ngày nhận đăng: 16/12/2020

một photon lên hai mode kết hợp SU(2) được viết lại

$$|\psi\rangle_{ab} = N_0\left(1+|\xi|^2\right)^{-\frac{N}{2}}\sum_{n=0}^{N}\left(\frac{N!}{n!(N-n)!}\right)^{\frac{1}{2}}\xi^n \times\left[\sqrt{n+1}|n+1,N-n\rangle+\sqrt{N-n}|n,N-n-1\rangle\right], \quad (2)$$

trong đó hệ số chuẩn hóa N_0 được xác định từ điều kiện ${}_{ba}\langle\psi\mid\psi\rangle_{ab}=1$ và có kết quả như sau:

$$N_0 = \left[\left(1+|\xi|^2\right)^{-N}\sum_{n=0}^{N}\left(\frac{N!}{n!(N-n)!}\right)|\xi|^{2n}(N+1)\right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (3)$$

Việc khảo sát các tính chất phi cổ điển của trạng thái hai mode kết hợp SU(2) lẻ [4] đã được tác giả Huỳnh Vũ nghiên cứu. Bằng việc thêm và bớt một photon vào trạng thái hai mode kết hợp SU(2) để tạo ra trạng thái mới, trong bài báo này chúng tôi sẽ khảo sát các tính chất phi cổ điển của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp SU(2).

2 KHẢO SÁT TÍNH CHẤT NÉN CỦA TRẠNG THÁI THÊM VÀ BỚT MỘT PHOTON LÊN HAI MODE KẾT HỢP SU(2)

2.1. Tính chất nén tổng hai mode

Quá trình nén tổng hai mode được Hillery [5], [6] đưa ra vào năm 1989. Một trạng thái được gọi là nén tổng nếu

$$\left\langle\left(\Delta\hat{V}_\phi\right)^2\right\rangle < \frac{1}{4}\left\langle\hat{n}_a+\hat{n}_b+1\right\rangle, \quad (4)$$

với mọi giá trị của ϕ và trong đó $\left\langle\left(\Delta\hat{V}_\phi\right)^2\right\rangle = \left\langle\hat{V}_\phi^2\right\rangle - \left\langle\hat{V}_\phi\right\rangle^2$, $\hat{V}_\phi = \frac{1}{2}\left(e^{i\phi}\hat{a}^+\hat{b}^+ + e^{-i\phi}\hat{a}\hat{b}\right)$, $\hat{n}_a = \hat{a}^+\hat{a}, \hat{n}_b = \hat{b}^+\hat{b}$. Để thuận tiện cho việc tính toán và khảo sát chúng tôi đưa vào tham số nén tổng hai mode S dưới dạng

$$S = \left\langle\hat{V}_\phi^2\right\rangle - \left\langle\hat{V}_\phi\right\rangle^2 - \frac{1}{4}\left\langle\hat{n}_a+\hat{n}_b+1\right\rangle. \quad (5)$$

Khi đó, một trạng thái bất kỳ là nén tổng hai mode nếu $S<0$ và mức độ nén càng mạnh nếu S càng âm. Kết quả tham số S cho trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp SU(2) được viết lại như sau:

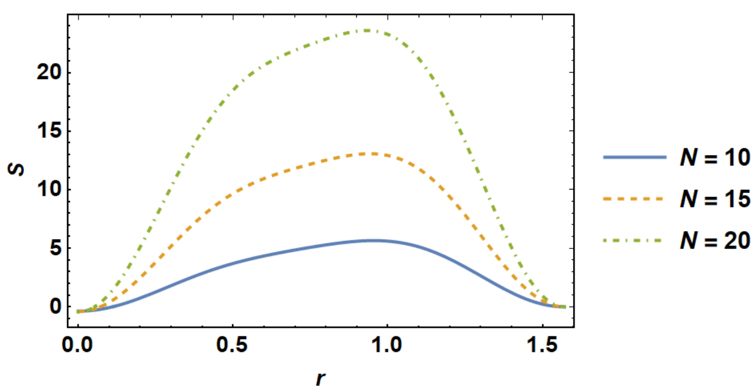
$$S = \frac{|N_0|^2}{2\left(1+|\xi|^2\right)^N}\sum_{n=0}^{N}\left(\frac{N!}{n!(N-n)!}\right)|\xi|^{2n}(N-n)[Nn+n+1] - \frac{|N_0|^4}{4\left(1+|\xi|^2\right)^{2N}}\left\{\left(e^{i\phi}+e^{-i\phi}\right)\sum_{n=0}^{N}\left(\frac{N!}{n!(N-n)!}\right)|\xi|^{2n}(n+1)(N-n)\right\}^2, \quad (6)$$

trong đó $\xi = \tan(\gamma/2)\exp(-i\psi), (0 \le \gamma \le \pi, 0 \le \psi \le 2\pi)$. Để thuận tiện cho việc khảo sát chúng tôi đặt $\gamma = 2r$ với $0 \le r \le \pi/2$, ta có tham số nén

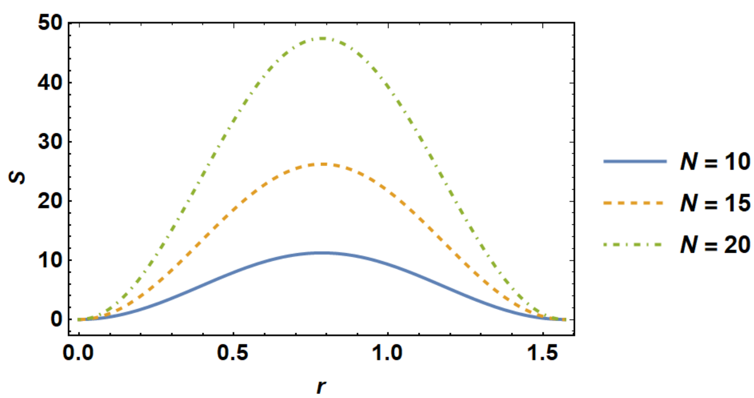
$$S = \frac{|N_0|^2}{2\left(1+\tan^2 r\right)^N} \sum_{n=0}^{N} \left(\frac{N!}{n!(N-n)!}\right) \tan^{2n} r (N-n)\left[Nn+n+1\right] - \frac{|N_0|^4}{\left(1+\tan^2 r\right)^{2N}} \left\{\sum_{n=0}^{N} \left(\frac{N!}{n!(N-n)!}\right) \tan^{2n} r (n+1)(N-n) \cos\phi \right\}^2. \tag{7}$$

Dựa vào điều kiện (4), nếu biểu thức (7) nhận giá trị âm thì trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp SU(2) có tính chất nén tổng hai mode. Xét với điều kiện $\phi = 2\pi$ ta có

$$S = \frac{|N_0|^2}{2\left(1+\tan^2 r\right)^N} \sum_{n=0}^{N} \left(\frac{N!}{n!(N-n)!}\right) \tan^{2n} r (N-n)\left[Nn+n+1\right] - \frac{|N_0|^4}{\left(1+\tan^2 r\right)^{2N}} \left\{\sum_{n=0}^{N} \left(\frac{N!}{n!(N-n)!}\right) \tan^{2n} r (n+1)(N-n) \right\}^2. \tag{8}$$



Hình 1: *Sự phụ thuộc của S vào r khi $N = 10$, $N = 15$, $N = 20$ của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp SU(2).*



Hình 2: *Sự phụ thuộc của S vào r khi N=10, N=15, N=20 của trạng thái hai mode kết hợp SU(2).*

Đồ thị hình (1) và hình (2) khảo sát tính nén tổng của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp SU(2) cùng với trạng thái hai mode kết hợp SU(2), đồ thị cho thấy rằng S luôn luôn lớn hơn 0 nên ta có thể kết luận ở cả hai trạng thái trên đều không thể hiện tính chất nén tổng.

2.2. Tính chất nén hiệu hai mode

Quá trình nén hiệu hai mode được Hillery [5] đưa ra vào năm 1989. Một trạng thái được gọi là nén hiệu nếu

$$\left\langle \left(\Delta \hat{V}_\phi\right)^2 \right\rangle < \frac{1}{4} \left|\langle \hat{n}_a - \hat{n}_b \rangle\right|, \tag{9}$$

với mọi giá trị của ϕ và trong đó $\left\langle \left(\Delta \hat{V}_\phi\right)^2 \right\rangle = \left\langle \hat{V}_\phi^2 \right\rangle - \left\langle \hat{V}_\phi \right\rangle^2$, $\widehat{\mathrm{W}}_\phi = \frac{1}{2}\left(e^{i\phi}\widehat{a}\hat{b}^+ + e^{-i\phi}\widehat{a}^+\hat{b}\right)$, $\hat{n}_a = \hat{a}^+\hat{a}, \hat{n}_b = \hat{b}^+\hat{b}$. Để thuận tiện cho việc tính toán và khảo sát chúng tôi đưa vào tham số nén tổng hai mode D dưới dạng

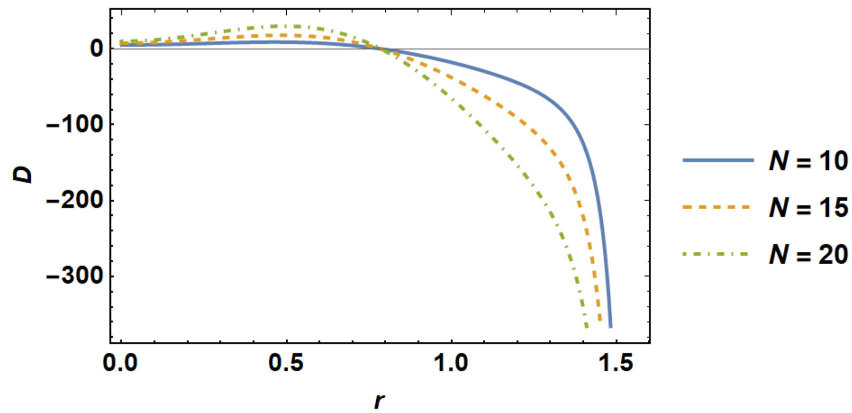
$$D = \left\langle \left(\Delta \hat{V}_\phi\right)^2 \right\rangle - \frac{1}{4} \left|\langle \hat{n}_a - \hat{n}_b \rangle\right| = \left\langle \hat{V}_\phi^2 \right\rangle - \left\langle \hat{V}_\phi \right\rangle^2 - \frac{1}{4} \left|\langle \hat{n}_a - \hat{n}_b \rangle\right|. \tag{10}$$

Khi đó, một trạng thái bất kỳ là nén hiệu hai mode nếu $D < 0$ và mức độ nén càng mạnh nếu D càng âm. Sau khi tính toán chúng tôi thu được kết quả tham số nén D như sau

$$\begin{aligned} D = & \frac{|N_0|^2}{4\left(1+|\xi|^2\right)^N} \sum_{n=0}^{N} \left(\frac{N!}{n!(N-n)!}\right) |\xi|^{2n} \Big[e^{2i\phi}\xi^2 n(n-1)(N+1) + e^{-2i\phi}\left(\xi^*\right)^2 (N-n) \\ & \times (N-n-1)(N+1) + (N-n)(n+1)(N+1) + (n+1)^2(N-n+1) + n(N-n)^2\Big] \\ & - \frac{|N_0|^4}{4\left(1+|\xi|^2\right)^{2N}} \left\{ \sum_{n=0}^{N} \left(\frac{N!}{n!(N-n)!}\right) |\xi|^{2n} \Big[e^{i\phi}\xi(N+1)n + e^{-i\phi}\xi^*(N-n)(N+1)\Big] \right\}^2 \\ & - \frac{|N_0|^2}{4\left(1+|\xi|^2\right)^N} \left| \sum_{n=0}^{N} \left(\frac{N!}{n!(N-n)!}\right) |\xi|^{2n} \left[(n+1)^2 + n(N-n) - N(N-n)\right] \right|, \end{aligned} \tag{11}$$

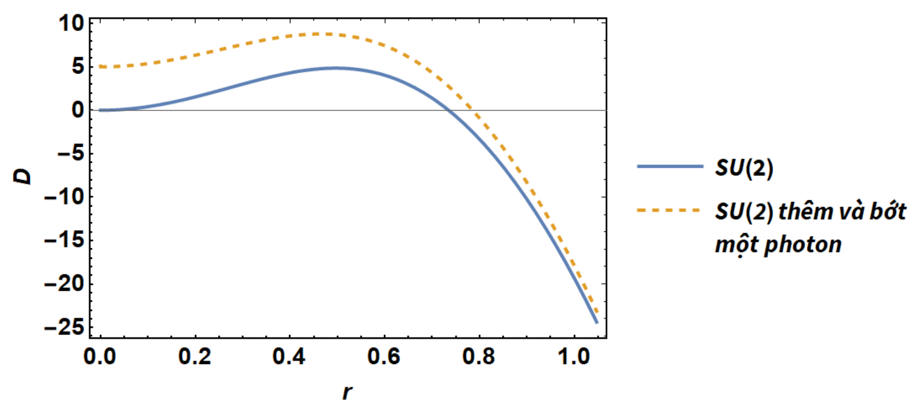
trong đó $\xi = \tan(\gamma/2)\exp(-i\psi), (0 \le \gamma \le \pi, 0 \le \psi \le 2\pi)$. Để đơn giản hơn, chúng tôi đặt $\gamma = 2r$ với $0 \le r \le \pi/2$. Đồng thời xét với điều kiện $\phi = \psi = 2\pi$ thì biểu thức tham số nén D có dạng như sau:

$$\begin{aligned} D = & \frac{|N_0|^2}{4\left(1+\tan^2 r\right)^N} \sum_{n=0}^{N} \left(\frac{N!}{n!(N-n)!}\right) \tan^{2n} r \left[\tan^2 r n(n-1)(N+1) + \tan^2 r(N-n) \right. \\ & \left. \times (N-n-1)(N+1) + (N-n)(n+1)(N+1) + (n+1)^2(N-n+1) + n(N-n)^2\right] \\ & - \frac{|N_0|^4}{4\left(1+\tan^2 r\right)^{2N}} \left\{ \sum_{n=0}^{N} \left(\frac{N!}{n!(N-n)!}\right) \tan^{2n} r[\tan r(N+1)n + \tan r(N-n)(N+1)] \right\}^2 \\ & - \frac{|N_0|^2}{4\left(1+\tan^2 r\right)^N} \left| \sum_{n=0}^{N} \left(\frac{N!}{n!(N-n)!}\right) \tan^{2n} r \left[(n+1)^2 + n(N-n) - N(N-n)\right] \right|. \end{aligned} \tag{12}$$



Hình 3: *Sự phụ thuộc của D vào r khi $N = 10$, $N = 15$, $N = 20$ của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp SU(2).*

Đồ thị hình (3) khảo sát tính nén hiệu của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp SU(2), đồ thị cho thấy rằng $D < 0$ với giá trị nhất định của r nên ta có thể kết luận trạng thái trên thể hiện tính nén hiệu trong giá trị nhất định của r. Khi r càng lớn thì tính chất nén thể hiện càng mạnh.



Hình 4: *Sự phụ thuộc của D vào r khi N=10 của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp SU(2) và trạng thái hai mode kết hợp SU(2).*

Từ đồ thị hình (4) ta thấy trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp SU(2) thể hiện tính nén hiệu yếu hơn trạng thái hai mode kết hợp SU(2). Qua quá trình tính toán và khảo sát đồ thị cho các tham số tương ứng với các điều kiện đã đưa ra thì trạng thái này hoàn toàn không có tính chất nén tổng nhưng vẫn có tính chất nén hiệu.

3 SỰ VI PHẠM BẤT ĐẲNG THỨC CAUCHY-SCHWARZ CỦA TRẠNG THÁI THÊM VÀ BỚT MỘT PHOTON LÊN HAI MODE KẾT HỢP SU(2)

Bất đẳng thức Cauchy-Schwarz cho trường hai mode được viết lại như sau

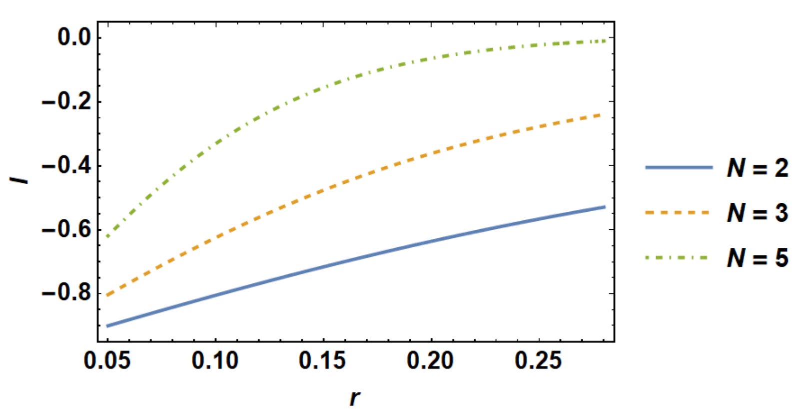
$$I = \frac{\left[\left\langle \hat{a}^{+2}\hat{a}^{2}\right\rangle \left\langle \hat{b}^{+2}\hat{b}^{2}\right\rangle\right]^{\frac{1}{2}}}{\left|\left\langle \hat{a}^{+}\hat{a}\hat{b}^{+}\hat{b}\right\rangle\right|} - 1 \geq 0. \tag{13}$$

Nếu giữa các mode đó tồn tại mối quan hệ lượng tử nghĩa là trạng thái ứng với hai mode này là trạng thái phi cổ điển thì bất đẳng thức Cauchy-Schwarz bị vi phạm, nghĩa là $I < 0$. Đối với trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp SU(2) ta thu được kết quả của tham số I như sau:

$$I = \left[\sum_{n=0}^{N}\left(\frac{N!}{n!(N-n)!}\right)|\xi|^{2n}\left[n(n+1)^2 + n(n-1)(N-n)\right]\sum_{n=0}^{N}\left(\frac{N!}{n!(N-n)!}\right)|\xi|^{2n}(N-n-1)\right.$$
$$\left.\times\,(N-n)(N-1)\right]^{\frac{1}{2}}\left|\sum_{n=0}^{N}\left(\frac{N!}{n!(N-n)!}\right)|\xi|^{2n}(N-n)\left[(n+1)^2 + n(N-n-1)\right]\right|^{-1} - 1, \tag{14}$$

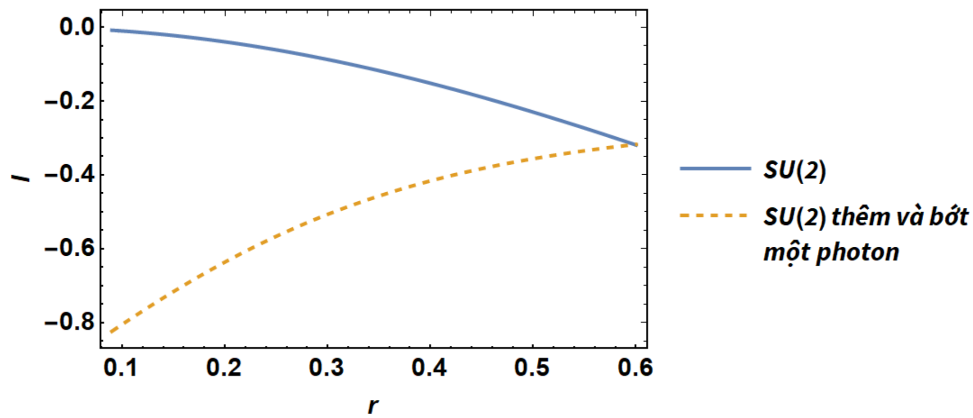
trong đó $\xi = \tan(\gamma/2)\exp(-i\psi), (0 \leq \gamma \leq \pi, 0 \leq \psi \leq 2\pi)$. Đặt $\gamma = 2r$ với $0 \leq r \leq \pi/2$, ta thu được kết quả

$$I = \left[\sum_{n=0}^{N}\left(\frac{N!}{n!(N-n)!}\right)\tan^{2n}r\left[n(n+1)^2 + n(n-1)(N-n)\right]\right.$$
$$\left.\times\sum_{n=0}^{N}\left(\frac{N!}{n!(N-n)!}\right)\tan^{2n}r(N-n-1)(N-n)(N-1)\right]^{\frac{1}{2}}$$
$$\times\left|\sum_{n=0}^{N}\left(\frac{N!}{n!(N-n)!}\right)\tan^{2n}r(N-n)\left[(n+1)^2 + n(N-n-1)\right]\right|^{-1} - 1. \tag{15}$$



Hình 5: *Sự phụ thuộc của I vào r với $N = 2$, $N = 3$, $N = 5$ của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp SU(2).*

Đồ thị hình (5) khảo sát sự vi phạm bất đẳng thức Cauchy-Schwarz của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp SU(2). Đồ thị cho thấy rằng với các điều kiện mà ta khảo sát thì $I < 0$, ta có thể kết luận rằng trường hợp này trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp SU(2) hoàn toàn vi phạm bất đẳng thức Cauchy-Schwarz.



Hình 6: *Sự phụ thuộc của I vào r với $N = 2$ của trạng thái trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp SU(2) và trạng thái hai mode kết hợp SU(2).*

Đồ thị hình (6) khảo sát sự vi phạm đẳng thức Cauchy-Schwarz của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp SU(2) và trạng thái hai mode kết hợp SU(2) khi $N = 2$. Kết quả cho thấy rằng với các điều kiện mà chúng tôi khảo sát thì cả hai trạng thái đều vi phạm bất đẳng thức Cauchy-Schwarz.

4 TÍNH PHẢN KẾT CHÙM CỦA TRẠNG THÁI THÊM VÀ BỚT MỘT PHOTON LÊN HAI MODE KẾT HỢP SU(2)

Khái niệm phản kết chùm đầu tiên được dự đoán bằng lý thuyết bởi Kimble-Mandel [7] và Carmichael-Walls [8] vào năm 1976 và được quan sát bằng thực nghiệm bởi Kimble-Dagencus-Madel [9] vào năm 1977. Dựa vào tiêu chuẩn cho sự tồn tại tính phản kết chùm cho trường hợp đơn mode, Lee mở rộng tiêu chuẩn này cho trường hợp hai mode

$$\left\langle \widehat{n}_a^{(l+1)} \right\rangle \left\langle \widehat{n}_b^{(p-1)} \right\rangle + \left\langle \widehat{n}_a^{(p-1)} \right\rangle \left\langle \widehat{n}_b^{(l+1)} \right\rangle - \left\langle \widehat{n}_a^{(l)} \right\rangle \left\langle \widehat{n}_b^{(p)} \right\rangle - \left\langle \widehat{n}_a^{(p)} \right\rangle \left\langle \widehat{n}_b^{(l)} \right\rangle < 0, \tag{16}$$

trong đó $\widehat{n}_a = \widehat{a}^+\widehat{a}$, $\widehat{n}_b = \widehat{b}^+\widehat{b}$ lần lượt là toán tử số hạt của mode a và mode b trong trường bức xạ. Tiêu chuẩn cho sự tồn tại tính phản kết chùm cho trạng thái hai mode trong trường bức xạ thể hiện qua tham số $R_{ab}(l,p)$ được viết dưới dạng

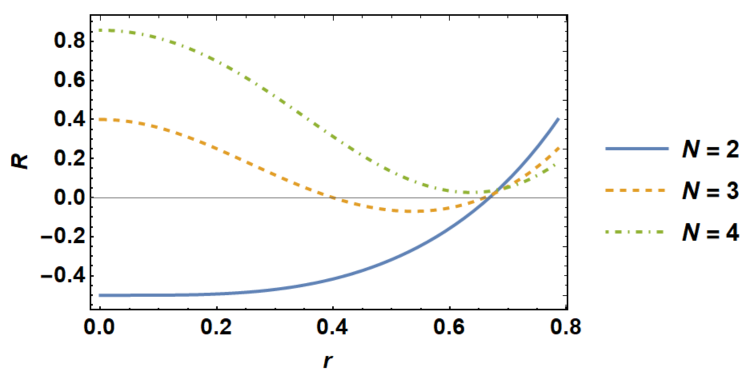
$$R_{ab}(l,p) = \frac{\left\langle \hat{n}_a^{(l+1)} \hat{n}_b^{(p-1)} \right\rangle + \left\langle \hat{n}_a^{(p-1)} \hat{n}_b^{(l+1)} \right\rangle}{\left\langle \hat{n}_a^{(l)} \hat{n}_b^{(p)} \right\rangle + \left\langle \hat{n}_a^{(p)} \hat{n}_b^{(l)} \right\rangle} - 1. \tag{17}$$

Như vậy, một trạng thái bất kỳ thể hiện tính phản kết chùm khi tham số $R_{ab}(l,p) < 0$. Nếu tham số $R_{ab}(l,p)$ càng âm thì tính phản kết chùm của trạng thái mà ta đang xét thể hiện tính phản kết chùm càng mạnh. Sau khi tính toán và thực hiện các phép biến đổi ta thu được kết quả của $R_{ab}(l,p)$ như sau:

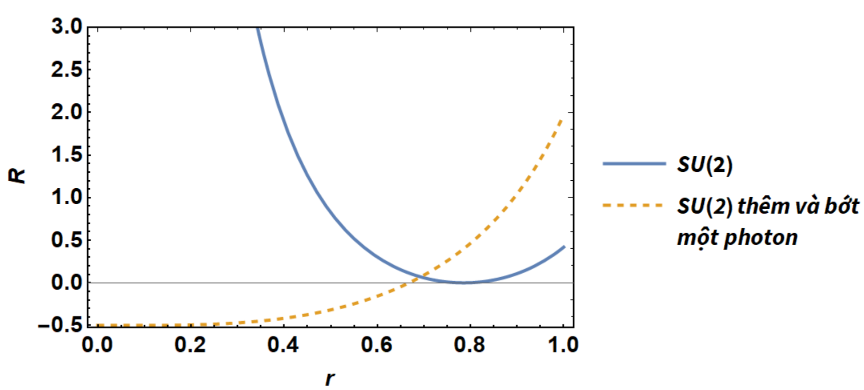
$$\begin{aligned}
R_{ab}(l,p) = {} & \sum_{n=0}^{N}\left(\frac{N!}{n!(N-n)!}\right)\tan^{2n}r\left[(n+1)\frac{(n+1)!}{(n-l)!}\frac{(N-n)!}{(N-n+1-p)!}\right.\\
& + (N-n)\frac{(N-n-1)!}{(N-n-p)!}\frac{n!}{(n-l-1)!} + (n+1)\frac{(n+1)!}{(n+2-p)!}\\
& \times \left.\frac{(N-n)!}{(N-n-1-l)!} + (N-n)\right]\frac{(N-n-1)!}{(N-n-2-l)!}\frac{n!}{(n+1-p)!}\\
& \times \left\{\sum_{n=0}^{N}\left(\frac{N!}{n!(N-n)!}\right)\tan^{2n}r\left[(n+1)\frac{(n+1)!}{(n+1-l)!}\;\frac{(N-n)!}{(N-n-p)!}\right.\right.\\
& + (N-n)\frac{(N-n-1)!}{(N-n-1-p)!}\frac{n!}{(n-l)!} + (n+1)\frac{(n+1)!}{(n+1-p)!}\\
& \times\left.\left.\frac{(N-n)!}{(N-n-l)!} + (N-n)\frac{(N-n-1)!}{(N-n-1-l)!}\frac{n!}{(n-p)!}\right]\right\}^{-1} - 1. \qquad (18)
\end{aligned}$$

Sau đây chúng tôi xét một số trường hợp cụ thể

1, Trường hợp $R_{ab}(1,1)$

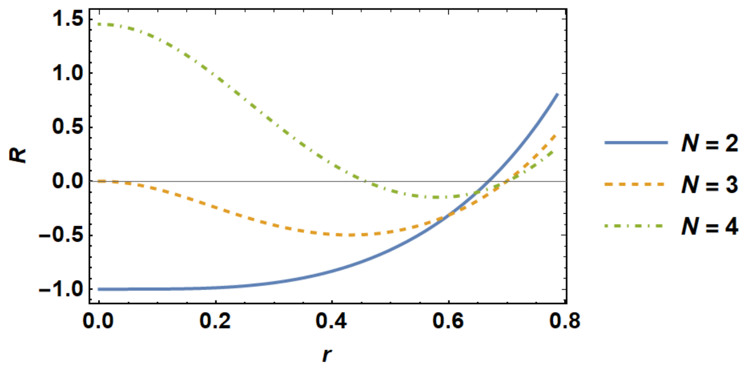


Hình 7: *Sự phụ thuộc của $R_{ab}(1,1)$ vào r với $N = 2$, $N = 3$, $N = 4$ của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp SU(2).*



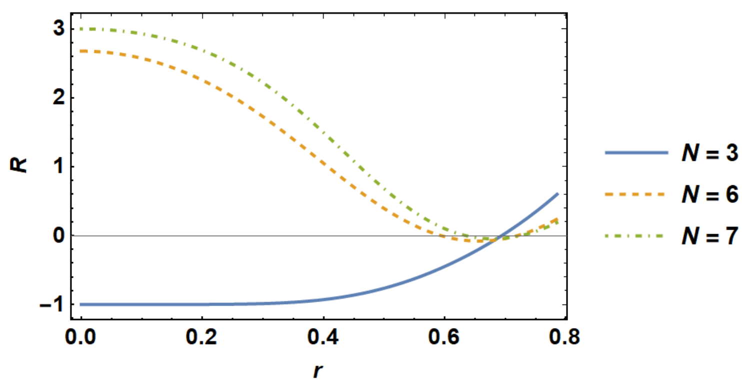
Hình 8: *Sự phụ thuộc của $R_{ab}(1,1)$ vào r với $N = 2$ của trạng thái hai mode kết hợp SU(2) và trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp SU(2).*

2, Trường hợp $R_{ab}(2,1)$



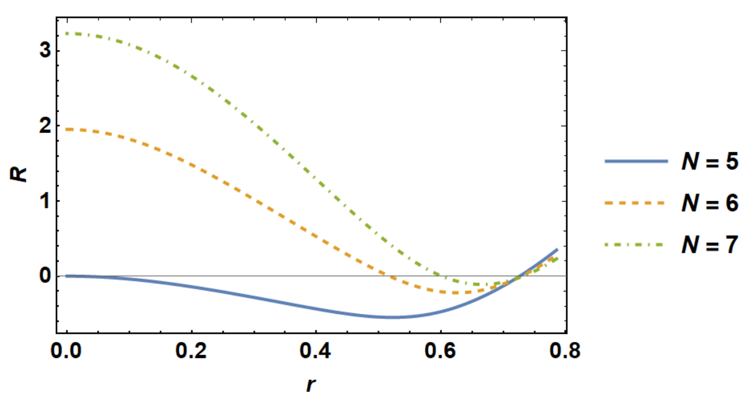
Hình 9: *Sự phụ thuộc của $R_{ab}(2,1)$ vào r với $N=2$, $N=3$, $N=4$ của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp SU(2).*

3, Trường hợp $R_{ab}(3,1)$



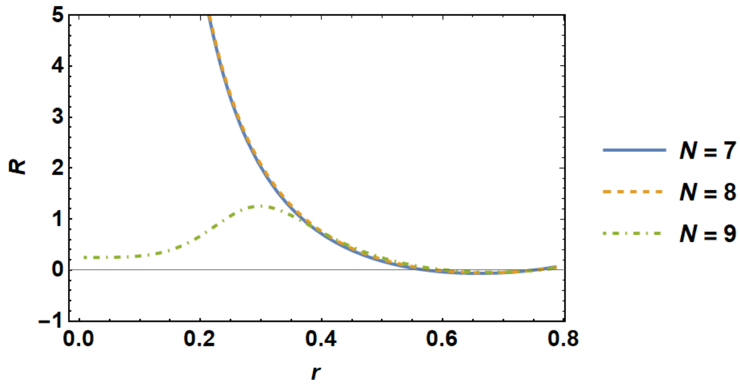
Hình 10: *Sự phụ thuộc của $R_{ab}(3,1)$ vào r với $N=3$, $N=6$, $N=7$ của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp SU(2)*

4, Trường hợp $R_{ab}(4,1)$



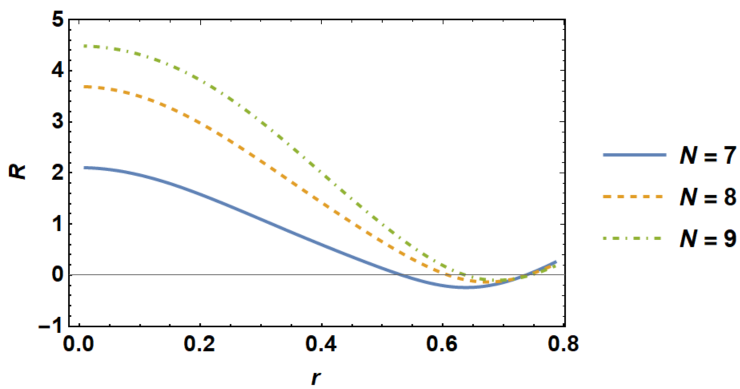
Hình 11: *Sự phụ thuộc của $R_{ab}(4,1)$ vào r với $N=5$, $N=6$, $N=7$ của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp SU(2)*

5, Trường hợp $R_{ab}(4,4)$



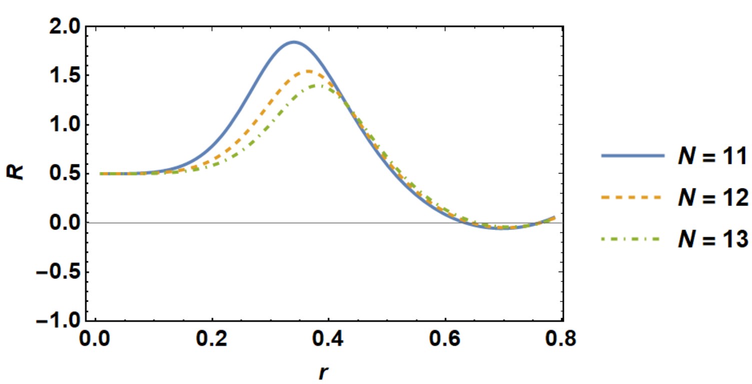
Hình 12: *Sự phụ thuộc của $R_{ab}(4,4)$ vào r với $N = 7$, $N = 8$, $N = 9$ của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp SU(2)*

6, Trường hợp $R_{ab}(5,1)$



Hình 13: *Sự phụ thuộc của $R_{ab}(5,1)$ vào r với $N = 7$, $N = 8$, $N = 9$ của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp SU(2)*

7, Trường hợp $R_{ab}(5,4)$



Hình 14: *Sự phụ thuộc của $R_{ab}(5,4)$ vào r với $N = 11$, $N = 12$, $N = 13$ của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp SU(2)*

Tóm lại trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp SU(2) thể hiện tính phản kết chùm với mức độ khác nhau trong các điều kiện khác nhau, tổng số photon của hai mode càng bé thì tính phản kết chùm thể hiện càng mạnh. Việc thêm và bớt một photon lên trạng thái kết hợp SU(2) đã làm tính phản kết chùm của trạng thái này thể hiện rõ hơn.

5 KẾT LUẬN

Trong bài báo này, chúng tôi đã giới thiệu và khảo sát chi tiết các tính chất nén tổng và nén hiệu hai mode, sự vi phạm bất đẳng thức Cauchy-Schwarz và tính phản kết chùm của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp SU(2). Qua khảo sát chúng tôi thấy trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp SU(2) là một trạng thái phi cổ điển, tính phi cổ điển thể hiện ở tính chất nén, tính phản kết chùm bậc cao và sự vi phạm bất đẳng thức Cauchy-Schwarz. Tuy nhiên, tính chất phi cổ điển của trạng thái này thể hiện tương đối yếu. Cụ thể tính phi cổ điển tương đối yếu ở tính chất nén, vì nó chỉ thể hiện tính nén hiệu hai mode còn không thể hiện đối với nén tổng hai mode. Bên cạnh đó trạng thái này chỉ thể hiện tính phản chùm bậc cao mạnh đối với tổng số hai photon phù hợp. Qua đó, chúng ta nhận ra được vai trò quan trọng của việc thêm và bớt photon vào một trạng thái để tạo ra một trạng thái mới và tăng cường tính chất phi cổ điển của chúng.

LỜI CẢM ƠN

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Quỹ Phát triển khoa học và công nghệ Quốc gia (NAFOSTED) trong đề tài mã số 103.01-2018.361.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Glauber R. J. (1963), "*The Quantum Theory of Optical Coherence*", Physical Review, **130**, 2529.

[2] Agarwal G. S. (1988), "*Nonclassical statistics of fields in pair coherent states*", Journal of the Optical Society of America B, **5**, pp.1940-1947.

[3] Gerry C. C., Grobe R. (1996), "*Two-mode SU(2) and SU(2) schrödinger cat states*", Journal of Modern Optics, **44**, No. 1, 41-53.

[4] Huỳnh Vũ (2015), *Nghiên cứu tính chất nén bậc cao và tính phản chùm của trạng thái hai mode kết hợp SU(2)*, Luận văn thạc sĩ, Trường ĐHSP Huế.

[5] Hillery M. (1989), "*Sum and diffrence squeezing of the eletromagnetic fiel*", Physical Review A, **40**, pp. 3147-3155.

[6] Hillery M. (1985),"*Conservation laws and nonclassical states innonlinear optical systems*", Physical Review A, **31**, pp. 338-342.

[7] Kimble H. J. and Mandel L. (1976), "*Theory of resonance fluorescence*", Physical Review A, **13**, 2123.

[8] Carmichael H. J. and Walls D. F. (1976), "*A quantum-mechanical master equation treatment of the dynamical Stark effect*", Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics, **9**, 1199.

[9] Kimble H. J., Dagenais M. and Mandel L. (1977), "*Photon antibunching in resonance fluorescence*", Physical Review Letters, **39**, 691.

Title: THE NONCLASSICAL PROPERTIES OF THE ONE-PHOTON-ADDED AND ONE-PHOTON-SUBTRACTED TWO-MODE SU(2) COHERENT STATE

Abstract: The aim of this paper is studying the nonclassical properties of the one-photon-added and one-photon-subtracted two-mode SU(2) coherent state as two-mode sum squeezing, two-mode difference squeezing, violation of the Cauchy-Schwarz inequality, and two-mode antibunching. In the two-mode sum squeezing and two-mode difference squeezing conditions, we pointed out that the one-photon-added and one-photon-subtracted two-mode SU(2) coherent state exhibits two-mode difference squeezing but do not exhibits two-mode sum squeezing. The obtained results show that this state violates the CauchySchwarz inequality and becomes nonclassical state. We also show that the one-photon-added and one-photon-subtracted two-mode SU(2) coherent state appears two-mode antibunching and depends on the variables l, p.

Keywords: Sum squeezing, difference squeezing, violation Cauchy-Schwarz inequality, two-mode antibunching.