

# PHƯƠNG PHÁP TÍNH TOÁN DỰ ĐOÁN VÙNG THẨM NGUY HIỂM TRÊN MÁI ĐẬP ĐẤT CHỊU ẢNH HƯỞNG CỦA THỦY TRIỀU

TS. Lê Văn Dục

Bộ môn Cơ Lưu Chất, Khoa Kỹ Thuật Xây Dựng, Trường Đại Học Bách Khoa, ĐHQG-HCM

**D**ưới tác động của thủy triều, biên độ dao động của mực nước bão hòa và gradient thấm  $J$  khi truyền vào thân đập có xu hướng tắt dần. Do đó tồn tại vùng tam giác thấm nguy hiểm (TGTNH) có giá trị gradient thấm cực đại. Dựa vào phương trình liên tục và giả thiết truyền dao động thấm, vùng TGTNH được xác định. Phương pháp sai phần hữu hạn (SPHH), giải tích (GT) và TGTNH được lập trình dùng phần mềm EXCEL, nhằm tính toán và đánh giá kết quả mô phỏng. Thí nghiệm số chỉ ra rằng sai số tổng lưu lượng thấm trong một chu kỳ triều giữa hai phương pháp SPHH và TGTNH không quá 1,3%; sai số gradient thấm  $J$  cực đại không quá 12%. Ngoài ra, sự phân tích tính ổn định của mái đập đất chỉ ra rằng: tình trạng thấm nguy hiểm xảy ra khi mực triều thấp nhất, tương ứng với  $J$  ra cực đại. Đây là một trong những lý do quan trọng giải thích nhiều hiện tượng sạt lở bờ sông ở vùng Đồng Bằng Sông Cửu Long trong thời gian qua.

## 1. Mở đầu

Vấn đề sạt lở mái đập, đê và bờ sông được nhiều nhà khoa học trong nước và trên thế giới quan tâm nghiên cứu vì thiệt hại do nó gây ra đối đời sống kinh tế xã hội không nhỏ.

Lê Mạnh Hùng (2005) [1], Trần Văn Túc và Huỳnh Thanh Sơn (2005) [2] đã có những nỗ lực nghiên cứu hiện tượng biến hình lòng dẫn, xói lở do sự tác động giữa yếu tố thủy lực, hình dạng và cấu trúc lòng dẫn đối với sông và kênh tự nhiên thuộc vùng Đồng Bằng Sông Cửu Long. Tuy nhiên, đối với các sông kênh vùng triều, ngoài nguyên nhân vừa nêu, yếu tố dòng thấm không ổn định cũng là một nhân tố không nhỏ gây ra sạt lở bờ sông, xem Trần Anh Trung (2005) [3].

Tình trạng gây mất ổn định của mái đập chịu ảnh hưởng của sự thay đổi mực nước tiếp xúc mái đập, bờ sông (thủy triều) đang được các nhà khoa học trên thế giới quan tâm nghiên cứu và tiến hành xây dựng các công cụ mô hình tính toán thấm không ổn định như: Jun-feng FU và Sheng JIN (2009) [4], Shang-jie Xu và cộng sự (2009) [5]. Tiếp theo xu thế vừa nêu, công trình nghiên cứu này đề xuất giải

pháp tính toán xác định vùng thấm nguy hiểm ở mái dốc đập, đê hay bờ sông tiếp xúc với thủy triều và phân tích khả năng sạt lở nguy hiểm nhất do dòng thấm không ổn định dưới tác động thủy triều gây ra.

## 2. Các đặc tính cơ bản của dòng thấm chịu tác động của thủy triều

Xét một đập hình thang, cấu tạo bởi vật liệu thấm đồng chất và đẳng hướng, có hệ số thấm là  $K$  (m/giờ), đặt trên nền không thấm chịu tác động của các yếu tố thủy lực sau:

Mực nước hạ lưu thay đổi theo quy luật thủy triều:

$$H(t) = Z_{tb} + H \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right) \quad (1)$$

với  $Z_{tb}$ : cao trình mực nước trung bình của triều;  $H$ : biên độ triều;  $T$ : chu kỳ triều;  $t$ : thời gian.

Mực nước thượng lưu là hằng số  $H_0$ ;

Các thông số khác được chỉ ra trong Hình 1.

Dòng thấm chịu ảnh hưởng thủy triều có một số tính chất sau:

- Vị trí đường bão hòa thay đổi theo thời gian.  
Biên độ dao động của mực nước bão hòa và biên độ

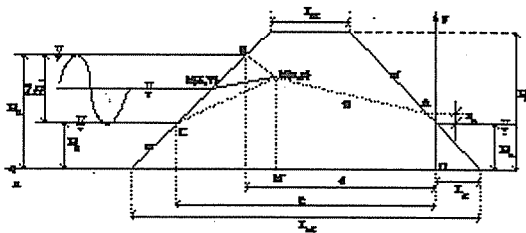
dao động của độ dốc thủy lực có xu hướng giảm dần khi vào sâu trong thân đập. Do đó, nếu mực nước  $H_0$  là hằng số, hoặc đập đủ dài, thì sẽ tồn tại một mặt cắt có biên độ dao động bằng không, phân chia dòng thấm ra làm hai khu vực: khu vực thấm không ổn định; và khu vực thấm ổn định (xem hình 1).

- Trong thân đập, tồn tại đường bao mực nước bão hòa  $H_{max}$  &  $H_{min}$ ; và đường bao gradient thủy lực  $J_{max}$  &  $J_{min}$ . Từ đó cho thấy biên độ dao động và giá trị lớn nhất của cả mực nước bão hòa và gradient thủy lực  $J$  đều nằm ở gần mặt tiếp xúc với triều.

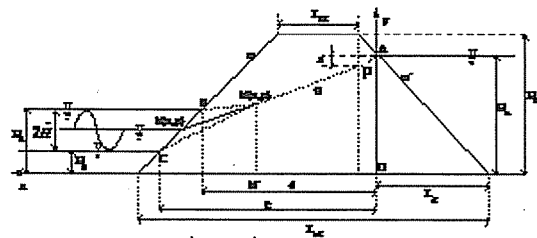
- Gọi B và C lần lượt là giao điểm của đường bao  $H_{max}$  và  $H_{min}$  với mặt đập. Các đường thẳng tiếp tuyến với đường bao  $H_{max}$  &  $H_{min}$  tại mặt đập cắt nhau tại "điểm giới hạn"  $M(x,y)$ . Tam giác BMC, được gọi là "tam giác thấm nguy hiểm" vì là vùng chứa các đường bão hòa có gradient cực đại ( $J_{max}$  &  $J_{min}$ ), là nơi có sự biến đổi lớn về mực nước bão hòa, và có sự trao đổi mạnh giữa thủy triều và dòng thấm trong thân đập.

- Toạ độ điểm M phụ thuộc các yếu tố sau:

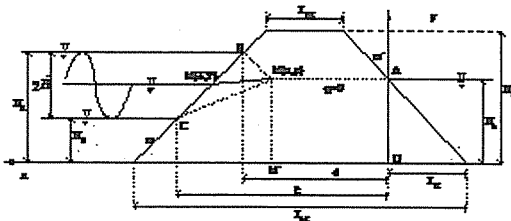
- Đặc tính của mẫu triều thiết kế (biên độ, chu kỳ, dạng,...);



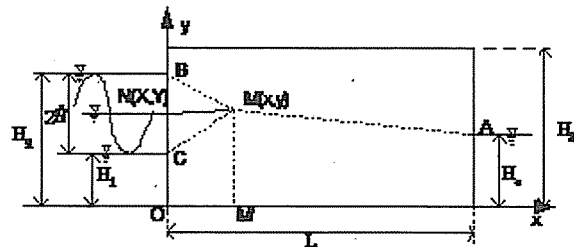
a) Sơ đồ 1: thâm từ biên triều qua đập



b) Sơ đồ 2: thâm từ khu chứa qua đập



c) Sơ đồ 3: không có lưu lượng thâm qua đập



d) Sơ đồ 4: mô hình bài toán dùng kiểm tra mô hình

**Hình 1. Sơ đồ thấm không ổn định qua đập với hạ lưu chịu ảnh hưởng thủy triều**

Cao trình mực nước khu chứa;

Hình dạng và kích thước của đập;

Hệ số thấm của vật liệu làm đập và nền;

Khối lượng riêng của nước triều và khu chứa.

Tùy theo sự thay đổi của các yếu tố trên mà vị trí điểm M có thể rơi vào một trong ba dạng sơ đồ sau:

- Loại I: Hình 1.a : cao trình mực nước khu chứa ( $H_0$ ) thấp hơn cao trình mực nước trung bình triều ( $H_{tb}$ ), tổng lưu lượng thấm trong chu kỳ triều chảy từ vùng triều vào khu chứa. Dòng thấm ra mái dốc khu chứa có thể xuất hiện chiều cao hút nước ao tùy thuộc vào vị trí điểm M, chiều cao mực nước khu

chứa  $H_0$ , mái dốc thượng lưu đập ( $m'$ ), hệ số thấm K của vật liệu đập.

- Loại II: Hình 1.b :  $H_0 > H_{tb}$ , tổng lưu lượng thấm trong chu kỳ triều chảy từ khu chứa ra biên triều. Do ảnh hưởng của dòng thấm qua khối mái dốc thượng lưu, đoạn đầu của đường mực nước bão hòa có thể xuất hiện chiều cao chuyển tiếp a.

- Loại III: Hình 1.c :  $H_0 \approx H_{tb}$ , tổng lưu lượng trong chu kỳ triều bằng 0.

Việc xác định vị trí điểm M, và tam giác BMC là vấn đề quan trọng trong việc thiết kế mái đập hạ lưu để tránh hiện tượng xói lở do dòng thấm chịu ảnh

hường thủy triều gây ra.

Dựa vào những phân tích nêu trên, bài báo này đề xuất mô hình thấm gần như ổn định (quasi-steady seepage flow model) tương đương với mô hình thấm không ổn định, sao cho đảm bảo các tiêu chí sau:

- Tổng lưu lượng thấm trong một chu kỳ triều được tính bởi hai mô hình là tương tự nhau;
- Gradient thấm  $J_{max}$  và  $J_{min}$  ở khu tam giác BMC được tính bởi hai mô hình là như nhau.
- Việc lập trình và tính toán mô hình đề xuất đơn giản và tiện lợi.

### 3. Phương trình cơ bản xác định điểm giới hạn m

Để xác định điểm  $M(x,y)$ , nghĩa là xác định tọa độ  $x$  và  $y$  của  $M$ , ta cần phải có hai phương trình:

Phương trình liên tục

Tổng lưu lượng khối lượng thấm trong một chu kỳ triều xuyên qua mặt cắt giới hạn  $MM'$ , với  $M'$  là hình chiếu của  $M$  lên đáy đập (xem Hình 1), do nguồn và triều gây ra thì cân bằng nhau. Trường hợp nếu xem khối lượng riêng  $\rho = \text{const}$ , phương trình được diễn tả như sau:

$$q(x,y).T = \int_0^T q(x,y,t).dt \quad (2)$$

Phương trình truyền dao động

Để giải tìm  $M$ , ngoài phương trình (2), cần phải có thêm một phương trình thứ hai diễn tả sự thâm nhập của điểm giới hạn  $M$  vào trong thân đập. Do đó, ta đưa thêm giả thiết sau: "Thời gian chuyển động của một hạt lưu chất thấm dọc trên hai đường bão hòa Min và Max đến điểm giới hạn  $M$  thì bằng một chu kỳ triều  $T$ ". Phương trình này được gọi là phương trình truyền dao động thấm, phụ thuộc vào từng bài toán cụ thể, và được thể hiện dưới dạng tổng quát như sau:

$$F(x, y, T, \hat{H}, Z_{tb}, m, k, \dots) = 0 \quad (3)$$

Với,

- $x, y$  : tọa độ của điểm  $M$  cần tìm;
- $q(x,y)$ : lưu lượng thấm qua một đơn vị chiều rộng ở miền thấm ổn định;

- $q(x,y, t)$ : lưu lượng thấm tức thời qua một đơn vị chiều rộng ở miền thấm không ổn định;
- $T$ : chu kỳ triều;
- $\hat{H}$ : biên độ thủy triều;
- $Z_{tb}$  : cao trình mực nước trung bình triều;
- $m$  : mái dốc mặt đập hạ lưu;
- $k$  : hệ số thấm của vật liệu cấu tạo đập.

Giải hệ phương trình (2) và (3) ta sẽ tìm được  $x, y$ , và có thể tính được  $q(x,y)$ , tổng lưu lượng thấm qua đập,  $J_{max}, J_{min}, \dots$ . Tuy nhiên việc giải trực tiếp hệ phương trình (2) và (3) bằng phương pháp giải tích không đơn giản, do đó phải dùng giải pháp tính đúng đắn. Ví thể, một chương trình EXCEL được lập sẵn nhằm phục vụ cho việc giải tìm điểm  $M$ .

### 4. Phương pháp giải tìm điểm m a Phương trình liên tục

Xét bài toán như chỉ ra trong Hình 1a. Hệ tọa độ xoy như hình vẽ.  $M(x,y)$  là điểm giới hạn,  $N(X, Y)$  là điểm thủy triều tiếp xúc với mặt đập. Sử dụng phương pháp trạng thái tức thời, giả sử dòng thấm thỏa điều kiện áp dụng công thức Dupuit, lưu lượng thấm vào mặt cắt giới hạn  $MM'$  ở thời điểm  $t$  là:

$$q(x,y,t) = \frac{k}{2} \frac{Y^2 - y^2}{(X-x)} \quad (4)$$

Trong đó:  $X = -\hat{H}.m.\sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right) \hat{H}.m + c \quad (4b)$

$$Y = \hat{H}.\sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right) + Z_{tb}$$

Tổng lượng nước thấm qua  $MM'$  trong chu kỳ  $T$  là:

$$W \text{ (vào)} = \int_0^T q(x,y,t).dt \quad (4c)$$

$$= \frac{k}{2} \int_0^T \left[ \frac{\hat{H}.\sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + Z_{tb}}{-\hat{H}.m.\sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) - \hat{H}.m + c - x} \right] - y^2 dt \quad (4d)$$

Lưu lượng tham ở miền tham ổn định là:

$$q = k \frac{y^2 - (H_o + a_o)^2}{2(x - m'.a_o)} \quad (5a)$$

Tổng lượng nước thấm ra khỏi mặt cắt  $MM'$  trong

**2) Bài toán áp dụng để so sánh kết quả tính giữa phương pháp giải tích và sai phân hữu hạn**

- Để so sánh kết quả tính giữa phương pháp sai phân hữu hạn và phương pháp giải tích, mô hình đập hình chữ nhật (Hình 1.d) với sơ đồ loại III thỏa điều kiện  $\frac{\partial H}{\partial x}|_{x=L} = 0$ , bỏ qua yếu tố mưa (N=0); điều kiện ban đầu của hai phương pháp giống nhau H(x, t) được lấy theo (14). Các tham số khác được cho trong Bảng 1 – Sơ đồ loại III.

- Kết quả mực nước bão hoà H theo t ở các mặt cắt x = 2m; 5m; 15m và 25m được chỉ ra trong Hình 2.a, 2.b, 2.c, 2.d tương ứng. Kết quả cho thấy có sự phù hợp cao giữa hai phương pháp. Khi x=0, biên độ triều là 0,5m; khi x=2m, biên độ mực bão hoà là 0,35m; khi x=5m, biên độ mực bão hoà là 0,2m; khi x=15m, biên độ mực bão hoà là 2,5cm; khi x=25m, biên độ mực bão hoà chỉ còn là 6mm, nghĩa là dao động triều hầu như tắt. Sai lệch mực bão hoà giữa hai phương pháp không quá 4 mm. Khi x < 15 m, lệch pha giữa hai phương pháp hầu như không đáng kể; khi x = 25m; thì lệch pha giữa hai phương pháp vào khoảng 1 giờ.

Phương pháp sai phân hữu hạn sơ đồ ẩn Crank

Nicolson cũng đã được so sánh với phương pháp phần tử hữu hạn và được kiểm tra bởi số liệu thực đo tại Bình Đức, Long Xuyên, trong trường hợp không có mưa cho thấy rằng các mô hình đều mô phỏng khá phù hợp hiện tượng vật lý của truyền dao động triều vào thân đập với sai số giữa các phương pháp không vượt quá 10% (xem [3])

**6. Kiểm tra phương pháp tam giác thấm nguy hiểm**

Dùng phương pháp sai phân hữu hạn để tính toán kiểm tra phương pháp tam giác thấm nguy hiểm, với mô hình thấm qua đập hình chữ nhật (m = m' = 0) trong ba trường hợp sau:

Sơ đồ loại I:  $H_0 < \bar{H}$

Sơ đồ loại II:  $H_0 > \bar{H}$

Sơ đồ loại III:  $H_0 \approx \bar{H}$

Số liệu bài toán cho

trong bảng 1. Kết quả tính toán và so sánh được chỉ ra trong bảng 2.

Kết quả tính toán chỉ ra rằng:

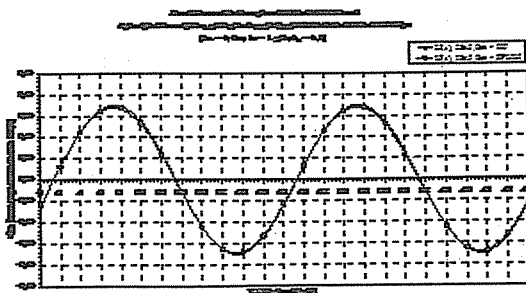
- Sai số độ dốc thủy lực  $J_{max}$  của dòng thấm thâm nhập vào thân đập không quá 10%, phương pháp sai phân hữu hạn có xu hướng lớn hơn phương pháp tam giác thấm nguy hiểm.

**Bảng 1. Các trường hợp thử nghiệm**

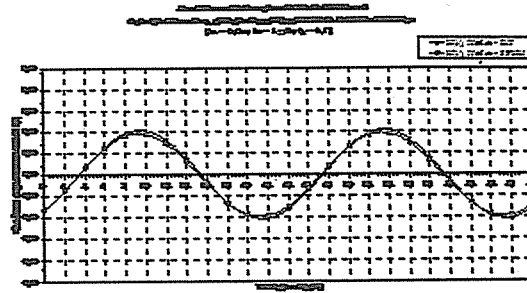
Sơ đồ loại	Thủy triều			Biến khu vực Đặc tính đập						Thông số sai phân		
	$Z_c$ (m)	$H$ (m)	T (giờ)	$H_c$ (m)	L (m)	K (m/giờ)	$\bar{H}$ (m)	$S_{17}$	a (m <sup>2</sup> /giờ)	$\Delta x$ (m)	$\Delta t$ (giờ)	$\bar{\epsilon}_t$
I	1,0	0,5	24	0,5	25,5	0,2083	1,6	0,08	4,1667	0,5	2	1,0
II	1,0	0,5	24	1,5	25,5	0,2083	1,6	0,08	4,1667	0,5	2	1,0
III	1,0	0,5	24	-	25,5	0,2083	1,6	0,08	4,1667	0,5	2	0,7

**Bảng 2. Kết quả so sánh**

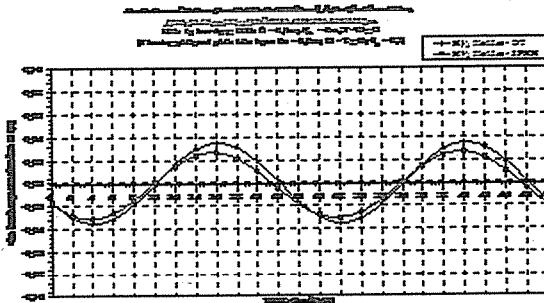
Sơ đồ loại	Điểm M(x)		$J_{max}$			$J_{min}$		Tổng lưu lượng Q qua đập trong chu kỳ T (m <sup>3</sup> /m/ngày)				
	X (m)	y(m)	PP. SPHH	PP. TGTNH	Sai số (%)	PP. SPHH	PP. TGTNH	Sai số (%)	PP. SPHH	PP. TGTNH	Sai số (%)	
I	21,554	1,568	0,1484	0,1348	9,13%	-0,1060	-0,1186	11,86%	0,1460	0,1448	0,88%	
II	21,650	1,714	0,1091	0,1002	8,14%	-0,1478	-0,1595	7,96%	0,1677	0,1698	1,27%	
III	21,555	1,638	0,1273	0,1172	8,00%	-0,1272	-0,1363	7,17%	0	0	-	



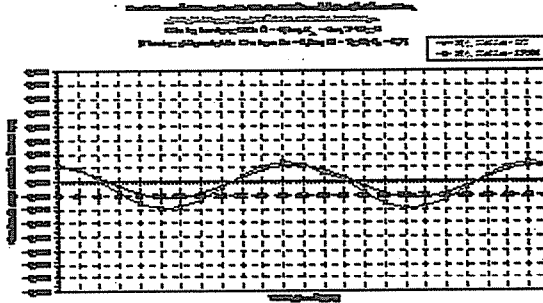
a)  $x = 2,0m$



b)  $x = 5,0m$

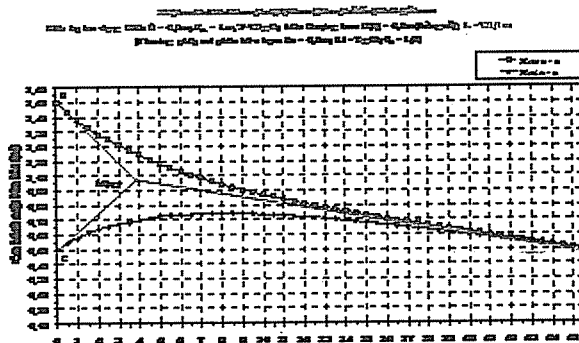


c)  $x = 15m$

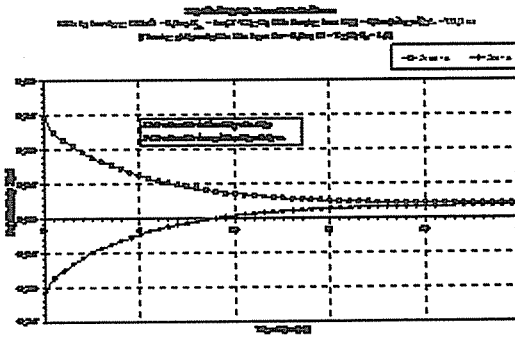


d)  $x = 25m$

Hình 2. So sánh mực bão hoà  $H(t)$  giữa phương pháp giải tích và sai phân hữu hạn: sơ đồ loại III

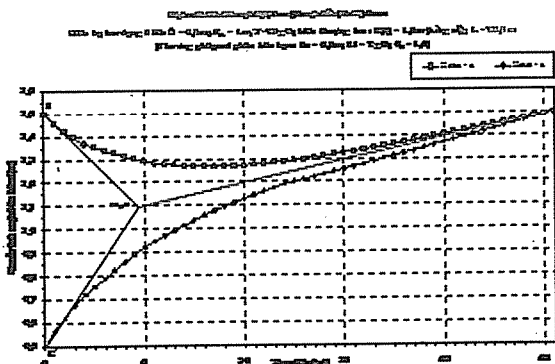


a)  $H_{max}$  và  $H_{min}$  theo  $x$

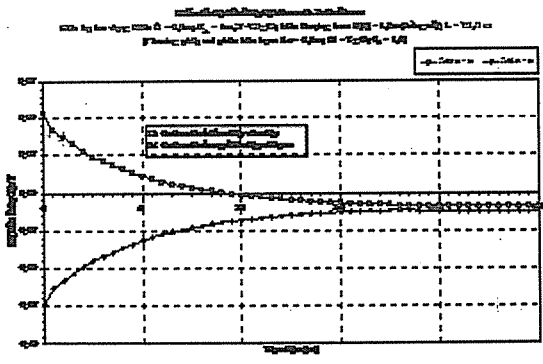


b)  $J_{max}$  và  $J_{min}$  theo  $x$

Hình 3. Các đặc trưng cơ bản của dòng thấm - sơ đồ loại I

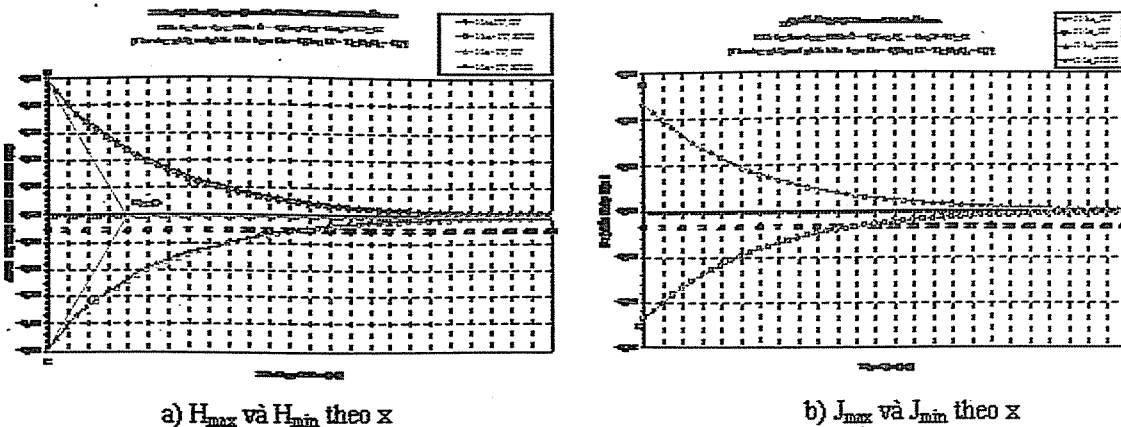


a)  $H_{max}$  và  $H_{min}$  theo  $x$

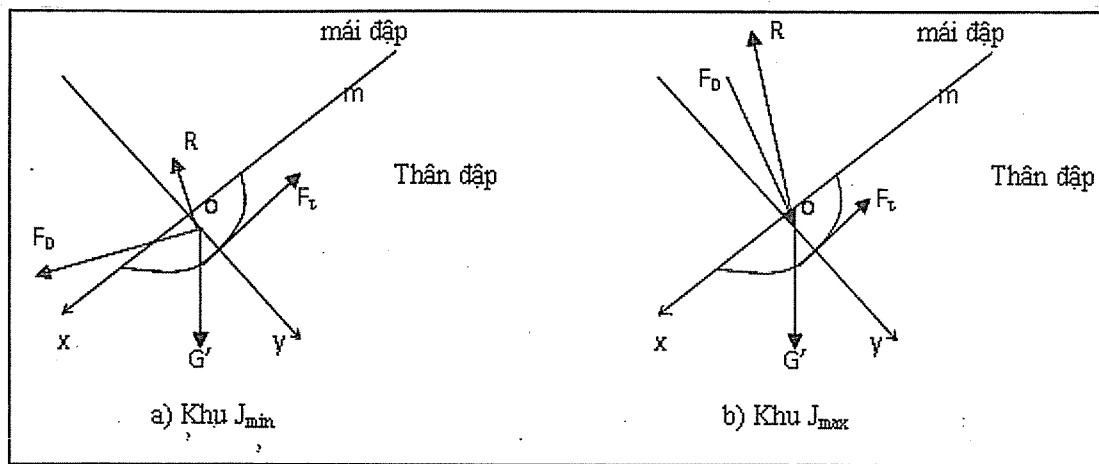


b)  $J_{max}$  và  $J_{min}$  theo  $x$

Hình 4. Các đặc trưng cơ bản của dòng thấm - sơ đồ loại II



Hình 5. So sánh kết quả tính toán các đặc trưng cơ bản của dòng thấm - sơ đồ loại III giữa 2 phương pháp giải tích và sai phân hữu hạn



Hình 6. Sơ đồ lực xét sự ổn định của mái đập tiếp xúc với thủy triều ( $F_D$  lực do dòng thấm gây ra;  $F_T$  : lực dính chống trượt;  $G'$ : trọng lượng biểu kiến của vật trong môi trường nước;  $R$ : phản lực của mặt đập, hay đê

- Sai số độ dốc thủy lực  $J_{min}$  của dòng thấm từ thân đập chảy ra biên triều đối với sơ đồ loại I khoảng 12%, đối với hai sơ đồ còn lại dưới 8%. Về mặt giá trị tuyệt đối,  $J_{min}$  của phương pháp tam giác thấm nguy hiểm có xu hướng lớn hơn phương pháp sai phân hữu hạn, nghĩa là có xu hướng an toàn hơn nếu được sử dụng để tính toán ổn định mái dốc khi thiết kế mặt đập.

- Sai số tổng lưu lượng trong một chu kỳ triều đối với hai sơ đồ loại I và II không quá 1,5%. Còn đối với sơ đồ loại III, thì cả hai phương pháp đều đạt giá trị bằng không.

- Đối với sơ đồ loại III, cao trình mực nước tìm thấy được ở biên thượng lưu cao hơn mực nước

trung bình thủy triều là 42 mm đối với phương pháp sai phân hữu hạn, và 38 mm đối với phương pháp tam giác thấm nguy hiểm.

### 7. Phân tích sự ổn định của mái đập đất dưới tác dụng của dòng thấm chịu ảnh hưởng thủy triều

Hình 3.a, 4.a, 5.a chỉ ra rằng, trong trường hợp  $J_{max}$ , dòng thấm chảy vào trong thân đập, lực do dòng thấm tác động vào phân tử đất có xu hướng hướng vào trong thân đập (xem Hình 6.b). Như vậy, hạt vật liệu của môi trường thấm sẽ có xu hướng tránh được hiện tượng tách rời khỏi khối đất. Ngược lại, trong trường hợp  $J_{min}$ , dòng thấm hướng ra bên ngoài, lực do dòng thấm tác động vào phân tử đất có xu hướng làm phân tử đất tách khỏi thân đập (xem

Hình 6.a). Nên hiện tượng sạt lở đất dễ xảy ra hơn. Trong tình trạng này, nếu cộng thêm lực gây ra do các nguyên nhân khác như: vận tốc dòng chảy, sóng do tàu, do gió, ... sẽ rất dễ xảy ra hiện tượng sạt lở bờ đập, kênh.

### 8. Kết luận

Phương pháp tính toán tam giác thấm nguy hiểm ở mái đập, đối với dòng thấm chịu ảnh hưởng thủy triều đã được đề xuất nhằm để xác định hai yếu tố quan trọng: tổng lưu lượng thấm trong chu kỳ triều và độ dốc thủy lực cực đại ( $J_{max}$ ) và cực tiểu ( $J_{min}$ ) của dòng thấm. Kết quả chỉ ra rằng, sai số tổng lưu lượng không quá 1,3%; sai số  $J_{max}$  không quá 10%, và sai số  $J_{min}$  không quá 12%, có xu hướng an toàn khi được dùng để thiết kế ổn định mái dốc đập.

Hiện tượng sạt lở mái đập, đê, bờ sông do nhiều nguyên nhân:

- Vận tốc dòng chảy lũ vượt qua vận tốc không xói cho phép của đất mái đập, bờ sông;
- Do cấu hình lòng dẫn, đoạn sông cong, chịu tác dụng trực tiếp của vận tốc dòng chảy lớn tạo nên

lực gây xói lở.

- Do tác động của tự nhiên và hoạt động của con người thay đổi cấu trúc lòng dẫn hoặc gây tải trọng bất lợi trên mặt đập, đê, hoặc bờ sông.

- Do tác động của sóng do gió, do tàu và các phương tiện vận tải đường thủy gây nên,....

- Ngoài những nguyên nhân nêu trên, trong trường hợp tiếp xúc với dao động thủy triều, mái đập, đê, bờ sông sẽ chịu thêm tác động xói lở do dòng thấm không ổn định ở vùng tam giác thấm nguy hiểm gây ra, đặc biệt khi dòng thấm chảy ra biên triều ứng với độ dốc thủy lực  $J_{min}$ . Hiện tượng này càng nguy hiểm hơn, khi mực nước trong khu chứa cao tạo nên tổng lượng nước thấm ra biên triều lớn.

Ngoài ra, để tăng khả năng áp dụng thực tế và tính khả thi của phương pháp, một số nghiên cứu bổ sung cần được tiếp tục thực hiện nhằm so sánh, kiểm tra phương pháp tam giác thấm nguy hiểm trong trường hợp mái dốc đập, đê, hoặc bờ sông khác không, và có xét đến ảnh hưởng của mưa.

### Tài liệu tham khảo

1. Lê Mạnh Hùng (2005), *Kết quả nghiên cứu xói bồi lòng dẫn và đề xuất giải pháp phòng tránh cho hệ thống sông ở Đồng bằng sông Cửu Long*, Tạp chí Nông Nghiệp và PTNT kỳ 12 tháng 06/2005, Hội nghị phòng chống thiên tai lũ lụt, sạt lở bờ sông vùng ĐBSCL, Long An tháng 9/2005.
2. Trần Văn Túc và Huỳnh Thanh Sơn (2005), *Nghiên cứu áp dụng mô hình toán số CCHE1D vào việc tính toán dự báo biến hình lòng dẫn*. Tuyển tập Hội nghị Khoa học và Công nghệ lần thứ 9, Trường Đại Học Bách Khoa TP. HCM, Việt Nam, Phân ban: Khoa Kỹ Thuật Xây Dựng.
3. Trần Anh Trung (2005), *Nghiên cứu ảnh hưởng của sự dao động mực nước có chu kỳ đến sự ổn định của mái dốc bằng đất*. Tuyển tập Hội nghị Khoa học và Công nghệ lần thứ 9, Trường Đại Học Bách Khoa TP. HCM, Việt Nam, Phân ban: Khoa Kỹ Thuật Xây Dựng.
4. Jun-feng FU và Sheng JIN (2009), *A study on unsteady seepage flow through dam*, State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China.
5. Shang-jie Xu, Fa-ning Dang, Qing Han, Su-zhen Cheng (2009), *Analysis of Stability of Dam Slope during Rapid Drawdown of Reservoir Water Level*, ICEC, pp.221-224, 2009 International Conference on Engineering Computation, 2009.
6. Christopher G. Koutitas (1983), *Elements of Computational Hydraulics*, Pentech Press, London, Plymouth, distributed in The USA by Chapman and Hall, Newyork.
7. P.G. KIXÉLEP, và Cộng sự, "Sổ tay tính toán thủy lực", Nhà Xuất Bản: "MIR", Maxcova; Lưu Công Đào và Nguyễn Tài dịch từ Tiếng Nga; Nhà Xuất Bản "Nông Nghiệp", Hà Nội (1984).