VỀ MỘT HỆ LUẬT NGÔN NGỮ XÂY DỰNG TOÁN TỬ HINT VÀ ÁP DỤNG TRONG NÂNG CAO ĐỘ TƯƠNG PHẢN ẢNH MẦU

Nguyễn Văn Quyền
Phòng Quản lý sau đại học
Email: quyennv@dhhp.edu.vn

Ngày nhận bài: 30/9/2019
Ngày PB đánh giá: 30/10/2019
Ngày duyệt đăng:25/11/2019

TÓM TẮT: Nâng cao độ tương phản ảnh có hai phương pháp chính (1) phương pháp gián tiếp và (2) phương pháp trực tiếp. Trong khi các phương pháp gián tiếp chỉ biến đổi lược đồ xám của ảnh mà không sử dụng bất kỳ một độ đo tương phản nào, các kỹ thuật này cũng chỉ tác động lên toàn ảnh chứ không tác động lên từng điểm ảnh [5-8] thì các phương pháp trực tiếp thiết lập các điều kiện của phép đo độ tương phản và tác động trực tiếp lên từng điểm ảnh [1-2, 9-14]. Theo hướng trực tiếp, chúng tôi đã xây dựng toán tử Hint dựa trên một hệ 5 luật ngôn ngữ với một gia tử nhấn "Very" và được giải bằng công cụ của Đại số gia tử [9, 14]. Trong bài báo này chúng tôi chứng minh rằng hệ 5 luật như vậy có kết quả tương đương với hệ 7 luật sử dụng hai gia tử nhấn "Very" và "Little".

Từ khóa: *Nâng cao độ tương phản ảnh trực tiếp, S-function, Toán tử tăng cường mờ, Phân cụm mờ, Đại số gia tử, Histogram mờ, Ảnh đa kênh, Toán tử Hint.*

ABOUT LINGUISTIC RULE SYSTEM AND APPLICATION IN COLOUR IMAGE CONTRAST ENHANCEMENT

ABTRACT: *Image contrast enhancement has two mainly methods:* (1) indirect method and (2) direct method. The indirect method is only to modify the histogram, which is not effcient and effective, since it only stretches the global distribution of the intensity, the direct method is to define a measurement of the contrast and stretches on the each pixel of image. In the direct method, we have built the Hint operator based on a 5 rules linguistic system with only a hegde "Very" and solved by the Hedge Algebra. In this paper we demonstrate that such a system of 5 rules has the same results as the system of 7 rules using two hedges "Very" and "Little".

Keywords: *Direct Contrast measure, S-function, intensificator, FCM, Hegde algebras, Fuzzy histogram, The multichanel image, Hint.*

---

1. GIỚI THIỆU

Nâng cao độ tương phản ảnh là một vấn đề quan trọng trong xử lý và phân tích hình ảnh. Đây là một bước cơ bản trong phân đoạn ảnh [1]. Có hai phương pháp thông dụng để

nâng cao độ tương phản ảnh (1) phương pháp gián tiếp và (2) phương pháp trực tiếp [2]. Trong khi các phương pháp gián tiếp chỉ biến đổi lược đồ xám của ảnh và tác động lên toàn ảnh chứ không tác động lên từng điểm ảnh [5-8], thì các phương pháp trực tiếp thiết lập các điều kiện của phép đo độ tương phản và tác động trực tiếp lên từng điểm ảnh [1-2; 9 - 14]. Phương pháp trực tiếp, như thuật toán sử dụng toán tử Hint đã chứng tỏ tính hiệu quả so với phương pháp gián tiếp [9, 14]. Phương pháp này đã sử dụng các hàm biến đổi tăng độ tương phản tại từng điểm ảnh nhưng vẫn bảo toàn chất lượng ảnh [9, 14].

Trong [9, 14] Hint được thiết kế dựa trên một hệ luật ngôn ngữ được biểu diễn trong Đại số gia tử [ĐSGT] như sau;

R_1 : Nếu x là 0 thì y là 0

R_2 : Nếu x là c^- thì y là very c^-

R_3: Nếu x là W thì y là W

R_4 : Nếu x là c^+ thì y là very c^+

R_5 : Nếu x là 1 thì y là 1

Hệ 5 luật trên chỉ sử dụng một gia tử "Very". Câu hỏi đặt ra là nếu sử dụng nhiều hơn một gia tử thì kết quả của toán tử Hint có thể thay đổi tốt hơn không?

Trong bài báo này chúng tôi chứng minh rằng việc mở rộng hệ luật ngôn ngữ lên 7 luật với hai gia tử nhấn là "Very" và "Little" để xây dựng toán tử Hint, ứng dụng vào quy trình nâng cao độ tương phản ảnh mầu theo hướng tiếp cận trực tiếp sẽ cho cùng kết quả với việc xây dựng toán tử Hint sử dụng hệ 5 luật ngôn ngữ với chỉ một gia tử nhấn "Very". Phần còn lại của bài báo được cấu trúc như sau: Phần II trình bày các nghiên cứu liên quan; Phần III trình bày hệ 7 luật ngôn ngữ được mở rộng cho toán tử Hint và định lý chứng tỏ toán tử Hint [9] thỏa mãn hệ luật mới; Kết luận được đưa ra ở phần IV.

2. NGHIÊN CỨU LIÊN QUAN

2.1. Tổng quan về Đại số gia tử

1) Đại số gia tử của biến ngôn ngữ:

Giả sử X là một biến ngôn ngữ và miền giá trị của X là $Dom(X)$. ĐSGT AX tương ứng của X là một bộ 4 thành phần $AX = (Dom(X), C, H, \leq)$ trong đó C là tập các phần tử sinh, H là tập các gia tử và quan hệ "≤" là quan hệ cảm sinh ngữ nghĩa trên X [3].

Trong ĐSGT $AX = (Dom(X), C, H, \leq)$ nếu $Dom(X)$ và C là tập sắp thứ tự tuyến tính thì AX được gọi là ĐSGT tuyến tính.

2) Các hàm đo trong ĐSGT tuyến tính

Trong phần này ta sử dụng ĐSGT tuyến tính $AX = (X, C, H, \leq)$ với $C = \{c^-, c^+\} \cup \{0, 1, \mathrm{W}\}$. $H = \{H^- \cup H^+\}, H^- = \{h_{-1}, h_{-2}, \ldots h_{-q}\}$ thỏa $h_{-1} < h_{-2} < \ldots < h_{-q}$ và $H^+ = \{h_1, h_2, \ldots h_p\}$ thỏa $h_1 < h_2 < \ldots < h_p$ và $h_0 = I$ với I là toán tử đơn vị.

Gọi $H(x)$ là tập các phần tử của X sinh ra từ x bởi các gia tử. Độ đo tính mờ của x, ta ký hiệu là $fm(x)$, là đường kính của tập $f(H(x)) = \{f(u) : u \in H(x)\}$.

Định nghĩa 2.1 [4]. Cho ĐSGT $AX=(X,C,H,\le)$. Hàm $fm: X\to[0,1]$ được gọi là hàm độ đo tính mờ của các phần tử trong X nếu:

(i) $fm(c^-)+fm(c^+)=1$ và $\sum_{h\in H} fm(hu)=fm(u)$, *với* $\forall u\in X$;

(ii) $fm(x)=0$ với mọi x sao cho $H(x)=\{x\}$. Đặc biệt $fm(0)=fm(\mathrm{W})=fm(1)=0$;

(ii) $\forall x,y\in X,\forall h\in H, \frac{fm(hx)}{fm(x)}=\frac{fm(hy)}{fm(y)}$, tỷ lệ này không phụ thuộc vào x,y và được gọi là độ đo tính mờ của gia tử h, ký hiệu là $\mu(h)$.

Mệnh đề 2.1 [4]. Cho *fm* là hàm độ đo tính mờ trên X, ta có:

$$\begin{aligned}
&\text{i)}\ fm(hx)=\mu(h)fm(x),\forall x\in X\\
&\text{ii)}\ fm(c^-)+fm(c^+)=1\\
&\text{iii)}\ \sum_{-q\le i\le p, i\ne 0} fm(h_ic)=fm(c),\forall c\in\{c^-,c^+\}\\
&\text{iv)}\ \sum_{-q\le i\le p, i\ne 0} fm(h_ix)=fm(x)\\
&\text{v)}\ \sum_{-q\le i\le -1}\mu(h_i)=\alpha \text{ và } \sum_{1\le i\le p}\mu(h_i)=\beta, \text{ trong đó } \alpha,\beta>0 \text{ và } \alpha+\beta=1.
\end{aligned} \tag{1}$$

Định nghĩa 2.2 [4]. Hàm dấu *sign:* $X\to\{-1,0,1\}$ được định nghĩa đệ quy như sau:

$$\begin{aligned}
&\text{i)}\ sign(c^-)=-1, sign(c^+)=1;\\
&\text{ii)}\ sign(h'hx)=-sign(hx) \text{ nếu } h'hx\ne hx \text{ và } h' \text{ âm đối với } h \text{ (}\textit{hoặc tương ứng với } c\text{, }\textit{nếu } h=I \,\&\, x=c\text{);}\\
&\text{iii)}\ sign(h'hx)=sign(hx) \textit{ nếu } h'hx\ne hx \textit{ và } h' \textit{ dương đối với } h \text{ (hoặc } \textit{tương ứng với } c\text{, }\textit{nếu } h=I \,\&\, x=c\text{);}\\
&\text{iv)}\ sign(h'hx)=0\text{, }\textit{nếu } h'hx=hx.
\end{aligned} \tag{2}$$

Mệnh đề 2.2 [4]. *Với bất kỳ gia tử* $h\in H$ *và phần tử* $x\in X$, *nếu* $sign(hx)=1$ *thì ta có* $hx>x$ *và nếu* $sign(hx)=-1$ *thì* $hx<x$.

Định nghĩa 2.3 [4]**.** Cho fm là hàm độ đo tính mờ trên X. Một hàm định lượng ngữ nghĩa v trên X (kết hợp với fm) được định nghĩa như sau:

$$\begin{aligned}
&v(\mathrm{W})=\theta=fm(c^-)\ (0<\theta<1)\\
&\text{i)}\ v(c^-)=\theta-\alpha fm(c^-),\\
&\quad v(c^+)=\theta+\alpha fm(c^+)\\
&\text{ii)}\ \forall j\ne 0,-q\le j\le p, v(h_jx)=v(x)+sign(h_jx)\{\sum_{i=Sign(j)}^{j} fm(h_ix)-\omega(h_jx)fm(h_jx)\},\\
&\text{trong đó } \omega(h_jx)\in\{\alpha,\beta\}, \omega(h_jx)\overset{def}{=}\frac{1}{2}[1+sign(h_jx)sign(h_ph_jx)(\beta-\alpha)]
\end{aligned} \tag{3}$$

Mệnh đề 2.3 [4]. $\forall x\in X, 0\le v(x)\le 1$.

3) Phép nội suy sử dụng SQM (Semantically quantifying mapping - Ánh xạ định lượng ngữ nghĩa)

Xét hệ luật ngôn ngữ:

$$\begin{aligned}&\text{Nếu } X_1 - A_{11} \text{ và... và } X_m - A_{1m} \text{ thì } Y_m = B_1\\&\text{Nếu } X_1 - A_{21} \text{ và... và } X_m - A_{2m} \text{ thì } Y_m = B_2\\&\ldots\ldots\ldots\\&\text{Nếu } X_1 - A_{n1} \text{ và... và } X_m - A_{nm} \text{ thì } Y_m = B_n\end{aligned} \tag{4}$$

Trong ĐSGT, phương pháp giải hệ luật (4) được thực hiện như sau:

Bước 1: Xác định ĐSGT cho các biến ngôn ngữ

X_j và Y là: $AX_j = (X_j, G_j, C_j, H_j, \leq)$ và $AY = (Y, G, C, H, \leq)$ tương ứng.

Giả sử v_{X_j} và v_Y là các SQM của các ĐSGT AX_j và AY của các biến ngôn ngữ X_j và Y tương ứng, $j = 1, 2, \ldots m$. Gọi $S_L = \left\{\left\{x_j\right\}_{j=\overline{1,m}}, y\right\}_{i=\overline{1,n}} \subset \prod_{j=1}^{n} X_j \times Y$ là siêu mặt ngôn ngữ và $S_{norm} = \left\{\left\{v_{X_j}(x_j)\right\}_{j=\overline{1,m}}, v_Y(y)\right\}_{x_j \in X_j, j=\overline{1,m}, y \in Y} \subset [0,1]^{m+1}$

(2) sẽ được nhúng như n điểm $A_i = \left(A_{i1}, \ldots A_{im}, B_i\right)$ và sau đó, (2) mô tả siêu mặt ngôn ngữ S_L trong không gian $X_1 \times \ldots X_m \times Y$.

Bước 2: Xác định một phương pháp nội suy trên S_{norm}

Tính các SQM $v_{X_j}(A_{ij}), v_Y(B_i)$ ($j = \overline{1,m}, i = \overline{1,n}$) sử dụng công thức (1), (2) và (3).

Siêu mặt $S_{norm} \supset \left\{\left\{v_{X_j}(A_{ij})\right\}_{j=\overline{1,m}}, v_Y(B_i)\right\}_{i=\overline{1,n}}$ có thể được xác định bởi một hàm kết nhập m-đối f_{Snorm}, $v = f_{S_{norm}}(u_1, \ldots, u_m), v \in [0,1]$ và $u_j \in [0,1], j = \overline{1,m}$, thỏa mãn điều kiện $v_Y(B_i) = f_{S_{norm}}(v_{X1}(A_{i1}), \ldots v_{Xm}(A_{im})), i = \overline{1,n}$.

Chúng ta có thể sử dụng một trong rất nhiều phép nội suy đã có để thực hiện nội suy.

Bước 3: Tìm đầu ra chuẩn hóa về $[0,1] B_0$ tương ứng với đầu vào A_0 đã chuẩn hóa về [0, 1]:

$$A_0 = \left(a_{0,1}, \ldots a_{0,m}\right), a_{0,j} \in [0,1] \text{ for } j = \overline{1,m}, b_0 = f_{Snorm}\left(a_{0,1}, \ldots, a_{0,m}\right) \in [0,1] \tag{5}$$

2.2. Hint [9, 14]

Trong [9, 14] tác giả đã đề xuất một toán tử Hint được xây dựng dựa trên hệ luật gồm 5 luật và một gia tử very và các định lý liên quan như sau:

Định nghĩa 2.1 [9, 14]: Bộ 3 $\left(AX, AY, F\right)$ gọi là toán tử HAINT (HA intensificator - Toán tử tăng cường của Đại số gia tử) nếu:

(i) $\mathrm{AX} = (X, C, \mathrm{W}, \mathrm{H}, \leq)$, $\mathrm{AY} = (Y, C, \mathrm{W}, \mathrm{H}, \leq)$ với

$Dom(X) \equiv Dom(Y), C = \{c^-, c^+\}$, ,

$c^- = \mathrm{low}, c^+ = high$,

$H = H^- \cup H^+, H^- = \{little\}, H^+ = \{\mathrm{very}\}, \theta = fm(c^-), 1-\theta = fm(c^+)$,

$\alpha_X = \mu_X(little), \beta_X = 1-\alpha_X = \mu_X(\mathrm{very}), \alpha_Y = \mu_Y(little), \beta_Y = 1-\alpha_Y = \beta_Y(\mathrm{very}), \theta, \alpha_X, \alpha_Y \in [0,1]$, v_X, v_Y là hàm định lượng ngữ nghĩa của ĐSGT trên X và Y tương ứng.

(ii) $\dfrac{v_Y(v.\mathrm{low})}{v_X(\mathrm{low})} < 1$

(iii) Hàm F: [0, 1] $\rightarrow$ [0, 1] đơn điệu tăng thực sự, liên tục (suy ra hàm ngược của F cũng đơn điệu tăng thực sự, liên tục) và tăng cường tại ngưỡng θ:

R_1 : Nếu x là 0 thì y là 0 (6)

R_2 : Nếu x là c^- thì y là very c^-

R_3 : Nếu x là W thì y là W

R_4 : Nếu x là c^+ thì y là very c^+

R_5 : Nếu x là 1 thì y là 1

Diễn giải trong miền giá trị số: (i) và (ii) tương đương với:

$F(v_x(c^-)) = v_Y(c^-), F(\theta) = \theta, F(v_x(c^+)) = v_Y(c^+)$

$F(v_x(\mathrm{low})) = v_Y(v.\mathrm{low})$

$F(v_x(high)) = v_Y(v.high)$

Suy ra: $F(0) = 0, F(\theta) = \theta, F(1) = 1$.

$F(\beta_X\theta) = \beta_Y^2\theta$, $F(1-\beta_X(1-\theta)) = 1-\beta_Y^2(1-\theta)$

Định lý 1 [9, 14]: $m = \dfrac{v_Y(v.\mathrm{low})}{v_X(\mathrm{low})} = \dfrac{\beta_Y^2}{\beta_X} < 1$,

$$H\,\mathrm{int}(x) = \begin{cases} g_c(\theta, \beta_X, m)(x), 0 \leq x \leq \theta \\ 1 - g_c(1-\theta, \beta_X, m)(1-x), \theta \leq x \leq 1 \end{cases} \quad (7)$$

với hàm $g_c(\theta, \beta_x, m)(x_s)$ xác định như sau:

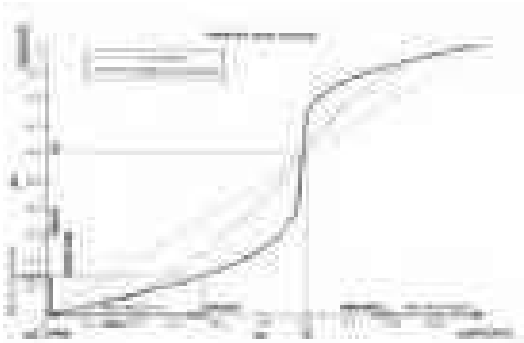
$$\gamma = \gamma(\beta_X, m) = \frac{\log\left(\frac{1-m\beta_X}{1+m\beta_X}\right)}{\log\left(\frac{1-\beta_X}{1+\beta_X}\right)},\ g_c(x) = \theta\frac{1-\left(\frac{\theta-x}{\theta+x}\right)^{\gamma}}{1+\left(\frac{\theta-x}{\theta+x}\right)^{\gamma}} = \theta\frac{(\theta+x)^{\gamma}-(\theta-x)^{\gamma}}{(\theta+x)^{\gamma}+(\theta-x)^{\gamma}}, \quad (8)$$

$0 \le x \le \theta$

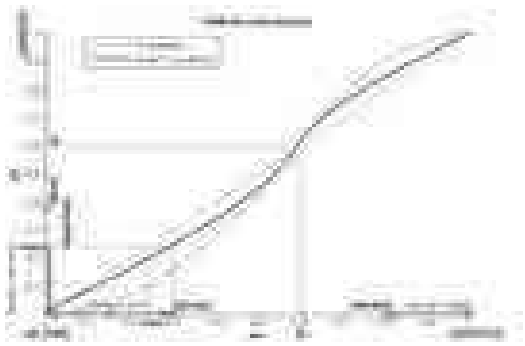
hay $\frac{\theta-g_c(x)}{\theta+g_c(x)} = \left(\frac{\theta-x}{\theta+x}\right)^{\gamma}$, $\forall\, 0 \le x \le \theta$, tham số $\gamma = \gamma(\beta_X, m) = \frac{\log\left(\frac{1-m\beta_X}{1+m\beta_X}\right)}{\log\left(\frac{1-\beta_X}{1+\beta_X}\right)}$,

Khi đó (AX, AY, Hint) là một HA-intensificator, ngoài ra Hint thỏa mãn:

$$\max_{(0,\beta_X\theta]}\frac{H\text{int}(x)}{x} = \min_{[\beta_X\theta,\theta]}\frac{H\text{int}(x)}{x} = m,\ \max_{[\theta,\theta+\alpha_X\theta]}\frac{1-H\text{int}(1-x)}{1-x} = \min_{[\theta+\alpha_X\theta,1]}\frac{1-H\text{int}(1-x)}{1-x} = m$$



Hình 1: trường hợp $\theta = 0, \beta_X = 0.6 > m = 0.4$



Hình 2: trường hợp $\theta = 0.6, \beta_X = 0.5 < m = 0.8$

Ta thấy toán tử Hint ở trên được xây dựng dựa trên hệ luật ngôn ngữ gồm 5 luật và chỉ một gia tử nhấn "Very" mà không sử dụng gia tử "Little". Tính hiệu quả trong nâng cao độ tương phản ảnh mầu của Thuật toán sử dụng Hint ở trên đã chứng tỏ là tốt hơn phương pháp gián tiếp và tốt hơn thuật toán theo phương pháp trực tiếp của Cheng [1, 2].

3. KỸ THUẬT ĐỀ XUẤT

Phần này trình bày về hệ 7 luật ngôn ngữ với hai gia tử nhất "Verry" và "Little" là mở rộng của hệ 5 luật ngôn ngữ trong [9] được sử dụng để xây dựng toán tử Hint và chứng minh toán tử Hint [9] thỏa mãn hệ luật mới này.

R_1: Nếu x là c^- thì y là c^-

R_2: Nếu x là c^+ thì y là c^+ 9)

R_3: Nếu x là **W** thì y là **W**

R_4: Nếu x là **low** thì y là **very low** và $v_Y(y) \le v_X(x)$

R_5: Nếu x là **high** thì y là **very high** và $v_Y(y) \le v_X(x)$

R_6: Nếu x là **little low** thì y là **low** và $v_Y(y) \le v_X(x)$

R7: Nếu x là little **high** thì y là **high** và $v_Y(y) \le v_X(x)$

Mệnh đề 3.1:

For $\beta_X \in (\beta_Y^2, 1), m \overset{def}{=} \frac{\beta_Y^2}{\beta_X}$

$$v_x \in [0,1] \mapsto T_{1,\theta}(v_x) \overset{def}{=} \frac{|v_x - \theta|}{v_x + \theta}, v_x \in [0,1] \mapsto T_{1,1-\theta}(v_x) \overset{def}{=} \frac{|v_x - (1-\theta)|}{v_x + (1-\theta)}$$

$$\gamma = \gamma(\beta_X, m) \in (0,m) : \left(\frac{1-\beta_X}{1+\beta_X}\right)^\gamma = \frac{1-m\beta_X}{1+m\beta_X}, C \in [0,1] \mapsto T_2(C) \overset{def}{=} C^\gamma \tag{10}$$

$$F(v_x) = \begin{cases} \left(T_{1,\theta} | [0,\theta]\right)^{-1} \left(T_2\left(T_{1,\theta}(v_x)\right)\right), 0 \le v_x \le \theta \\ 1 - \left(T_{1,1-\theta} | [0,1-\theta]\right)^{-1} \left(T_2\left(T_{1,1-\theta}(1-v_x)\right)\right), \theta \le v_x \le 1 \end{cases} \tag{11}$$

Chi tiết hơn

$$\gamma = \gamma(\beta_X, m) = \frac{\log\left(\frac{1-m\beta_X}{1+m\beta_X}\right)}{\log\left(\frac{1-\beta_X}{1+\beta_X}\right)} \tag{12}$$

$$F(v_x) = \begin{cases} \theta \dfrac{1 - \left(\frac{\theta - v_x}{\theta + v_x}\right)^\gamma}{1 + \left(\frac{\theta - v_x}{\theta + v_x}\right)^\gamma}, 0 \le v_x \le \theta \\ 1 - (1-\theta) \dfrac{1 - \left(\frac{v_x - \theta}{1 - \theta + 1 - v_x}\right)^\gamma}{1 + \left(\frac{v_x - \theta}{1 - \theta + 1 - v_x}\right)^\gamma}, \theta \le v_x \le 1 \end{cases} \tag{13}$$

(i) Nếu $\beta_Y \in [0.7, 1)$ thì ta cũng có: $F\left(v_X(L.\text{low})\right) > v_Y(\text{low})$ (L là ký hiệu của little)

(ii) Nếu $v_Y(L.\text{low}) > F\left(v_X(L.\text{low})\right)$

Như vậy HAINT coi như thỏa mãn luôn luật sau

R6: Nếu x là **little low** thì y là **low** và $v_Y(y) \le v_X(x)$

R7: Nếu x là little **high** thì y là **high** và $v_Y(y) \le v_X(x)$

Chứng minh

(i) $v_X(L.\text{low}) = v_X(\text{low}) + \alpha_X \beta_X \theta = \beta_X \theta + \alpha_X \beta_X \theta = \beta_X \theta + \beta_X(1-\beta_X)\theta$

$v_Y(\text{low}) = \beta_Y \theta$

$\left(\frac{1-\beta_X}{1+\beta_X}\right)^\gamma = \frac{1-m\beta_X}{1+m\beta_X}$

$F : [0,\theta] \to [0,\theta]$

$$v_X(L.\text{low}) \in [0,\theta] \overset{F}{\mapsto} t \in [0,\theta], \left(\frac{\theta - v_X(L.\text{low})}{\theta + v_X(L.\text{low})}\right)^{\gamma} = \frac{\theta - t}{\theta + t}$$

$$t = \left(T_{1,\theta} \left| [0,\theta] \right.\right)^{-1} \left(T_2\left(T_{1,\theta}\left(v_X(L.\text{low})\right)\right)\right)$$

$$t = F\left(v_X(L.\text{low})\right) \geq v_Y(\text{low}) = \beta_Y\theta \Leftrightarrow \frac{\theta - t}{\theta + t} \leq \frac{\theta - \beta_Y\theta}{\theta + \beta_Y\theta}$$

Vậy ta phải chứng minh

$$\left(\frac{\theta - v_X(L.\text{low})}{\theta + v_X(L.\text{low})}\right)^{\gamma} \leq \frac{\theta - \beta_Y\theta}{\theta + \beta_Y\theta} \Leftrightarrow \left(\frac{1 - \beta_X - \beta_X(1-\beta_X)}{1 + \beta_X + \beta_X(1-\beta_X)}\right)^{\gamma} \leq \frac{1-\beta_Y}{1+\beta_Y}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{(1-\beta_X)^2}{1 + \beta_X + \beta_X(1-\beta_X)}\right)^{\gamma} \leq \frac{1-\beta_Y}{1+\beta_Y}, \text{ ta chứng minh điều mạnh hơn}$$

$$\left(\frac{(1-\beta_X)^2}{1+\beta_X}\right)^{\gamma} \leq \frac{1-\beta_Y}{1+\beta_Y} \qquad 14)$$

Thật vậy,

$$\left(\frac{(1-\beta_X)^2}{1+\beta_X}\right)^{\gamma} = (1+\beta_X)^{\gamma}\left(\frac{1-\beta_X}{1+\beta_X}\right)^{2\gamma} = (1+\beta_X)^{\gamma}\left(\left(\frac{1-\beta_X}{1+\beta_X}\right)^{\gamma}\right)^2 = (1+\beta_X)^{\gamma}\left(\frac{1-m\beta_X}{1+m\beta_X}\right)^2$$

$0 < \gamma < 1 \Rightarrow (1+\beta_X)^{\gamma} \leq 1 + \gamma\beta_X$ (BĐT Becnuli),

$0 < \gamma < m\,[9], \Rightarrow (1+\beta_X)^{\gamma} \leq 1 + \gamma\beta_X < 1 + m\beta_X$,

Vậy vế trái của (9) thỏa

$$\left(\frac{(1-\beta_X)^2}{1+\beta_X}\right)^{\gamma} \leq (1+m\beta_X)\left(\frac{1-m\beta_X}{1+m\beta_X}\right)^2 = \frac{(1-m\beta_X)^2}{1+m\beta_X} = \frac{\left(1-\beta_Y^2\right)^2}{1+\beta_Y^2} \qquad 15)$$

Để chứng minh (9) ta sẽ chứng minh

$$\frac{\left(1-\beta_Y^2\right)^2}{1+\beta_Y^2} \leq \frac{1-\beta_Y}{1+\beta_Y} \Leftrightarrow \frac{(1-\beta_Y)^2(1+\beta_Y)^2}{1+\beta_Y^2} \leq \frac{1-\beta_Y}{1+\beta_Y} \Leftrightarrow \frac{(1-\beta_Y)(1+\beta_Y)^2}{1+\beta_Y^2} \leq \frac{1}{1+\beta_Y}$$

$$\Leftrightarrow (1-\beta_Y)(1+\beta_Y)^3 \leq 1+\beta_Y^2$$

$$\Leftrightarrow (1-\beta_Y)\left(1+3\beta_Y+3\beta_Y^2+\beta_Y^3\right) \leq 1+\beta_Y^2 \Leftrightarrow 2\beta_Y - 2\beta_Y^3 - \beta_Y^4 \leq \beta_Y^2$$

$$\Leftrightarrow 2 - 2\beta_Y^2 - \beta_Y^3 \leq \beta_Y \Leftrightarrow \beta_Y^3 + 2\beta_Y^2 + \beta_Y \geq 2$$

Điều này đúng do $\beta_Y \geq 0.7 \Rightarrow \beta_Y^3 + 2\beta_Y^2 + \beta_Y \geq 0.343 + 0.98 + 0.7 = 2.023 > 2$

Vậy (9) đúng, suy ra

$$F\left(v_X(L.\text{low})\right) \geq v_Y(\text{low}). \qquad 16)$$

Nhận xét:

Thực chất có thể chứng minh chặt hơn

Với $\beta_X \in (\beta_Y^2, 1), \beta_Y \in [0.6321, 1), m \overset{def}{=} \dfrac{\beta_Y^2}{\beta_X}$, thì $F\left(v_X(L.\text{low})\right) > v_Y(\text{low})$

Bất đẳng thức (11) tương đương với

$$\frac{\ln\left(\frac{1+\beta_Y^2}{1-\beta_Y^2}\right)}{\ln\left(\frac{1+\beta_Y}{1-\beta_Y}\right)} \geq \frac{\ln\left(\frac{1+\beta_X}{1-\beta_X}\right)}{\ln\left(\frac{1+2\beta_X-\beta_X^2}{(1-\beta_X)^2}\right)} \tag{17}$$

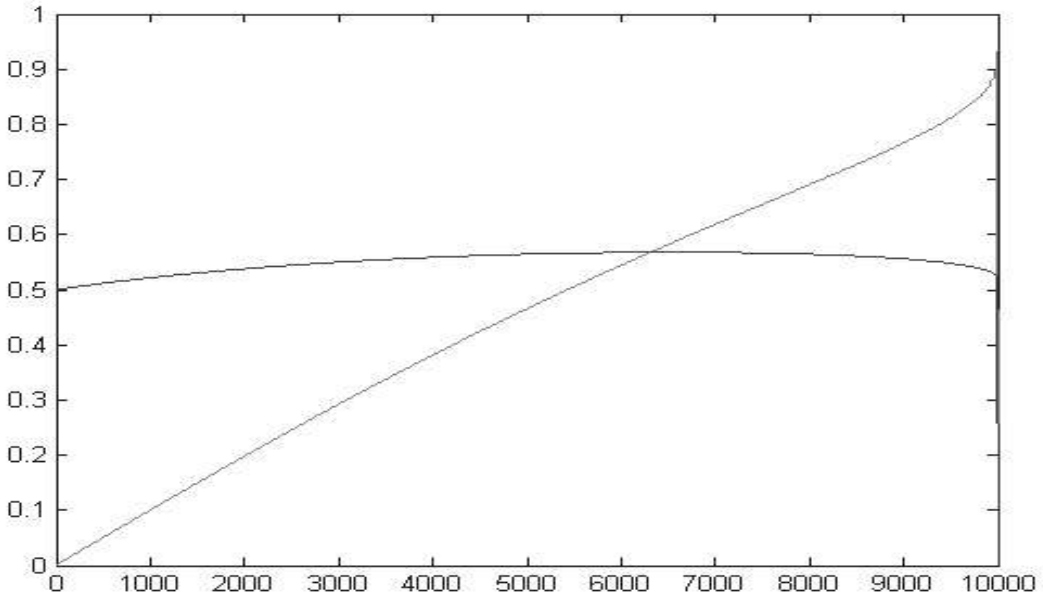
(ii) Tương đương với

$$\frac{\ln\left(\frac{1+\beta_X}{1-\beta_X}\right)}{\ln\left(\frac{1+2\beta_X-\beta_X^2}{(1-\beta_X)^2}\right)} \geq \frac{\ln\left(\frac{1+\beta_Y^2}{1-\beta_Y^2}\right)}{\ln\left(\frac{1+2\beta_Y-\beta_Y^2}{(1-\beta_Y)^2}\right)} \tag{18}$$

Bất đẳng thức (11) tương đương với

$$\frac{\ln\left(\frac{1+\beta_Y^2}{1-\beta_Y^2}\right)}{\ln\left(\frac{1+\beta_Y}{1-\beta_Y}\right)} \geq \frac{\ln\left(\frac{1+\beta_X}{1-\beta_X}\right)}{\ln\left(\frac{1+2\beta_X-\beta_X^2}{(1-\beta_X)^2}\right)} \tag{19}$$

Cả hai hàm vế trái và vế phải của bất đẳng thức (19) đều đơn điệu tăng, khi dùng Matlab có thể quan sát được đồ thị



Hình 3: Đồ thị hai hàm số vế trái và vế phải của bất đẳng thức (19).

4. KẾT LUẬN

Trong bài báo này chúng tôi đã đề xuất hệ luật ngôn ngữ mở rộng của [9], từ hệ 5 luật ngôn ngữ với chỉ một gia tử nhấn "Very" thành hệ 7 luật ngôn ngữ với hai gia tử "Very" và "Little" để xây dựng toán tử Hint ứng dụng vào quy trình nâng cao độ tương phản ảnh mầu theo hướng trực tiếp.

Bằng phương pháp toán học chúng tôi đã chứng minh Hint trong [9] thỏa mãn hệ luật mới. Ngoài ra chúng tôi cũng thực nghiệm khi ứng dụng toán tử Hint được xây dựng

bằng hệ 7 luật ngôn ngữ đề xuất vào quy trình nâng cao độ tương phản ảnh mầu theo hướng trực tiếp, kết quả tương đương với Hint trong [9]. Điều này chứng tỏ việc mở rộng hệ luật bằng cách bổ sung thêm luật và thêm gia tử để xây dựng toán tử Hint áp dụng vào quy trình nâng cao độ tương phản ảnh màu theo hướng tiếp cận trực tiếp chưa chắc đã cho kết quả tốt hơn.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Cheng H.D, Huijuan Xu, "*A novel fuzzy logic approach to contrast enhancement"*, Pattern Recognition 33 (2000):809-819.
2. Cheng H.D., Mei Xue, Shi X,J., "*Contrast enhancement based on a novel homogeneity measurement"*, Pattern Recognition 36 (2003):2687 – 2697.
3. C.H. Nguyen, *A topoligical completion of refined hedge algebras and a model of fuzziness of linguistic terms and hedges*, Fuzzy sets and systems 158 (4), (2007), 436-451.
4. C.H. Nguyen, *V.L Nguyen, fuzziness measure on complete hedges algebras and quantifying semantics of terms in linear hedge algebra*s, Fuzzy sets and systems 158 (4), (2007), 452-471.
5. K. Singh, R. Kapoor (2014), "*Image enhancement using exposure based sub image histogram equalization"*, Pattern Recogn. Lett. 36, pp:10–14.
6. K. Gu, G. Zhai, M. Liu, Q. Xu, X. Yang, and W. Zhang (2013), *"Brightness preserving video contrast enhancement using S-shaped transfer function,"* in Proc. IEEE Vis. Commun. Image Process., pp. 1-6.
7. K. Gu, G. Zhai, S. Wang, M. Liu, J. Zhou, and W. Lin (2015), *"A general histogram modification framework for efficient contrast enhancement,"* in Proc. IEEE Int. Symp. Circuits and Syst., pp. 2816-2819.
8. K. Gu, G. Zhai, W. Lin, and M. Liu (2016), *"The analysis of image contrast: From quality asessment to automatic enhancement,"* IEEE Trans. Cybernetics, vol. 46, no. 1, pp. 284-297.
9. Hoang Huy Ngo, Cat Ho Nguyen, Van Quyen Nguyen, *Multichanel Image contrast enhancement based on linguistic rule-based intensificator,* Applied soft computing jounal 76 (2019): 744-762.
10. Nguyễn Văn Quyền, Trần Thái Sơn, Nguyễn Tân Ân, Ngô Hoàng Huy, Đặng Duy An, *Một phương pháp mới để nâng cao độ tương phản ảnh mầu theo hướng tiếp cận trực tiếp,* Tạp chí Công nghệ Thông tin và Truyền thông, Tập V-1 số 17(37), 06-2017, trang 59-74.
11. Nguyễn Văn Quyền, Ngô Hoàng Huy, Nguyễn Cát Hồ, Trần Thái Sơn, *Xây dựng độ đo thuần nhất và nâng cao độ tương phản ảnh mầu theo tiếp cận trực tiếp dựa trên ĐSGT"*, Tạp chí Công nghệ Thông tin và Truyền thông, Tập V-2 số 18(38), 12-2017, trang 19-32.
12. Nguyễn Văn Quyền, Nguyễn Tân Ân, Đoàn Văn Hòa, Hoàng Xuân Trung, Tạ Yên Thái, *Xây dựng độ đo thuần nhất cho ảnh mầu dựa trên các toán tử t-norm,* Tạp chí Nghiên cứu khoa học và công nghệ quân sự, số 49, 06-2017, trang 117-131.
13. Nguyễn Văn Quyền, Nguyễn Tân Ân, Đoàn Văn Hòa, Hoàng Xuân Trung, Tạ Yên Thái, *Phương pháp xây dựng một histogram mở rộng cho ảnh đa kênh và ứng dụng,* Tạp chí Nghiên cứu khoa học và công nghệ quân sự, số 50, 08-2017, trang 127-137.
14. Nguyễn Văn Quyền, Nguyễn Tân Ân, Trần Thái Sơn, *Thiết kế hàm biến đổi độ xám dạng chữ S tăng cường độ tương phản ảnh sử dụng ĐSGT,* Kỷ yếu hội thảo quốc gia về nghiên cứu Cơ bản và Ứng dụng công nghệ thông tin lần thứ 10 (Fair 10), tháng 8 năm 2017, trang 884-897