

MỘT PHƯƠNG PHÁP TRIỆT NHIỄU TẠP THÍCH NGHI MỚI SỬ DỤNG BIẾN ĐỔI FOURIER PHÂN ĐOẠN FrFT

A NEW APPROACH FOR ADAPTIVE NOISE CANCELLATION USING FRACTIONAL FOURIER TRANSFORM FrFT

Đào Thị Phương Mai^{1,*}

TÓM TẮT

Triệt nhiễu thích nghi là một phương pháp hiệu quả trong bài toán loại bỏ can nhiễu. Bài báo trình bày một phương pháp triệt nhiễu tạp thích nghi mới hiệu quả hơn so với phương pháp cổ điển trước đó. Phương pháp mới được thực hiện trên cơ sở cải tiến thuật toán lọc thích nghi cổ điển và sử dụng biến đổi Fourier phân đoạn Fractional Fourier Transform (FrFT). Đóng góp của phương pháp mới thể hiện ở giá trị sai số bình phương trung bình chuẩn hóa Normalized Mean Square Error (NMSE) trong 3 trường hợp tín hiệu vào khác nhau khi dùng phương pháp mới đều nhỏ hơn so với giá trị được tính khi dùng phương pháp cổ điển. Các kết quả mô phỏng đã chỉ ra tính hiệu quả của phương pháp mới. Triệt nhiễu thích nghi sử dụng biến đổi Fourier phân đoạn FrFT là một giải pháp đầy triển vọng cho bài toán loại bỏ can nhiễu.

Từ khóa: Triệt nhiễu thích nghi, lọc thích nghi, biến đổi Fourier phân đoạn.

ABSTRACT

Adaptive noise cancellation is an effective approach in noise cancellation problem. This paper presents a new approach for adaptive noise cancellation, which is more efficient than the traditional techniques. Our proposal is based on improving the traditional adaptive filter algorithms by making use of Fractional Fourier Transform. Numerical results highlight the effectiveness of our approach when normalized mean square error in three cases of different input signals are less than the value obtained with conventional algorithms. The results suggest that adaptive noise cancellation using FrFT could be a promising solution.

Keywords: Adaptive noise cancellation, adaptive filter, Fractional Fourier Transform.

¹Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội

*Email: maidthp2013@gmail.com

Ngày nhận bài: 10/01/2018

Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 30/3/2018

Ngày chấp nhận đăng: 21/8/2018

Phản biện khoa học: TS. Đào Thanh Hải

CHỮ VIẾT TẮT:

FrFT	Fractional Fourier Transform
IFrFT	Inverse Fractional Fourier Transform
LCT	Linear Canonical Transform
NMSE	Normalized Mean Square Error
LMS	Least Mean Square
RLS	Recursive Least Square

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Bài toán loại bỏ can nhiễu và tạp âm luôn là vấn đề lớn trong các hệ thống xử lý tín hiệu [1]. Triệt nhiễu thích nghi là phương pháp hiệu quả để ước lượng tín hiệu khi tín hiệu bị ảnh hưởng bởi nhiễu cộng [2]. Để có hiệu quả tốt hơn, nhiều thuật toán lọc thích nghi được đề xuất như thuật toán bình phương trung bình cực tiểu (LMS), thuật toán bình phương đệ quy cực tiểu (RLS), các thuật toán LMS, RLS trên miền tần số... Tuy nhiên có rất ít nghiên cứu thu được khi triệt nhiễu thích nghi từ miền thời gian đến miền tần số [3]. Biến đổi Fourier phân đoạn (FrFT) là sự mở rộng của biến đổi Fourier. Trong FrFT, hạt nhân biến đổi là một tập các hàm chirp trong khi hạt nhân của biến đổi Fourier được tạo thành từ các hàm sin phức tạp. Tùy thuộc vào bậc phân đoạn, các tín hiệu có thể được biểu diễn trên nhiều miền. Điều này đã mang lại cho FrFT khả năng tự do phân tích tín hiệu hơn so với biến đổi Fourier.

2. BIẾN ĐỔI FOURIER PHÂN ĐOẠN FrFT

FrFT làm một lớp con của lớp biến đổi tuyến tính. Ta có thể định nghĩa biểu thức FrFT bậc a của hàm $f(x)$ là [4]:

$$F^a[f(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} K^a(x, x_a) f(x) dx = f^a(x_a) \quad (1)$$

Trong đó, $K^a(x, x_a)$ là hạt nhân FrFT, biến đổi hàm $f(x)$ từ miền x thành hàm $f^a(x_a)$ trong miền x_a . Với $\alpha = a\pi/2$.

F^a là toán tử FrFT tác động lên hàm $f(x)$ để biến đổi từ hàm có miền tùy ý sang một miền x_a .

$$K^a(x, x_a) = A_a \exp(i\pi(x^2 \cot \alpha + 2x x_a \csc \alpha + x_a^2 \cot \alpha)) \quad (2)$$

Trong đó:

$$A_a = \sqrt{1 - i \cot \alpha} \quad \text{Khi } a \neq 2j$$

$$K^a(x, x_a) = \delta(x - x_a) \quad \text{Khi } a = 4j$$

$$K^a(x, x_a) = \delta(x + x_a) \quad \text{Khi } a = \pm 2j$$

j : là số nguyên

Bậc biến đổi a^{th} được coi như biến đổi bậc α^{th} . Cần bậc 2 chỉ rõ rằng kết quả các đối số được tìm ra thuộc trong một khoảng $(-\pi/2, \pi/2]$.

A_a có thể được tính như sau:

$$A_a = \frac{e^{-i[\pi \frac{\text{sgn}(\alpha)}{4} - (\frac{\alpha}{2})]}}{\sqrt{|\sin \alpha|}} \quad \text{với: } 0 < |a| < 2 \quad (0 < |\alpha| < \pi) \quad [5] \quad (3)$$

Trong đó, $\text{sgn}(\cdot)$ là hàm dấu

- Khi $\alpha = 0$, $a = 0$ ta có

$$F^a[f(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x_a) dx = f(x) \quad (4)$$

• Khi $a = 1$, $\alpha = \pi/2$, A_a thì

$$F^1[f(x)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(-ixx_a) dx \quad (5)$$

Đây là phép biến đổi Fourier thông thường.

• Khi $a = 2$, $\alpha = \pi$ thì

$$F^2[f(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x + x_a) dx = f(-x) \quad (6)$$

Đây là toán tử đảo ngược thời gian.

• Khi $a = 3$, $\alpha = 3\pi/2$ thì

$$F^3[f(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(2i\pi x x_a) dx \quad (7)$$

Đây là phép biến đổi Fourier ngược

FrFT được định nghĩa một cách trực tiếp như là một trường hợp đặc biệt của lớp LCT. Bậc a của FrFT được xác định bởi ma trận chuyển đổi sau:

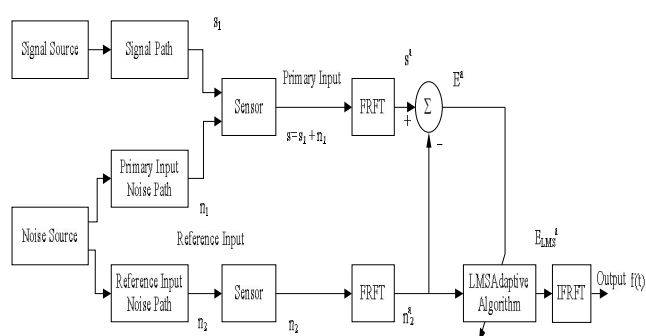
$$M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \quad (8)$$

Trong đó: $\alpha = a\pi/2$

Ma trận đang xét được xem như là phép quay ma trận hai chiều trong mặt phẳng thời gian - tần số. Điều này tương đương với phép quay trong phân phối Wigner (WD) của một tín hiệu theo chiều kim đồng hồ bằng một góc là $\alpha = a\pi/2$ trong mặt phẳng thời gian - tần số [6].

$$W_{F^a[f(x)]}(\mu, \mu_a) = W_{f(x)}(\mu \cos\alpha - \mu_a \sin\alpha, \mu \sin\alpha + \mu_a \cos\alpha) \quad (9)$$

3. PHƯƠNG PHÁP TRIỆT TẬP THÍCH NGHI SỬ DỤNG FRFT



Hình 1. Lưu đồ thuật toán lọc thích nghi sử dụng biến đổi Fourier phân đoạn

Trên cơ sở thuật toán lọc nhiễu tạp thích nghi cổ điển [7], tác giả đề xuất thuật toán lọc nhiễu thích nghi sử dụng biến đổi Fourier phân đoạn. Lưu đồ thuật toán đề xuất được chỉ rõ ở hình 1.

Thuật toán lọc thích nghi sử dụng biến đổi Fourier phân đoạn được đề xuất gồm các bước sau:

1) Tín hiệu vào sơ cấp và tín hiệu tham chiếu được biến đổi trong miền Fourier phân đoạn bởi FrFT với cùng một bậc.

2) Tính toán tín hiệu lỗi giữa tín hiệu vào sơ cấp và tín hiệu tham chiếu sau khi biến đổi.

3) Tự động điều chỉnh trọng số lọc tương ứng với tín hiệu lỗi được đánh giá.

4) Tín hiệu ra tối ưu được biến đổi bởi biến đổi Fourier phân đoạn ngược với nghịch đảo của bậc phân đoạn tối ưu.

Thuật toán lọc nhiễu thích nghi sử dụng biến đổi Fourier phân đoạn có thêm 3 khối mới so với thuật toán lọc thích nghi cổ điển: hai khối FrFT và một khối IFRFT.

Khối FrFT thứ nhất được đặt sau sensor chính nhằm mục đích biến đổi tín hiệu vào sơ cấp $s(n)$. Tín hiệu này thực chất là tín hiệu chính $s_1(n)$ đã bị làm sai lệch bởi nhiễu cộng $n_1(n)$ theo biểu thức sau:

$$s(n) = s_1(n) + n_1(n) \quad (10)$$

Qua phép biến đổi Fourier phân đoạn FrFT, ta thu được tín hiệu đầu ra như sau:

$$s^a = F^a[s(n)] \quad (11)$$

Khối FrFT thứ hai được đặt sau cảm biến phụ nhằm mục đích biến đổi tín hiệu vào tham chiếu $n_2(n)$. Tín hiệu thu được sau biến đổi FrFT là n_2^a . Tín hiệu này cũng chính là đầu vào cho khối lọc thích nghi LMS:

$$n_2^a = F^a[n_2(n)] \quad (12)$$

Trong đó, F^a là ký hiệu cho phép biến đổi FrFT với bậc phân đoạn a .

Tín hiệu lỗi E^a giữa tín hiệu vào sơ cấp và tín hiệu tham chiếu sau khi biến đổi FrFT được tính theo công thức:

$$E^a = s^a - n_2^a \quad (13)$$

Tín hiệu lỗi E^a sau đó được đưa quay lại khối LMS để thực hiện quá trình tự động điều khiển trọng số lọc. Cuối cùng tín hiệu ra tối ưu E_{LMS}^a được đưa qua khối IFRFT để thực hiện biến đổi ngược FrFT:

$$f(t) = F^{-a}[E_{LMS}^a] \quad (14)$$

Trong đó, F^{-a} là ký hiệu cho phép biến đổi ngược FrFT.

Hiệu quả và tính khả thi của sơ đồ đã đề xuất so với phương pháp cổ điển được kiểm nghiệm bằng quá trình mô phỏng số cho một số trường hợp điển hình khác nhau của tín hiệu đầu vào. Các xác nhận mô phỏng được trình bày trong mục 4.

4. KẾT QUẢ MÔ PHỎNG

Để kiểm chứng sự hiệu quả của phương pháp đã đề xuất trong nghiên cứu này, chúng ta xem xét 3 trường hợp điển hình khác nhau của tín hiệu đầu vào như sau:

(i) Trường hợp 1: Tín hiệu chính là tín hiệu hình sin tuần hoàn $x(t)$.

Tín hiệu vào có nhiễu $s(t)$ bao gồm tín hiệu chính $x(t)$, nhiễu cộng ngẫu nhiên $v(t)$ và tín hiệu nhiễu tuần hoàn $v_1(t)$. Tín hiệu $s(t)$ được biểu diễn như sau:

$$s(t) = x(t) + v(t) + v_1(t) \quad (15)$$

Tín hiệu $x(t)$ là tín hiệu sin tuần hoàn như trong hình 2. Tín hiệu sơ cấp hình thành từ tín hiệu vào có nhiễu $s(t)$ được biểu diễn trên hình 3. Tín hiệu tham chiếu ở hình 4

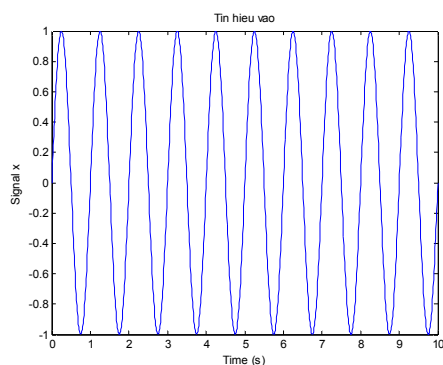
cũng liên quan đến nhiều bên trong tín hiệu sơ cấp nhưng với biên độ và pha khác. Trong hình 5, bậc phân đoạn tối ưu được chọn để mô phỏng tín hiệu vào có nhiễu là π . Biến đổi FrFT của tín hiệu tham chiếu được thể hiện trên hình 6. Tín hiệu ra sau biến đổi FrFT ngược với bậc phân đoạn $-a$, $a = \pi$ được biểu diễn ở hình 7.

(ii) Trường hợp 2: Tín hiệu tuần hoàn phức tạp $x(t)$ là tổng của 2 tín hiệu sin và cos như hình 8.

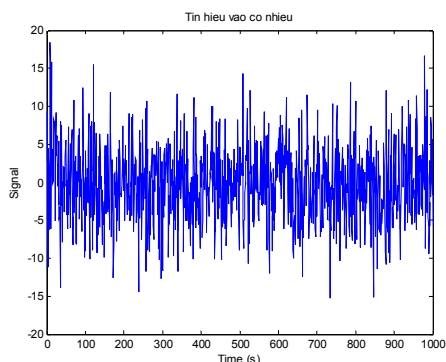
Tín hiệu vào có nhiễu, biến đổi FrFT của tín hiệu vào, tín hiệu ra sau biến đổi IFrFT trong trường hợp 2 lần lượt được chỉ ra trong các hình 9, 10, 11.

(iii) Trường hợp 3: Sử dụng một tín hiệu âm thanh ss.

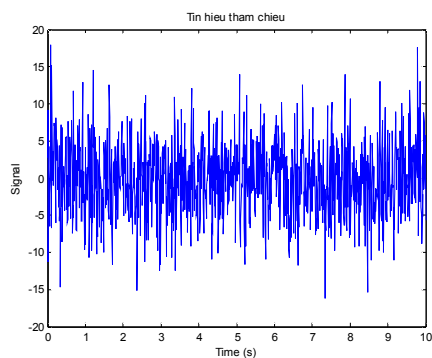
Tín hiệu âm thanh có dạng như trên hình 12. Hình 13 biểu diễn tín hiệu âm thanh chịu ảnh hưởng của nhiễu. Biến đổi FrFT của tín hiệu vào và tín hiệu ra sau biến đổi FrFT ngược tương ứng được chỉ ra ở hình 14, 15.



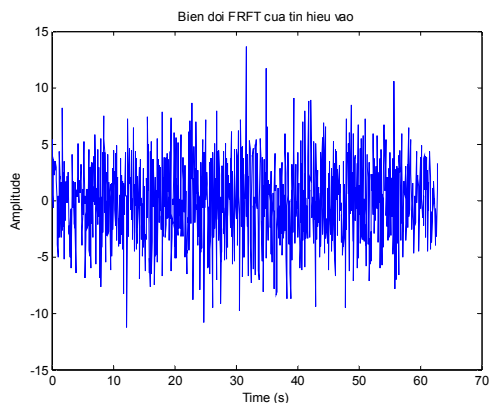
Hình 2. Tín hiệu chính cho trường hợp 1



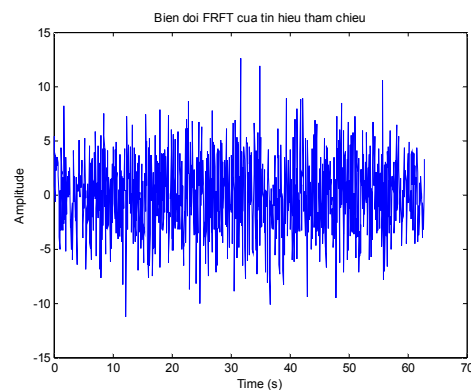
Hình 3. Tín hiệu vào có nhiễu trường hợp 1



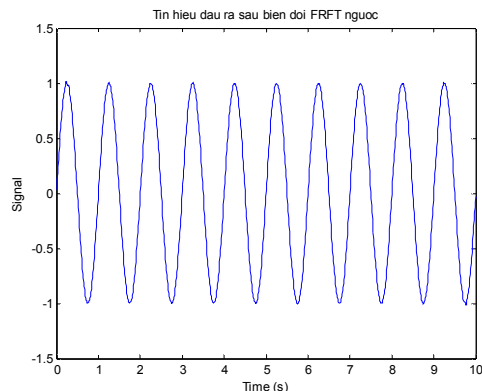
Hình 4. Tín hiệu tham chiếu trường hợp 1



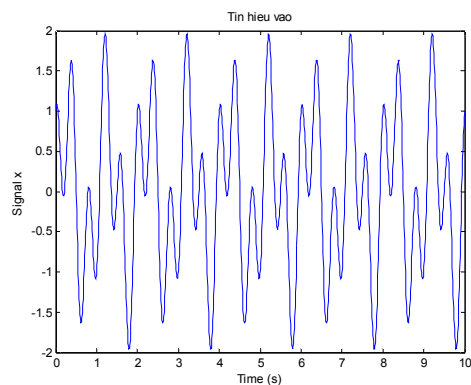
Hình 5. Biến đổi FrFT của tín hiệu vào có nhiễu trường hợp 1



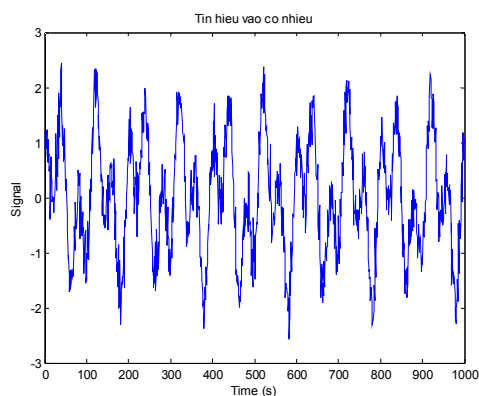
Hình 6. Biến đổi FrFT của tín hiệu tham chiếu trường hợp 1



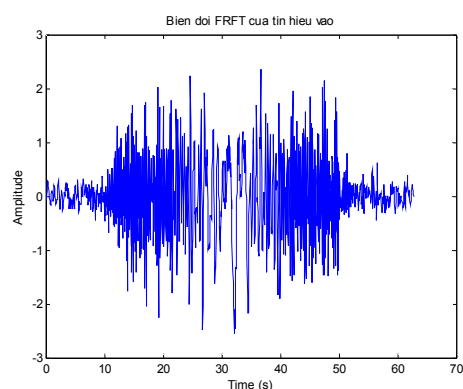
Hình 7. Tín hiệu ra sau biến đổi FrFT ngược trường hợp 1



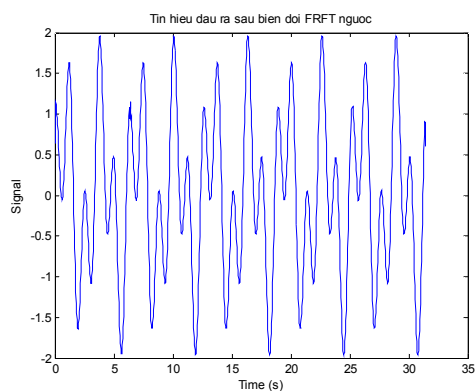
Hình 8. Tín hiệu vào trường hợp 2



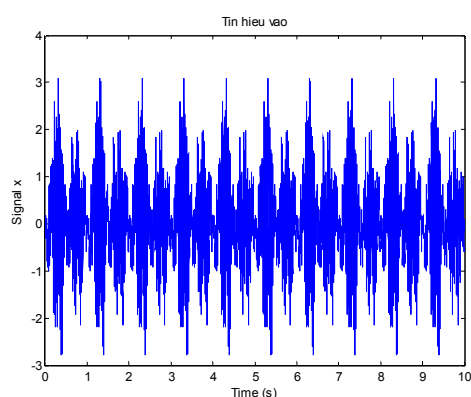
Hình 9. Tín hiệu vào có nhiễu trường hợp 2



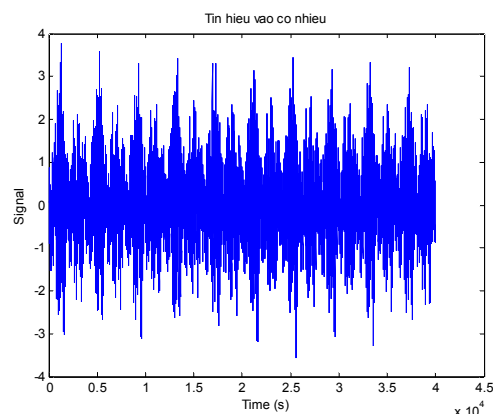
Hình 10. Biến đổi FrFT của tín hiệu vào trường hợp 2



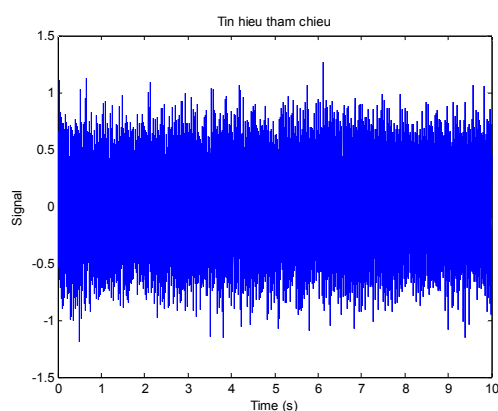
Hình 11. Tín hiệu ra sau biến đổi FrFT ngược trường hợp 2



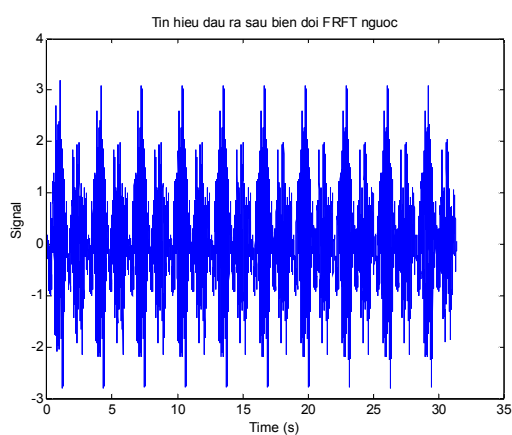
Hình 12. Tín hiệu vào là tín hiệu âm thanh



Hình 13. Tín hiệu vào có nhiễu trường hợp 3



Hình 14. Biến đổi FrFT của tín hiệu vào trường hợp 3



Hình 15. Tín hiệu đầu ra sau biến đổi FrFT ngược trường hợp 3

Để đánh giá tính ưu việt của phương pháp đã đề xuất so với phương pháp cổ điển, trong bài báo này, tác giả sử dụng tiêu chuẩn sai số bình phương trung bình chuẩn hóa (NMSE-Normalized Mean Square Error). Tiêu chuẩn này được thể hiện qua biểu thức sau:

$$NMSE = 10 \log_{10} \frac{\sum_{n=1}^N (s(n) - \hat{s}(n))^2}{\sum_{n=1}^N (s(n))^2} \quad (16)$$

Trong đó, $s(n)$ là tín hiệu gốc, $\hat{s}(n)$ là tín hiệu ước lượng được.

Kết quả tính toán NMSE (dB) cho ba trường hợp tín hiệu trên được thể hiện qua bảng 1.

Bảng 1. Giá trị NMSE trong 3 trường hợp tín hiệu vào khác nhau

Trường hợp	NMSE (đề xuất)	NMSE (phương pháp cổ điển)
1	-112,9330	-92,1311
2	-78,4469	-65,3805
3	-75,1148	-67,5727

Sai số NMSE càng nhỏ thì khả năng lọc nhiễu càng tốt. Trong cả ba trường hợp tín hiệu vào khác nhau, bộ lọc thích nghi đã thiết kế đều cho kết quả tốt hơn so với bộ lọc thích nghi cổ điển. Điều này chứng tỏ tính hiệu quả của bộ lọc đã xây dựng.

5. KẾT LUẬN

Bài báo đã đề xuất được phương pháp triệt nhiễu thích nghi mới sử dụng biến đổi Fourier phân đoạn rời rạc. Tùy chọn bậc phân đoạn cho phép ta biến đổi tín hiệu trên nhiều miền mở ra một hướng nghiên cứu mới trong việc phân tích tín hiệu. Bài báo cũng chỉ rõ thành công của của phương pháp triệt tạp thích nghi mới trên cơ sở sai số bình phương trung bình chuẩn hóa (NMSE) cho 3 trường hợp tín hiệu đều nhỏ hơn so với trường hợp dùng bộ lọc thích nghi cổ điển.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. *Adaptive Filter Theory* by Simen Haykin: 3rd edition, Pearson Education Asia.LPE.
- [2]. *Adaptive Signal Processing* by John G Proakis, 3rd edition, Perntice Hall of India.
- [3]. Xiaojun Zhou, Yimin Shao, Dong Zhen, Fengshou Gu, Andrew. Ball, 2011. *Gear Fault Signal Detection based on an Adaptive Fractional Fourier Transform Filter*. Journal of Physics: Conference Series 305 (2011) 012022.
- [4]. L.B. Almedia, 1994. *The Fractional Fourier Transform and Time-frequency Representations*. IEEE Trans. on Signal Processing, vol. 42, pp. 3084-3091.
- [5]. McBride A.C. and Keer F.H., 1987. *On Namia's Fractional Fourier Transform*, IMA J. Appl. Math., vol.239, pp. 159-175.
- [6]. A.W. Lohmann, 1993. *Image Rotation, Wigner Rotation and The Fractional Fourier Transform*. J. Opt. Soc. of America A, vol.10, no.10, pp. 2181-2186.
- [7]. G. Meng, X. Sun, S. M. Kuo, 2006. *Adaptive algorithm for active control of impulsive noise*. Journal of Sound and Vibration, vol. 291, 516-522.