

NGHIÊN CỨU CÁC TÍNH CHẤT PHI CỔ ĐIỂN BẬC CAO CỦA TRẠNG THÁI ĐƠN MODE CHỒNG CHẤT NÉN KẾT HỢP TĂNG CƯỜNG

NGUYỄN THỊ THU¹, LÊ THỊ HỒNG THANH², TRƯƠNG MINH DỨC^{3,*}

¹Học viên Cao học, Trường Đại học Sư Phạm, Đại học Huế

²Khoa Lý - Hóa - Sinh, Trường Đại học Quảng Nam

³Khoa Vật lý, Trường Đại học Sư phạm, Đại học Huế

*Email: truongminhduc@dhsphue.edu.vn

Tóm tắt: Trong bài báo này, chúng tôi nghiên cứu các tính chất phi cổ điển bậc cao của trạng thái đơn mode chồng chất nén kết hợp tăng cường. Khi khảo sát tính chất nén Hillery bậc cao, chúng tôi nhận thấy trạng thái này thể hiện tính nén Hillery bậc chẵn càng mạnh khi tham số nén r càng lớn, tuy nhiên mức độ nén thể hiện yếu khi bậc càng cao. Hơn nữa, khi nghiên cứu tính thống kê sub-Poisson bậc cao và tính phản kết chùm bậc cao, kết quả khảo sát cho thấy trạng thái đơn mode chồng chất nén kết hợp tăng cường thể hiện cả tính thống kê sub-Poisson bậc cao và tính chất phản kết chùm bậc cao, hai tính chất này thể hiện càng yếu khi r và ℓ càng lớn.

Từ khóa: Toán tử nén tăng cường, nén Hillery bậc cao, thống kê sub-Poisson bậc cao, hiệu ứng phản kết chùm bậc cao.

1 GIỚI THIỆU

Một trong những nguyên tắc cơ bản nhất trong cơ học lượng tử là sự chồng chất lượng tử, là một công cụ quan trọng để đưa ra và thao tác các trạng thái lượng tử. Trong những năm gần đây, nhiều trạng thái lượng tử phi cổ điển khác nhau được giới thiệu bằng cách chồng chất các trạng thái kết hợp với các pha khác nhau [1], [2]. Roy (1998) đã xây dựng các trạng thái kết hợp chẵn và lẻ. Tất cả các trạng thái này thể hiện các đặc tính đáng chú ý như thống kê sub-Poisson, hiệu ứng nén và tính phản kết chùm. Mặt khác, tính chất nén của trạng thái lượng tử đã được thảo luận để làm giảm sự phân tán ở một trong hai thành phần vuông góc của tọa độ và xung lượng. Cách đơn giản để tạo ra trạng thái nén tăng cường là tác dụng toán tử nén tăng cường lên một trạng thái kết hợp thông thường [3]. Việc nghiên cứu các tính chất của trạng thái phi cổ điển mới này đã mở ra những ứng dụng mới trong kỹ thuật. Áp dụng các trạng thái này vào thực nghiệm cho phép chúng ta tạo ra các thiết bị quang học, các thiết bị điện tử với độ chính xác cao để đáp ứng sự

phát triển của khoa học kỹ thuật ngày nay. Vào năm 2019, trạng thái gọi là trạng thái đơn mode chồng chất nén kết hợp tăng cường đã được đề xuất như sau [2]:

$$|\psi\rangle_{V,\theta} = \mathcal{N} V(\lambda, r) \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n + e^{i\theta}(-\alpha)^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle, \quad (1)$$

trong đó $\mathcal{N} = \left[2\left(1 + e^{-2|\alpha|^2} \cos\theta\right)\right]^{-1/2}$ là hệ số chuẩn hóa. Toán tử nén tăng cường $V(\lambda, r) = e^{-\frac{i\lambda}{2}[\hat{a}^2 \cosh r + (2\hat{a}^\dagger \hat{a} + 1) \sinh r + \hat{a}^{\dagger 2} \cosh r]}$ với $\hat{a}^\dagger$ và $\hat{a}$ lần lượt là toán tử sinh và toán tử hủy hạt trường boson. Việc nghiên cứu tính chất phi cổ điển bậc thấp của trạng thái này đã được thể hiện chi tiết [2]. Tuy nhiên, các tính chất phi cổ điển bậc cao của chúng vẫn chưa được nghiên cứu. Vì vậy, trong bài báo này, chúng tôi nghiên cứu các tính chất phi cổ điển bậc cao của trạng thái đơn mode chồng chất nén kết hợp tăng cường thông qua tính nén Hillery bậc cao, tính thống kê sub-Poisson bậc cao và tính phản kết chùm bậc cao.

2 TÍNH CHẤT NÉN HILLERY BẬC CAO CỦA TRẠNG THÁI ĐƠN MODE CHỒNG CHẤT NÉN KẾT HỢP TĂNG CƯỜNG

Hiệu ứng nén Hillery bậc cao, đầu tiên được giới thiệu bởi Hillery [4] và sau đó được các tác giả khác phát triển thêm [5], [6], [7]. Một trạng thái được gọi là nén Hillery bậc cao nếu thỏa mãn bất đẳng thức

$$\left\langle \left(\Delta \hat{Q}_\ell(\varphi) \right)^2 \right\rangle < \frac{1}{4} \langle F_\ell \rangle, \quad (2)$$

trong đó [5]

$$\langle F_\ell \rangle = \left\langle \left[\hat{a}^\ell, \hat{a}^{\dagger \ell} \right] \right\rangle = \sum_{\tau=1}^{\ell} \frac{\ell! \ell^{(\tau)}}{(\ell-\tau)! \tau!} \left\langle \left(\hat{a}^\dagger \right)^{\ell-\tau} \hat{a}^{\ell-\tau} \right\rangle, \quad (3)$$

với $\ell^{(\tau)} = \ell(\ell-1)\dots(\ell-\tau+1)$. Để thuận tiện, hệ số nén Hillery bậc cao đã được đưa ra như sau:

$$S_\ell = \frac{2 \left\{ \langle \hat{a}^{\dagger \ell} \hat{a}^\ell \rangle + \Re \left[e^{-2i\ell\varphi} \langle \hat{a}^{2\ell} \rangle \right] - 2 \left(\Re \left[e^{-i\ell\varphi} \langle \hat{a}^\ell \rangle \right] \right)^2 \right\}}{\sum_{t=1}^{\ell} \frac{\ell! \ell^{(t)}}{(\ell-t)! t!} \left\langle \left(\hat{a}^\dagger \right)^{\ell-t} \hat{a}^{\ell-t} \right\rangle}. \quad (4)$$

Điều kiện nén Hillery bậc cao của một trạng thái nào đó là hệ số nén S_ℓ phải nằm trong khoảng $-1 \leq S_\ell < 0$ và trạng thái là nén lý tưởng nếu $S_\ell = -1$. Khi tính trung bình trong trạng thái đơn mode chồng chất nén kết hợp tăng cường, ta có

$$\left\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \right\rangle_{V,\theta} = 2\mathcal{N}^2 \left[|\alpha|^2 \left(|\mu|^2 + |\nu|^2 \right) B + T_1 A + |\nu|^2 A \right], \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \langle \hat{a}^{\dagger 2} \hat{a}^2 \rangle_{V,\theta} &= 2\mathcal{N}^2 \left\{ \left(|\mu|^4 + |\nu|^4 \right) |\alpha|^4 A + |\mu|^2 T_1 \left[2|\alpha|^2 B + A \right] + T_2 A \right. \\ &\quad \left. + |\mu\nu|^2 \left[A + 8|\alpha|^2 B + 4|\alpha|^4 A \right] + |\nu|^2 T_2 \left[5A + 2|\alpha|^2 B \right] + |\nu|^4 \left[2A + 4|\alpha|^2 B \right] \right\}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \langle \hat{a}^{\dagger 3} \hat{a}^3 \rangle_{V,\theta} &= 2\mathcal{N}^2 \left\{ \left(|\mu|^6 + |\nu|^6 \right) |\alpha|^6 B + 3|\mu|^4 T_1 \left[|\alpha|^4 A + |\alpha|^2 B \right] \right. \\ &\quad + 9|\mu|^4 |\nu|^2 \left[|\alpha|^6 B + 3|\alpha|^4 A + |\alpha|^2 B \right] + 9|\mu\nu|^2 T_1 \left[|\alpha|^4 A + 4|\alpha|^2 B + 2A \right] \\ &\quad + 3|\nu|^2 T_2 \left[|\alpha|^2 B + 4A \right] + 9|\mu|^2 |\nu|^4 \left[|\alpha|^6 B + 6|\alpha|^4 A + 7|\alpha|^2 B + A \right] \\ &\quad \left. + 3|\nu|^4 T_1 \left[|\alpha|^4 A + 7|\alpha|^2 B + 9A \right] + |\nu|^6 \left[9|\alpha|^4 A + 18|\alpha|^2 B + 6A \right] \right\}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \langle \hat{a}^{\dagger 4} \hat{a}^4 \rangle_{V,\theta} &= 2\mathcal{N}^2 \left\{ \left(|\mu|^8 + |\nu|^8 \right) |\alpha|^8 A + 2|\mu|^6 T_1 \left[2|\alpha|^6 B + 3|\alpha|^4 A \right] + T_4 A \right. \\ &\quad + 3|\mu|^4 T_2 \left[A + 4|\alpha|^2 B + 2|\alpha|^4 A \right] + 2|\mu|^2 T_3 \left[2|\alpha|^2 B + 3A \right] + 4|\mu|^6 |\nu|^2 \\ &\quad \times \left[4|\alpha|^8 A + 16|\alpha|^6 B + 9|\alpha|^4 A \right] + 6|\mu|^4 |\nu|^2 T_1 \left[4|\alpha|^6 B + 22|\alpha|^4 A \right. \\ &\quad \left. + 22|\alpha|^2 B + 3A \right] + 4|\mu\nu|^2 T_2 \left[4|\alpha|^4 A + 24|\alpha|^2 B + 21A \right] + 2|\nu|^2 T_3 \\ &\quad \times \left[11A + 2|\alpha|^2 B \right] + 9|\mu\nu|^4 \left[A + 24|\alpha|^2 B + 60|\alpha|^4 A + 32|\alpha|^6 B \right. \\ &\quad \left. + 4|\alpha|^8 A \right] + 6|\mu|^2 |\nu|^4 T_1 \left[4|\alpha|^6 B + 38|\alpha|^4 A + 86|\alpha|^2 B + 39A \right] \\ &\quad + 3|\nu|^4 T_2 \left[41A + 20|\alpha|^2 B + 2|\alpha|^4 A \right] + 4|\mu|^2 |\nu|^6 \left[4|\alpha|^8 A + 48|\alpha|^6 B \right. \\ &\quad \left. + 153|\alpha|^4 A + 132|\alpha|^2 B + 18A \right] + 2|\nu|^6 T_1 \left[84A + 96|\alpha|^2 B \right. \\ &\quad \left. + 27|\alpha|^4 A + 2|\alpha|^6 B \right] + |\nu|^8 \left[24A + 96|\alpha|^2 B + 72|\alpha|^4 A + 16|\alpha|^6 B \right] \Big\}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\langle \hat{a} \rangle_{V,\theta} = 2i\mathcal{N}^2 e^{-2|\alpha|^2} \sin \theta (\mu\alpha - \nu\alpha^*), \quad (9)$$

$$\langle \hat{a}^2 \rangle_{V,\theta} = 2\mathcal{N}^2 \left\{ \mu^2 \alpha^2 A + \mu\nu \left[2|\alpha|^2 B + A \right] + \nu^2 \alpha^{*2} A \right\}, \quad (10)$$

$$\langle \hat{a}^3 \rangle_{V,\theta} = (2i)\mathcal{N}^2 e^{-2|\alpha|^2} \sin \theta \left[\mu^3 \alpha^3 + 3 \left(|\alpha|^2 - 1 \right) (\mu\nu^2 \alpha^* - \mu^2 \nu \alpha) - \nu^3 \alpha^{*3} \right], \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \langle \hat{a}^4 \rangle_{V,\theta} &= 2\mathcal{N}^2 \left\{ \left(\mu^4 \alpha^4 + \nu^4 \alpha^{*4} \right) A + 2 \left(\mu^3 \nu \alpha^2 + \mu \nu^3 \alpha^{*2} \right) \left[2|\alpha|^2 B + 3A \right] \right. \\ &\quad \left. + 3\mu^2 \nu^2 \left[A + 4|\alpha|^2 B + 2|\alpha|^4 A \right] \right\}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned}\langle \hat{a}^6 \rangle_{V,\theta} = & 2\mathcal{N}^2 \left\{ (\mu^6 \alpha^6 + \nu^6 \alpha^{*6}) A + (\mu^5 \nu \alpha^4 + \mu \nu^5 \alpha^{*4}) [6|\alpha|^2 B + 15A] \right. \\ & + 15 (\mu^4 \nu^2 \alpha^2 + \mu^2 \nu^4 \alpha^{*2}) [|\alpha|^4 A + 4|\alpha|^2 B + 3A] \\ & \left. + 5\mu^3 \nu^3 [4|\alpha|^6 B + 18|\alpha|^4 A + 18|\alpha|^2 B + 3A] \right\},\end{aligned}\quad (13)$$

$$\begin{aligned}\langle \hat{a}^8 \rangle_{V,\theta} = & 2\mathcal{N}^2 \left\{ (\mu^8 \alpha^8 + \nu^8 \alpha^{*8}) A + 2 (\mu^7 \nu \alpha^6 + \mu \nu^7 \alpha^{*6}) [4|\alpha|^2 B + 14A] \right. \\ & + (\mu^6 \nu^2 \alpha^4 + \mu^2 \nu^6 \alpha^{*4}) [210A + 168|\alpha|^2 B + 28|\alpha|^4 A] \\ & + 2 (\mu^5 \nu^3 \alpha^2 + \mu^3 \nu^5 \alpha^{*2}) [210A + 420|\alpha|^2 B + 210|\alpha|^4 A + 28|\alpha|^6 B] \\ & \left. + 5\mu^4 \nu^4 [21A + 168|\alpha|^2 B + 252|\alpha|^4 A + 112|\alpha|^6 B + 14|\alpha|^8 A] \right\},\end{aligned}\quad (14)$$

với $A = (1 + e^{-2|\alpha|^2} \cos \theta)$, $B = (1 - e^{-2|\alpha|^2} \cos \theta)$, và $T_n = ((\mu^* \nu \alpha^{*2})^n + (\mu \nu^* \alpha^2)^n)$.

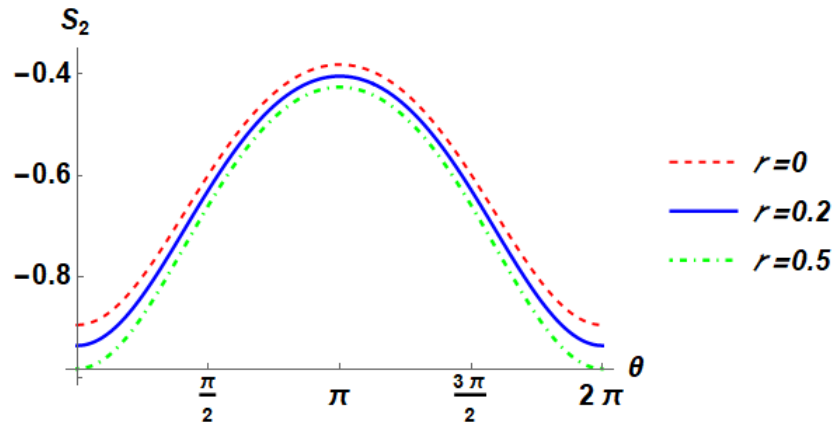
Sau đây, chúng tôi khảo sát tính chất nén bậc cao hai, ba, bốn của trạng thái đơn mode chồng chất nén kết hợp tăng cường:

a) Nén Hillery bậc hai

$$S_2 = \frac{2 \left\{ \langle \hat{a}^{\dagger 2} \hat{a}^2 \rangle_{V,\theta} + \Re [e^{-4i\varphi} \langle \hat{a}^4 \rangle_{V,\theta}] - 2 \left(\Re [e^{-2i\varphi} \langle \hat{a}^2 \rangle_{V,\theta}] \right)^2 \right\}}{\langle F_2 \rangle}.\quad (15)$$

Sử dụng các kết quả tính toán của phương trình (6), (10), (12) cho các số hạng $\langle \hat{a}^{\dagger 2} \hat{a}^2 \rangle_{V,\theta}$, $\Re [e^{-2i\varphi} \langle \hat{a}^2 \rangle_{V,\theta}]$, $\Re [e^{-4i\varphi} \langle \hat{a}^4 \rangle]$. Thay $\ell = 2$ vào công thức (3) và thực hiện các phép biến đổi ta thu được

$$\langle F_2 \rangle = 4\mathcal{N}^2 \left[2B|\alpha|^2 (|\mu|^2 + |\nu|^2) + 2AT_1 + A(2|\nu|^2 + 1) \right].\quad (16)$$



Hình 1: Hệ số nén bậc hai là hàm của θ với các giá trị khác nhau của r .

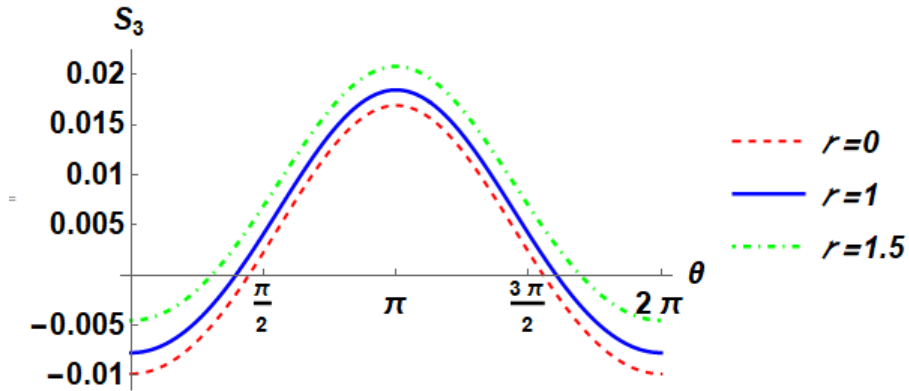
Hình (1) mô tả hệ số nén bậc hai của trạng thái đơn mode chồng chất nén kết hợp tăng cường phụ thuộc vào θ với các giá trị khác nhau của tham số nén $r = 0, 0.2, 0.5$. Đồ thị cho thấy, ứng với tham số r càng tăng thì tham số S_2 càng âm, điều này có nghĩa là khi tham số nén r càng tăng thì tính chất nén thể hiện càng mạnh, tính chất này hoàn toàn tương tự với tính chất nén bậc một [2].

b) Nén Hillery bậc ba

$$S_3 = \frac{2 \left\{ \langle \hat{a}^{\dagger 3} \hat{a}^3 \rangle_{V,\theta} + \Re \left[e^{-6i\varphi} \langle \hat{a}^6 \rangle_{V,\theta} \right] - 2 \left(\Re \left[e^{-3i\varphi} \langle \hat{a}^3 \rangle_{V,\theta} \right] \right)^2 \right\}}{\langle F_3 \rangle}. \quad (17)$$

Sử dụng các kết quả tính toán của phương trình (7), (11), (13) cho các số hạng $\langle \hat{a}^{\dagger 3} \hat{a}^3 \rangle_{V,\theta}$, $\Re \left[e^{-3i\varphi} \langle \hat{a}^3 \rangle \right]$, $\Re \left[e^{-6i\theta} \langle a^6 \rangle_{V,\theta} \right]$. Thay $\ell = 3$ vào công thức (3) và thực hiện các phép biến đổi ta thu được

$$\begin{aligned} \langle F_3 \rangle = & 6\mathcal{N}^2 \left\{ 3A|\alpha|^4 \left(|\mu|^4 + |\nu|^4 \right) + 6B|\alpha|^2 \left(|\mu|^2 + |\nu|^2 + 2|\nu|^4 \right) \right. \\ & + 3T_1 \left[A \left(|\mu|^2 + 5|\nu|^2 + 2 \right) + 2|\alpha|^2 \left(|\mu|^2 + |\nu|^2 \right) B \right] \\ & \left. + 3AT_2 + 3|\mu\nu|^2 [A + 8B|\alpha|^2 + 4A|\alpha|^4] + 2A \left(3|\nu|^4 + 3|\nu|^2 + 1 \right) \right\}. \end{aligned} \quad (18)$$



Hình 2: Hệ số nén bậc ba là hàm của θ với các giá trị khác nhau của r .

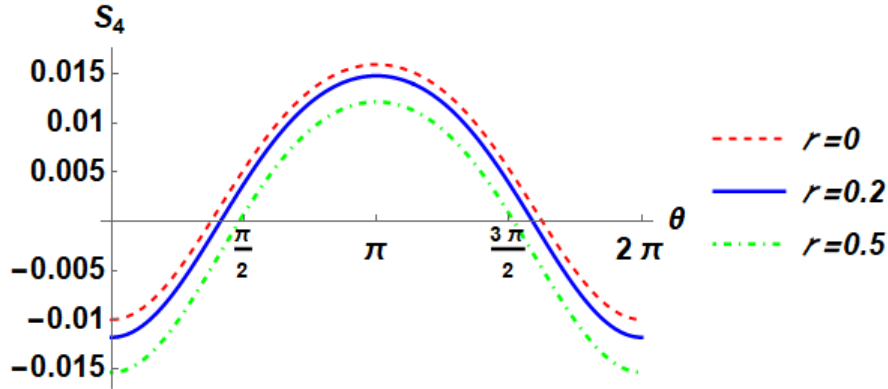
Hình (2) mô tả hệ số nén bậc ba của trạng thái đơn mode chồng chất nén kết hợp tăng cường phụ thuộc vào θ với các giá trị khác nhau của tham số nén $r = 0, 1, 1.5$. Đồ thị cho thấy, ứng với tham số r càng tăng thì tham số S_3 càng gần giá trị 0, điều này có nghĩa là khi tham số nén r càng tăng thì tính chất nén thể hiện càng yếu, ngược với tính chất nén bậc một và nén Hillery bậc hai khi tham số nén r càng tăng thì tính chất nén thể hiện càng mạnh.

c) Nén Hillery bậc bốn

$$S_4 = \frac{2 \left\{ \langle \hat{a}^{\dagger 4} \hat{a}^4 \rangle_{V,\theta} + \Re \left[e^{-8i\varphi} \langle \hat{a}^8 \rangle_{V,\theta} \right] - 2 \left(\Re \left[e^{-4i\varphi} \langle \hat{a}^4 \rangle_{V,\theta} \right] \right)^2 \right\}}{\langle F_4 \rangle}. \quad (19)$$

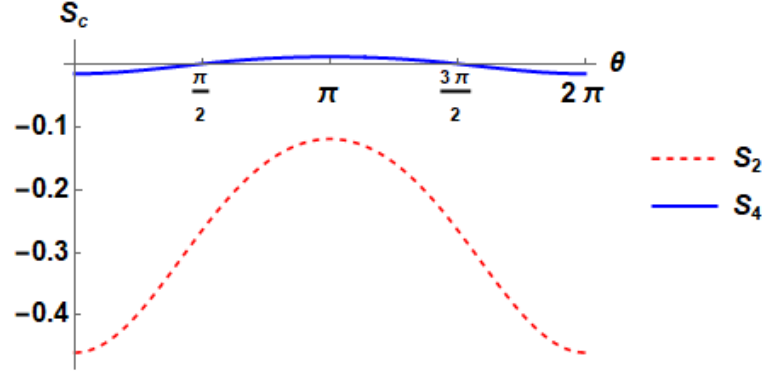
Sử dụng các kết quả tính toán của phương trình (8), (12), (14) cho các số hạng $\langle \hat{a}^{\dagger 4} \hat{a}^4 \rangle_{V,\theta}$, $\Re \left[e^{-4i\varphi} \langle \hat{a}^4 \rangle \right]$, $\Re \left[e^{-8i\varphi} \langle \hat{a}^8 \rangle_{V,\theta} \right]$. Thay $\ell = 4$ vào công thức (3) và thực hiện các phép biến đổi ta thu được

$$\begin{aligned} \langle F_4 \rangle = & 16\mathcal{N}^2 \left\{ 2B|\alpha|^6 \left(|\mu|^2 + |\nu|^2 \right) + 6T_1|\mu|^4 \left[A|\alpha|^4 + |\alpha|^2 B \right] + 6T_2|\mu|^2 \left[B|\alpha|^2 + A \right] \right. \\ & + 2AT_3 + 18|\mu|^4|\nu|^2 \left[B|\alpha|^6 + 3A|\alpha|^4 + B|\alpha|^2 \right] + 18|\mu\nu|^2 T_1 \left[A|\alpha|^4 + 4B|\alpha|^2 + 2A \right] \\ & + 6T_2|\nu|^2 \left[B|\alpha|^2 + 4A \right] + 18|\mu|^2|\nu|^4 \left[B|\alpha|^6 + 6A|\alpha|^4 + 7B|\alpha|^2 + A \right] + 3A + 6T_1|\nu|^4 \\ & \times \left[A|\alpha|^4 + 7B|\alpha|^2 + 9A \right] + 2|\nu|^6 \left[9A|\alpha|^4 + 18B|\alpha|^2 + 6A \right] + 9A \left(|\mu|^4 + |\nu|^4 \right) |\alpha|^4 \\ & + 9|\mu|^2 T_1 \left[2B|\alpha|^2 + A \right] + 9T_2 A + 9|\mu\nu|^2 \left[A + 8B|\alpha|^2 + 4A|\alpha|^4 \right] + 12|\nu|^2 A + 9|\nu|^2 T_2 \\ & \times \left[5A + 2B|\alpha|^2 \right] + 9|\nu|^4 \left[2A + 4B|\alpha|^2 \right] + 12|\alpha|^2 B \left(|\mu|^2 + |\nu|^2 \right) + 12AT_1 \left. \right\}. \quad (20) \end{aligned}$$



Hình 3: Hệ số nén bậc bốn là hàm của θ với các giá trị khác nhau của r .

Hình (3) mô tả hệ số nén bậc bốn của trạng thái đơn mode chồng chất nén kết hợp tăng cường phụ thuộc vào θ với các giá trị khác nhau của tham số nén $r = 0, 0.2, 0.5$. Đồ thị cho thấy, khi tham số nén r càng tăng thì tính chất nén thể hiện càng mạnh, tính chất này hoàn toàn tương tự với tính chất nén bậc một và tính chất nén Hillery bậc hai.



Hình 4: Hệ số nén bậc hai (đường đứt nét) và bậc bốn (đường liền nét) là hàm của θ với tham số nén $r = 0.4$.

Xét về mức độ nén Hillery bậc cao thì rõ ràng trạng thái đơn mode chồng chất nén kết hợp tăng cường đều xuất hiện hiệu ứng nén bậc hai và bậc bốn với giá trị các tham số $\alpha, \lambda, \ell, \theta$ đã cho, nhưng hiệu ứng nén bậc hai mạnh hơn hiệu ứng nén bậc bốn. Hình (4) cho ta thấy rằng, sự tăng dần của bậc chẵn thì tham số S_c càng lúc càng gần với giá trị 0, nghĩa là tính chất nén Hillery bậc cao càng yếu khi bậc c càng lớn.

3 TÍNH THỐNG KÊ SUB-POISSON BẬC CAO VÀ TÍNH PHẢN KẾT CHÙM BẬC CAO CỦA TRẠNG THÁI ĐƠN MODE CHỒNG CHẤT NÉN KẾT HỢP TĂNG CƯỜNG

Khái niệm thống kê sub-Poisson bậc cao được giới thiệu trong [8]. Bằng cách sử dụng $\langle \hat{n}^{(\ell)} \rangle = \langle \hat{n}(\hat{n} - 1) \dots (\hat{n} - \ell + 1) \rangle = \langle \hat{a}^\dagger \hat{a}^\ell \rangle$, với $\langle \hat{n} \rangle = \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle$ tham số P_ℓ được định nghĩa như sau [9]:

$$P_\ell = \frac{\langle \hat{a}^{\dagger \ell} \hat{a}^\ell \rangle_{V, \theta}}{(\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle_{V, \theta})^\ell} - 1, \quad (21)$$

với ℓ là số nguyên dương và tham số $P_\ell < 0$ chỉ tính thống kê sub-Poisson bậc cao. Theo đó, Glauber định nghĩa hàm tương quan bậc cao như sau [10]:

$$g^{(\ell)} = \frac{\langle \hat{a}^{\dagger \ell} \hat{a}^\ell \rangle}{\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle^\ell}. \quad (22)$$

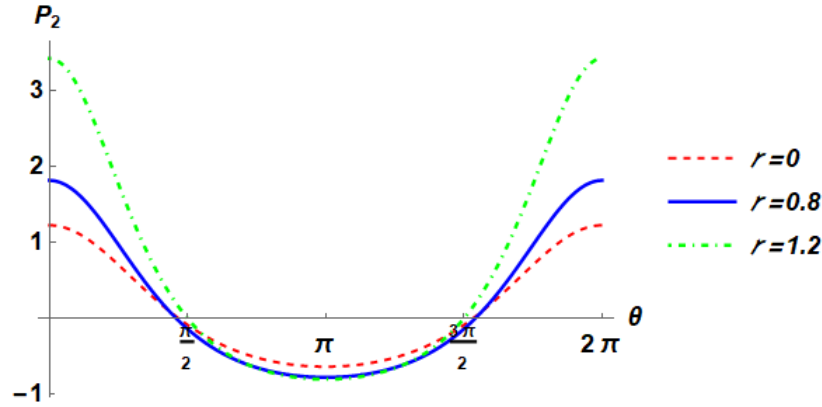
Tính chất phản kết chùm và mức độ phản kết chùm càng lớn nếu hàm tương quan càng nhỏ hơn so với 1. So sánh biểu thức $g^{(\ell)}$ với P_ℓ , ta thấy chúng tương tự nhau về mặt toán học. Cả $g^{(\ell)}$ và P_ℓ đều là hàm phụ thuộc vào các tham số $\ell, \alpha, \theta, \lambda, r$. Từ khái niệm về tính thống kê sub-Poisson và tính phản kết chùm, chúng ta nhận thấy rằng nếu một trạng thái thể hiện tính thống kê sub-Poisson thì cũng sẽ thể hiện tính phản kết chùm. Từ đây có thể kết luận rằng cả hai tính chất này có mối liên quan với nhau, nghĩa là nếu trạng thái đơn mode chồng chất nén kết hợp tăng cường đã thể hiện tính thống kê sub-Poisson bậc cao thì cũng sẽ thể hiện tính phản kết chùm bậc cao.

Sau đây, chúng tôi sẽ khảo sát tính thống kê sub-Poisson bậc cao và tính phản kết chùm bậc cao của trạng thái đơn mode chồng chất nén kết hợp tăng cường với vài giá trị nhỏ của ℓ được đưa ra dưới đây:

a) Với $\ell = 2$

Thay $\ell = 2$ vào biểu thức (21) và sử dụng các kết quả tính toán của phương trình (5), (6) ta được tham số P_2 của trạng thái đơn mode chồng chất nén kết hợp tăng cường $|\psi\rangle_{V,\theta}$ có dạng

$$\begin{aligned} P_2 = 2\mathcal{N}^2 \Big\{ & \left(|\mu|^4 + |\nu|^4 \right) |\alpha|^4 A + |\mu|^2 T_1 \left[2|\alpha|^2 B + A \right] + |\nu|^2 T_1 \left[5A + 2|\alpha|^2 B \right] \\ & + T_2 A + |\mu\nu|^2 \left[A + 8|\alpha|^2 B + 4|\alpha|^4 A \right] + |\nu|^4 \left[2A + 4|\alpha|^2 B \right] \Big\} \\ & \times \left\{ 2N_m^2 \left[|\alpha|^2 \left(|\mu|^2 + |\nu|^2 \right) B + T_1 A + |\nu|^2 A \right] \right\}^{-2} - 1. \end{aligned} \quad (23)$$



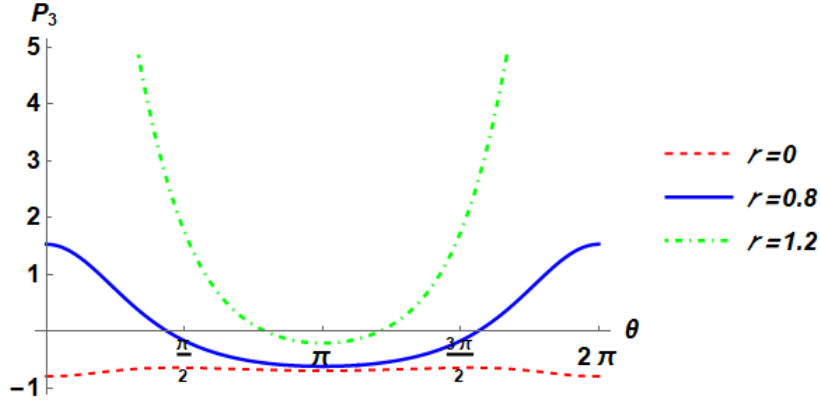
Hình 5: Tham số P_2 là hàm của θ với các giá trị khác nhau của $r = 0, 0.8, 1.2$ với $\lambda = 0.2$ và $\alpha = e^{i\pi/3}$.

Đồ thị hình (5) cho thấy rằng tính thống kê sub-Poisson bậc một của trạng thái đơn mode chồng chất nén kết hợp tăng cường càng mạnh khi r càng lớn. Như vậy, mức độ thể hiện tính chất phản kết chùm bậc một của trạng thái này càng mạnh khi r càng lớn.

b) Với $\ell = 3$

Thay $\ell = 3$ vào biểu thức (21) và sử dụng các kết quả tính toán của phương trình (5), (7) ta được tham số P_3 của trạng thái đơn mode chồng chất nén kết hợp tăng cường $|\psi\rangle_{V,\theta}$ có dạng

$$\begin{aligned} P_3 = 2\mathcal{N}^2 \Big\{ & \left(|\mu|^6 + |\nu|^6 \right) |\alpha|^6 B + 3|\mu|^4 T_1 \left[|\alpha|^4 A + |\alpha|^2 B \right] + 3|\mu|^2 T_2 \left[|\alpha|^2 B + A \right] \\ & + T_3 A + 9|\mu|^4 |\nu|^2 \left[|\alpha|^6 B + 3|\alpha|^4 A + |\alpha|^2 B \right] + 9|\mu\nu|^2 T_1 \left[|\alpha|^4 A + 4|\alpha|^2 B + 2A \right] \\ & + 3|\nu|^2 T_2 \left[|\alpha|^2 B + 4A \right] + 9|\mu|^2 |\nu|^4 \left[|\alpha|^6 B + 6|\alpha|^4 A + 7|\alpha|^2 B + A \right] \\ & + 3|\nu|^4 T_1 \left[|\alpha|^4 A + 7|\alpha|^2 B + 9A \right] + |\nu|^6 \left[9|\alpha|^4 A + 18|\alpha|^2 B + 6A \right] \Big\} \\ & \times \left\{ 2N_m^2 \left[|\alpha|^2 \left(|\mu|^2 + |\nu|^2 \right) B + T_1 A + |\nu|^2 A \right] \right\}^{-3} - 1. \end{aligned} \quad (24)$$



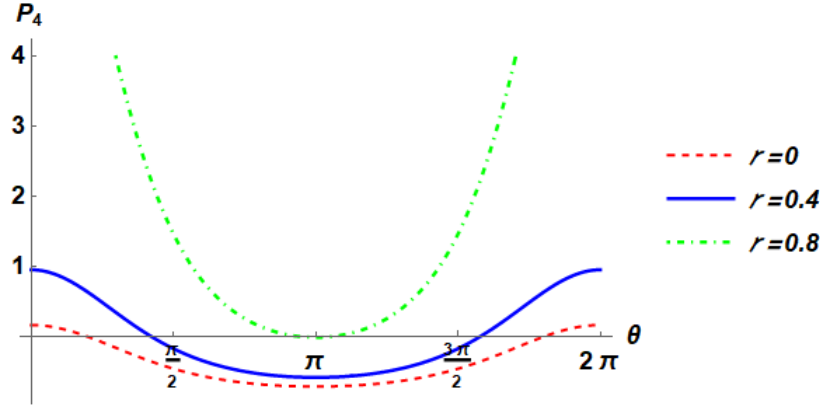
Hình 6: Tham số P_3 là hàm của θ với các giá trị khác nhau của $r = 0, 0.8, 1.2$ với $\lambda = 0.2$ và $\alpha = e^{i\pi/4}$.

Đồ thị hình (6) cho thấy rằng tính thống kê sub-Poisson bậc hai của trạng thái đơn mode chồng chất nén kết hợp tăng cường yếu dần khi r tăng dần. Như vậy, mức độ thể hiện tính chất phản kết chùm bậc hai của trạng thái này càng yếu khi r càng lớn.

c) Với $\ell = 4$

Thay $\ell = 4$ vào biểu thức (21) và sử dụng các kết quả tính toán của phương trình (5), (8) ta được tham số P_4 của trạng thái đơn mode chồng chất nén kết hợp tăng cường $|\psi\rangle_{V,\theta}$ có dạng

$$\begin{aligned}
 P_4 = 2\mathcal{N}^2 \Big\{ & \left(|\mu|^8 + |\nu|^8 \right) |\alpha|^8 A + 2|\mu|^6 T_1 \left[2|\alpha|^6 B + 3|\alpha|^4 A \right] + \left[A + 4|\alpha|^2 B + 2|\alpha|^4 A \right] \\
 & \times 3|\mu|^4 T_2 + 2|\mu|^2 T_3 \left[2|\alpha|^2 B + 3A \right] + T_4 A + 4|\mu|^6 |\nu|^2 \left[4|\alpha|^8 A + 16|\alpha|^6 B + 9|\alpha|^4 A \right] \\
 & + 6|\mu|^4 |\nu|^2 T_1 \left[4|\alpha|^6 B + 22|\alpha|^4 A + 22|\alpha|^2 B + 3A \right] + \left[4|\alpha|^4 A + 24|\alpha|^2 B + 21A \right] \\
 & \times 4|\mu\nu|^2 T_2 + 9|\mu\nu|^4 \left[A + 24|\alpha|^2 B + 60|\alpha|^4 A + 32|\alpha|^6 B + 4|\alpha|^8 A \right] + 2|\nu|^2 T_3 \\
 & \times \left[11A + 2|\alpha|^2 B \right] + 6|\mu|^2 |\nu|^4 T_1 \left[4|\alpha|^6 B + 38|\alpha|^4 A + 86|\alpha|^2 B + 39A \right] + 4|\mu|^2 |\nu|^6 \\
 & \times \left[4|\alpha|^8 A + 48|\alpha|^6 B + 153|\alpha|^4 A + 132|\alpha|^2 B + 18A \right] + 2|\nu|^6 T_1 \left[84A + 96|\alpha|^2 B \right. \\
 & \left. + 27|\alpha|^4 A + 2|\alpha|^6 B \right] + |\nu|^8 \left[24A + 96|\alpha|^2 B + 72|\alpha|^4 A + 16|\alpha|^6 B \right] \Big\} \\
 & \times \left\{ 2\mathcal{N}_m^2 \left[|\alpha|^2 \left(|\mu|^2 + |\nu|^2 \right) B + T_1 A + |\nu|^2 A \right] \right\}^{-4} - 1.
 \end{aligned} \tag{25}$$



Hình 7: Tham số P_4 là hàm của θ với các giá trị khác nhau của $r = 0, 0.4, 0.8$ với $\lambda = 0.2$ và $\alpha = e^{i\pi/4}$.

Đồ thị hình (7) cho thấy rằng tính thống kê sub-Poisson bậc ba của trạng thái đơn mode chồng chất nén kết hợp tăng cường yếu dần khi r tăng dần. Như vậy, mức độ thể hiện tính chất phản kết chùm bậc ba của trạng thái này càng yếu khi r càng lớn. Cả hai tính chất này hoàn toàn tương tự với bậc hai. Từ đó ta kết luận rằng tính thống kê sub-Poisson bậc cao và tính phản kết chùm bậc cao của trạng thái này càng yếu khi ℓ và r càng lớn.

4 KẾT LUẬN

Trong bài báo này, chúng tôi đã khảo sát các hiệu ứng nén Hillery bậc cao, tính thống kê sub-Poisson bậc cao và tính chất phản kết chùm bậc cao của trạng thái đơn mode chồng chất nén kết hợp tăng cường. Qua quá trình khảo sát, tính toán và vẽ đồ thị thông qua các tham số, chúng tôi nhận thấy mức độ nén Hillery bậc chẵn trong trạng thái đơn mode chồng chất nén kết hợp tăng cường thể hiện càng mạnh khi r càng lớn, tuy nhiên tính chất này thể hiện càng yếu khi bậc càng cao. Hơn nữa, mức độ thống kê sub-Poisson bậc cao trở nên yếu hơn khi tăng bậc ℓ và tăng tham số r . Tính thống kê sub-Poisson bậc cao và tính phản kết chùm bậc cao gần như giống nhau về biểu thức toán học, các hình vẽ cũng tương tự nhau. Như vậy, mức độ thể hiện tính chất phản kết chùm bậc cao của trạng thái này sẽ càng yếu khi ℓ, r càng lớn. Do đó, chúng tôi có thể đi đến kết luận trạng thái đơn mode chồng chất nén kết hợp tăng cường thể hiện các tính chất phi cổ điển bậc cao. Ở tính nén Hillery bậc cao, các tính chất phi cổ điển càng được tăng cường mạnh hơn so với tính chất ban đầu khi thay đổi tham số tăng cường một cách phù hợp.

LỜI CẢM ƠN

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Quỹ Phát triển khoa học và công nghệ Quốc gia (NAFOS-TED) trong đề tài mã số 103.01-2018.361.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Schleich W., Pernigo M., Kien F. L. (1991), "*Nonclassical state from two pseudoclassical states*", Physical Review A, 44, 2172.
- [2] Jian-ming D., Gang R., Hai-jun Y., Wen-hai Z. (2019), "*Squeezing-enhanced Superposition of Coherent States and Their Nonclassical Properties*", Optics.
- [3] Hong C. K. and Mandel L. (1985), "*Higher-order Squeezing of a quantum field*", Physical Review Letters, 54(4), pp. 323-325.12.
- [4] Hillery M. (1963), "*Conservation laws and nonclassical states in nonlinear optical systems*", Physical Review A, 31, pp.38-342.
- [5] Truong M. D. and Nguyen B. A. (2004), "*Hillery-Type Squeezing in Fan States*", Journal of the Korean Physical Society, 44, pp. 1421-1426.16.
- [6] Dodonov V. V., Man'ko V. I. (2003), "*Theory of Nonclassical States of Light*", Taylor and Francis, London, pp.219-240.
- [7] Sudarshan E. C. G. (1963), "*Equivalence of semiclassical and quantum mechanical descriptions of statistical light beams*", Physical Review Letters, 10, pp.277-279.
- [8] Daniel E., Reeta V., and Surendra S. (2001), "*Higher-order sub-Poissonian photon statistics in terms of factorial moments*", Optical Society of America, 19(6), pp.1471
- [9] Truong M. D., Jaewoo N. (2008), "*Higher-order properties of photonadded coherent states*", Optics Communications, 281, pp.2842-2848.
- [10] Glauber R. J. (1963), "*Coherent and Incoherent States of the Radiation Field*", Physical Review B, 131(6), pp.2766-2788.

Title: STUDYING THE HIGHER-ORDER NONCLASSICAL PROPERTIES OF THE SQUEEZING-ENHANCED SUPERPOSITION OF COHERENT STATE

Abstract: In the paper, we study the higher-order nonclassical properties of the squeezing-enhanced superposition of coherent state as higher-order Hillery squeezing, higher-order sub-Poissonian distributions, higher-order antibunching effect. The results show that this state exhibits even order Hillery squeezing. The degree of the Hillery squeezing always increases with the increase of the squeezing parameter r but this property becomes weaker when increasing the order. In addition, in the squeezing-enhanced superposition of coherent state, the result also shows that the higher-order sub-Poissonian distributions as well as the higher-order antibunching effect become more and more weaker when increasing the order and squeezing-enhanced parameter.

Keywords: Squeezing-enhanced operator, higher-order Hillery squeezing, higher-order sub-Poissonian distributions, higher-order antibunching effect.