

Thuần nhất hóa biên phân chia độ nhám cao hai chiều của lý thuyết đàn hồi xốp

Homogenization of very rough two-dimensional interfaces for the poroelasticity theory

Nguyễn Thị Kiều

Tóm tắt

Bài báo nghiên cứu sự thuần nhất hóa biên phân chia độ nhám cao của lý thuyết đàn hồi xốp đẳng hướng trong miền hai chiều theo mô hình của Biot. Sử dụng phương pháp thuần nhất hóa, viết các phương trình cơ bản của lý thuyết đàn hồi xốp dưới dạng ma, tác giả thu được các phương trình thuần nhất hóa dạng hiện. Do các phương trình thuần nhất hóa thu được là dạng hiện nên rất thuận tiện để giải các bài toán thực tế.

Từ khóa: sự thuần nhất hóa, phương trình thuần nhất hóa, đàn hồi xốp, đẳng hướng

Abstract

In this paper, the homogenization of very rough two-dimensional interfaces separating two isotropic poroelasticity solids modeled by Biot's theory is investigated. Using the homogenization method with the matrix formulation of the isotropic poroelasticity theory, explicit homogenized equations have been derived. Since the obtained equations are explicit, they are very convenient for solving practical problems.

Key words: homogenization, homogenized equation, poroelasticity, isotropic

1. Giới thiệu

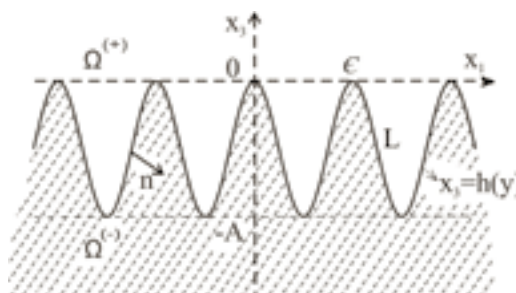
Thuần nhất hóa biên, biên phân chia độ nhám cao được sử dụng để phân tích các ứng xử tiệm cận của các lý thuyết khác nhau của cơ học môi trường liên tục trong miền chứa biên hay biên phân chia độ nhám cao [1]. Ý tưởng của phương pháp thuần nhất hóa là thay biên phân chia độ nhám cao bởi biên phẳng bằng cách thay miền chứa biên phân chia độ nhám cao bởi lớp vật liệu mới có biên là phẳng. Về mặt toán học, ta cần tìm các phương trình vi phân đạo hàm riêng mô tả chuyển động của lớp vật liệu mới. Các phương trình này được gọi là các phương trình thuần nhất hóa.

Năm 1997, Nevard và Keller [2] nghiên cứu thuần nhất hóa biên phân chia độ nhám cao trong miền ba chiều dao động giữa hai mặt phẳng song song của hai vật thể đàn hồi dị hướng tuyến tính. Các tác giả đã thu được các phương trình thuần nhất hóa dưới dạng ẩn. Năm 2003, Gilbert và Ou [3] nghiên cứu sự thuần nhất hóa đối với biên phân chia độ nhám cao ba chiều phân chia hai vật thể đàn hồi xốp và các phương trình thuần nhất hóa thu được cũng ở dạng ẩn. Từ năm 2010, Vinh và Tung [4], đã sử dụng các phương trình cơ bản và điều kiện biên dạng ma trận để tìm các phương trình thuần nhất hóa. Với cách tiếp cận này, các tác giả đã tìm được các phương trình thuần nhất hóa dạng hiện đối với bài toán biên phân chia có độ nhám cao dao động giữa hai đường thẳng song song, hai đường tròn đồng tâm của các lý thuyết đàn hồi, đàn điện và đàn nhiệt. Các phương trình thuần nhất hóa dạng hiện nghĩa là các hệ số của chúng là các hàm hiển của các tham số vật liệu và đặc trưng hình học của biên phân chia. Vì vậy, các kết quả đạt được rất thuận tiện để giải quyết các bài toán thực tế khác nhau.

Tuy nhiên, theo hiểu biết của tác giả, đến nay chưa có kết quả nào về sự thuần nhất hóa biên phân chia độ nhám cao nằm giữa hai vật thể đàn hồi xốp đẳng hướng. Có hai mô hình mô tả chuyển động của vật thể đàn hồi xốp: mô hình của Biot [5] và mô hình của Auriault [6]. Trong mô hình của Biot, các hệ số của phương trình cơ bản là đã biết. Trong khi đó, theo mô hình của Auriault, các hệ số của phương trình cơ bản là chưa biết. Chúng được xác định bằng cách giải các bài toán biên trên nhân tuần hoàn. Do đó, sử dụng mô hình của Biot sẽ thuận tiện hơn. Trong bài báo này, các phương trình cơ bản của lý thuyết đàn hồi xốp sẽ viết theo mô hình của Biot.

Mục tiêu chính trong bài báo này là tìm các phương trình thuần nhất hóa dạng hiện của lý thuyết đàn hồi xốp đẳng hướng. Để đạt được mục đích này, tác giả sử dụng phương pháp thuần nhất hóa cùng các phương trình cơ bản dạng ma trận của lý thuyết đàn hồi xốp đẳng hướng. Bài báo thu được các phương trình thuần nhất hóa dạng hiện dạng thành phần của lý thuyết đàn hồi xốp đẳng hướng.

2. Các phương trình cơ bản và điều kiện liên tục dạng ma trận



Hình 1. Biên phân chia độ nhám cao

Giả sử biên phân chia độ nhám cao x phân chia hai vật thể đàn hồi xốp đẳng hướng. Khi đó biên phân chia được biểu diễn bởi $x_3 = h(x_1/\epsilon)$, $0 < \epsilon \ll 1$, trong đó, $h(y)$, $(y = x_1/\epsilon)$ là hàm tuần hoàn với chu kỳ 1.

ThS. Nguyễn Thị Kiều

Bộ môn Cơ học lý thuyết, Khoa Xây dựng

ĐT: 0363.441.889

Email: kieuamt@gmail.com

Ngày nhận bài: 24/2/2021

Ngày sửa bài: 16/3/2021

Ngày duyệt đăng: 20/12/2022

Xét môi trường đàn hồi xấp xỉ đẳng hướng với các lỗ chứa chất lỏng là Newton. Theo mô hình của Biot (1956), các phương trình cơ bản của môi trường đàn hồi xấp xỉ với các chuyển động là điều hòa theo thời gian có dạng [5]:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \Sigma + \mathbf{f} &= -\omega^2 [\rho \mathbf{u} + \rho_L \mathbf{w}], \\ \mathbf{w} &= \hat{\mathbf{K}}[-i\omega \rho_L \mathbf{u} + \frac{i}{\omega} \operatorname{grad} p], \\ \Sigma &= \mathbf{C} \mathbf{e}(\mathbf{u}) - \alpha p, \\ \operatorname{div} \mathbf{w} &= -\alpha : \mathbf{e}(\mathbf{u}) - \beta p, \end{aligned} \quad (1)$$

trong đó $\Sigma = (\sigma_{mn})$ là tensor ứng suất, $\mathbf{C} = (c_{mn})$ là tensor đàn hồi của nền, $\alpha = (\alpha_{ij})$ là tensor hệ số ứng suất hiệu dụng Biot, β là nghịch đảo của mô đun Biot tương ứng với hệ số nén của chất lỏng và của nền, p là áp suất chất lỏng, $\mathbf{u} = (u_m)$ là vectơ dịch chuyển của chất rắn, $\mathbf{w} = \mathbf{f}(\mathbf{U}_L - \mathbf{u})$ là vận tốc tương đối của chất lỏng đối với phần chất rắn, $\mathbf{w} = (w_m)$, $\mathbf{U}_L$ là vectơ dịch chuyển của chất lỏng, $c_{mn} = \frac{1}{2}(u_{m,n} + u_{n,m})$, là tensor biến dạng: $c_{mn} = 1/2(u_{m,n} + u_{n,m})$, dấu “,” chỉ đạo hàm theo f , f là tính xấp xỉ, $\rho = (1-f)\rho_s + f\rho_L$ là mật độ khối lượng của composite, ρ_L là mật độ khối lượng của lỗ chất lỏng, ρ_s là mật độ khối lượng của nền, $\hat{\mathbf{K}} = (\hat{k}_{mn}) = [\mathbf{K}^{-1} + i\omega \rho_w \mathbf{I}]^{-1}$, mật độ khối lượng $\rho_w = f^{-1}\rho_L$, $\mathbf{K} = (k_{mn})$ là tensor thấm Darcy và phụ thuộc vào ω , $\mathbf{f} = (f_m)$ là lực thể tích tác dụng lên phần rắn.

Từ phương trình thứ 2 của (1) suy ra:

$$\mathbf{w}_m = -\hat{\alpha}_{mn} u_n + \frac{i}{\omega} \hat{k}_{mn} p_{,n}, \hat{\alpha}_{mn} = i\omega \rho_L \hat{k}_{mn} = \hat{\alpha}_{nm} \quad (2)$$

Xét trạng thái biến dạng phẳng suy rộng, các thành phần chuyển dịch và áp suất không phụ thuộc vào x_2 .

$$p = p(x_1, x_3), u_m = u_m(x_1, x_3), m=1,2,3. \quad (3)$$

Thay (2) vào phương trình thứ nhất và thứ tư trong (1) và chú ý đến (3), ta được bốn phương trình bốn ẩn số u_1, u_2, u_3, p :

$$\begin{aligned} \sigma_{mn,n} + \omega^2 \hat{\rho}_{mn} u_n + \hat{\alpha}_{mn} p_{,n} + f_m &= 0, m=1,2,3 \\ [\hat{k}_{mn}(p_{,n} - \omega^2 \rho_L u_n)]_{,m} &= i\omega \alpha_{mn} u_{m,n} + i\omega \beta p. \end{aligned} \quad (4)$$

Các phương trình (4) được viết dưới dạng ma trận như sau:

$$\begin{aligned} (\mathbf{A}_{11} \mathbf{v}_{,1} + \mathbf{A}_{13} \mathbf{v}_{,3} + \mathbf{A}_{14} \mathbf{v})_{,1} \\ + (\mathbf{A}_{31} \mathbf{v}_{,1} + \mathbf{A}_{33} \mathbf{v}_{,3} + \mathbf{A}_{34} \mathbf{v})_{,3} + \mathbf{B} \mathbf{v}_{,1} + \mathbf{D} \mathbf{v}_{,3} + \mathbf{E} \mathbf{v} + \mathbf{F} &= \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (5)$$

trong đó $\mathbf{v} = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ p]^T$, $\mathbf{F} = [f_1 \ f_2 \ f_3 \ 0]^T$ và các ma trận $\mathbf{A}_{hk}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{E}$ có dạng:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{11} &= \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \hat{k}_{11} \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{13} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & c_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{55} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{A}_{14} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\alpha_{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ i\omega \hat{\alpha}_{11} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{31} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{A}_{33} &= \begin{bmatrix} c_{55} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \hat{k}_{33} \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{34} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_{33} \\ 0 & 0 & i\omega \hat{\alpha}_{33} & 0 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \hat{\alpha}_{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -i\omega \alpha_{11} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \hat{\alpha}_{33} \\ 0 & 0 & -i\omega \alpha_{33} & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{E} &= \omega^2 \begin{bmatrix} \hat{\rho}_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\rho}_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\rho}_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i\beta/\omega \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (6)$$

trong đó,

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= \alpha_{33}, \hat{k}_{11} = \hat{k}_{33}, \hat{\alpha}_{11} = \hat{\alpha}_{33} = i\omega \rho_L \hat{k}_{11} \\ \hat{\rho}_{11} &= \hat{\rho}_{22} = \hat{\rho}_{33} = \rho - \rho_L \hat{\alpha}_{11} \end{aligned}$$

$c_{11} = c_{33} = \lambda + 2\mu$, $c_{13} = \lambda$, $c_{44} = c_{55} = c_{66} = \mu$ với λ, μ là các hệ số Lamé được xác định như sau:

$$\lambda, \mu = \begin{cases} \lambda^{(+)}, \mu^{(+)}, & x_3 > h(x_1/\varepsilon) \\ \lambda^{(-)}, \mu^{(-)}, & x_3 < h(x_1/\varepsilon) \end{cases} \quad (7)$$

$\lambda^{(+)}, \mu^{(+)}, \lambda^{(-)}, \mu^{(-)}$ là các hằng số.

Chú ý rằng các ma trận

$$\mathbf{A}_{hk}, \mathbf{B}, \mathbf{D}, \mathbf{E} = \begin{cases} \mathbf{A}_{hk}^{(+)}, \mathbf{B}^{(+)}, \mathbf{D}^{(+)}, \mathbf{E}^{(+)} & x_3 > h(x_1/\varepsilon) \\ \mathbf{A}_{hk}^{(-)}, \mathbf{B}^{(-)}, \mathbf{D}^{(-)}, \mathbf{E}^{(-)} & x_3 < h(x_1/\varepsilon) \end{cases} \quad (8)$$

Trong đó, $\mathbf{A}_{hk}^{(+)}, \mathbf{B}^{(+)}, \mathbf{D}^{(+)}, \mathbf{E}^{(+)}$ ($\mathbf{A}_{hk}^{(-)}, \mathbf{B}^{(-)}, \mathbf{D}^{(-)}, \mathbf{E}^{(-)}$) được cho trong (6) với các thành phần λ, μ được thay tương ứng bằng $\lambda^{(+)}, \mu^{(+)}$ ($\lambda^{(-)}, \mu^{(-)}$).

Giả sử Ω^+, Ω^- gần chặt với nhau. Khi đó các điều kiện liên tục trên biên phân chia L phải thỏa mãn:

$$\begin{aligned} [\mathbf{v}]_L &= \mathbf{0}, \\ [(\mathbf{A}_{11} \mathbf{v}_{,1} + \mathbf{A}_{12} \mathbf{v}_{,2} + \mathbf{A}_{13} \mathbf{v}_{,3} + \mathbf{A}_{14} \mathbf{v}) n_1 \\ + (\mathbf{A}_{31} \mathbf{v}_{,1} + \mathbf{A}_{32} \mathbf{v}_{,2} + \mathbf{A}_{33} \mathbf{v}_{,3} + \mathbf{A}_{34} \mathbf{v}) n_3]_L &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (9)$$

với n_k là thành phần theo phương L của vectơ pháp tuyến đơn vị của đường cong L và $[\varphi]_L$ là bước nhảy của φ qua L .

Theo Bensoussan và các cộng sự, giả sử $\mathbf{v}(x_1, x_2, x_3, \varepsilon) = \mathbf{U}(x_1, y, x_2, x_3, \varepsilon)$ và $\mathbf{U}$ được biểu diễn như sau [4]:

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= \mathbf{V} + \varepsilon (\mathbf{N}^1 \mathbf{V} + \mathbf{N}^{11} \mathbf{V}_{,1} + \mathbf{N}^{13} \mathbf{V}_{,3}) \\ &+ \varepsilon^2 (\mathbf{N}^2 \mathbf{V} + \mathbf{N}^{21} \mathbf{V}_{,1} + \mathbf{N}^{23} \mathbf{V}_{,3} + \mathbf{N}^{211} \mathbf{V}_{,11} + \mathbf{N}^{213} \mathbf{V}_{,13} + \mathbf{N}^{233} \mathbf{V}_{,33}) \\ &+ O(\varepsilon^3) \end{aligned} \quad (10)$$

trong đó $\mathbf{V} = \mathbf{V}(x_1, x_3, t)$ (không phụ thuộc vào y) và $\mathbf{N}^1; \mathbf{N}^{11}; \mathbf{N}^{13}; \mathbf{N}^2; \mathbf{N}^{21}; \mathbf{N}^{23}; \mathbf{N}^{211}; \mathbf{N}^{213}; \mathbf{N}^{233}$ là ma trận 2×2 của các hàm y và x_3 (không phụ thuộc vào x_1), và chúng là các hàm tuần hoàn với chu kỳ 1. Các ma trận $\mathbf{N}^1; \dots; \mathbf{N}^{233}$ cần được xác định sao cho phương trình (5) và điều kiện liên tục (9) được thỏa mãn.

Sử dụng phương pháp thuần nhất hóa [4], ta thu được các phương trình thuần nhất hóa dạng hiện dạng ma trận như sau:

Với $x_3 > 0$:

$$\begin{aligned} & \mathbf{A}_{hk}^{(+)} \mathbf{V}_{,kh} + (\mathbf{A}_{14}^{(+)} + \mathbf{B}^{(+)}) \mathbf{V}_{,1} \\ & + (\mathbf{A}_{34}^{(+)} + \mathbf{D}^{(+)}) \mathbf{V}_{,3} + \mathbf{E}^{(+)} \mathbf{V} + \mathbf{F}^{(+)} = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (11)$$

Với $-A < x_3 < 0$:

$$\begin{aligned} & \langle \mathbf{A}_{11}^{-1} \rangle^{-1} \mathbf{V}_{,11} + \langle \mathbf{A}_{11}^{-1} \rangle^{-1} \langle \mathbf{A}_{11}^{-1} \mathbf{A}_{13} \rangle \mathbf{V}_{,13} + [\langle \mathbf{A}_{31} \mathbf{A}_{11}^{-1} \rangle \langle \mathbf{A}_{11}^{-1} \rangle^{-1} \mathbf{V}_{,1}]_{,3} \\ & + [\langle \langle \mathbf{A}_{33} \rangle + \langle \mathbf{A}_{31} \mathbf{A}_{11}^{-1} \rangle \langle \mathbf{A}_{11}^{-1} \rangle^{-1} \langle \mathbf{A}_{11}^{-1} \mathbf{A}_{13} \rangle - \langle \mathbf{A}_{31} \mathbf{A}_{11}^{-1} \mathbf{A}_{13} \rangle] \mathbf{V}_{,3}]_{,3} \\ & + [\langle \mathbf{B} \mathbf{A}_{11}^{-1} \rangle \langle \mathbf{A}_{11}^{-1} \rangle^{-1} + \langle \mathbf{A}_{11}^{-1} \rangle^{-1} \langle \mathbf{A}_{11}^{-1} \mathbf{A}_{14} \rangle] \mathbf{V}_{,1} \\ & + [\langle \mathbf{D} \rangle + \langle \mathbf{B} \mathbf{A}_{11}^{-1} \rangle \langle \mathbf{A}_{11}^{-1} \rangle^{-1} \langle \mathbf{A}_{11}^{-1} \mathbf{A}_{13} \rangle - \langle \mathbf{B} \mathbf{A}_{11}^{-1} \mathbf{A}_{13} \rangle] \mathbf{V}_{,3} \\ & + [\langle \langle \mathbf{A}_{31} \mathbf{A}_{11}^{-1} \rangle \langle \mathbf{A}_{11}^{-1} \rangle^{-1} \langle \mathbf{A}_{11}^{-1} \mathbf{A}_{14} \rangle - \langle \mathbf{A}_{31} \mathbf{A}_{11}^{-1} \mathbf{A}_{14} \rangle + \langle \mathbf{A}_{34} \rangle] \mathbf{V}_{,3} \\ & + [\langle \mathbf{E} \rangle + \langle \mathbf{B} \mathbf{A}_{11}^{-1} \rangle \langle \mathbf{A}_{11}^{-1} \rangle^{-1} \langle \mathbf{A}_{11}^{-1} \mathbf{A}_{14} \rangle - \langle \mathbf{B} \mathbf{A}_{11}^{-1} \mathbf{A}_{14} \rangle] \mathbf{V} + \langle \mathbf{F} \rangle = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Với $x_3 < -A$:

$$\begin{aligned} & \mathbf{A}_{hk}^{(-)} \mathbf{V}_{,kh} + (\mathbf{A}_{14}^{(-)} + \mathbf{B}^{(-)}) \mathbf{V}_{,1} \\ & + (\mathbf{A}_{34}^{(-)} + \mathbf{D}^{(-)}) \mathbf{V}_{,3} + \mathbf{E}^{(-)} \mathbf{V} + \mathbf{F}^{(-)} = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (13)$$

Chú ý rằng

$$\langle \phi \rangle = \int_0^1 \langle \phi \rangle dy = (y_2 - y_1) \phi^{(+)} + (1 - y_2 + y_1) \phi^{(-)} \quad (14)$$

Trên các đường thẳng $x_3 = 0$, $x_3 = -A$, điều kiện liên tục được thỏa mãn:

$$[\mathbf{V}]_L^* = 0, [\Sigma_3^0]_L^* = 0, L^* : x_3 = 0, x_3 = -A \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{O}_3^0 &= [\langle \mathbf{A}_{31} \mathbf{A}_{11}^{-1} \rangle \langle \mathbf{A}_{11}^{-1} \rangle^{-1} \langle \mathbf{A}_{11}^{-1} \mathbf{A}_{14} \rangle - \langle \mathbf{A}_{31} \mathbf{A}_{11}^{-1} \mathbf{A}_{14} \rangle + \langle \mathbf{A}_{34} \rangle] \mathbf{V} \\ & + \langle \mathbf{A}_{31} \mathbf{A}_{11}^{-1} \rangle \langle \mathbf{A}_{11}^{-1} \rangle^{-1} \mathbf{V}_{,1} \\ & + [\langle \mathbf{A}_{33} \rangle + \langle \mathbf{A}_{31} \mathbf{A}_{11}^{-1} \rangle \langle \mathbf{A}_{11}^{-1} \rangle^{-1} \langle \mathbf{A}_{11}^{-1} \mathbf{A}_{13} \rangle - \langle \mathbf{A}_{31} \mathbf{A}_{11}^{-1} \mathbf{A}_{13} \rangle] \mathbf{V}_{,3} \end{aligned} \quad (16)$$

3. Các phương trình thuần nhất hóa dạng hiện dạng thành phần

Thay các ma trận $\mathbf{A}_{hk}^{(+)}, \mathbf{B}^{(+)}, \mathbf{D}^{(+)}, \mathbf{E}^{(+)}, \mathbf{A}_{hk}^{(-)}, \mathbf{B}^{(-)}, \mathbf{D}^{(-)}, \mathbf{E}^{(-)}$ trong (6) vào các phương trình thuần nhất hóa dạng ma trận (11), (12), (13), ta thu được các phương trình thuần nhất hóa dạng hiện dạng thành phần như sau:

Với $x_3 > 0$:

$$\begin{cases} (\lambda^{(+)} + 2\mu^{(+)}) V_{1,11} + \mu^{(+)} V_{1,33} + \omega^2 (\rho^{(+)} - i\omega \rho_L^{(+2)} \hat{k}_{11}^{(+)}) V_1 \\ + (\lambda^{(+)} + \mu^{(+)}) V_{3,13} - (\alpha_{11}^{(+)} - i\omega \rho_L^{(+)} \hat{k}_{11}^{(+)}) P_{,1} + f_1^{(+)} = 0, \\ \mu^{(+)} V_{2,11} + \mu^{(+)} V_{2,33} + \omega^2 (\rho^{(+)} - i\omega \rho_L^{(+2)} \hat{k}_{11}^{(+)}) V_2 + f_2^{(+)} = 0 \\ (\lambda^{(+)} + \mu^{(+)}) V_{1,13} + \mu^{(+)} V_{3,11} + (\lambda^{(+)} + 2\mu^{(+)}) V_{3,33} \\ + \omega^2 (\rho^{(+)} - i\omega \rho_L^{(+2)} \hat{k}_{11}^{(+)}) V_3 - (\alpha_{11}^{(+)} - i\omega \rho_L^{(+)} \hat{k}_{11}^{(+)}) P_{,3} + f_3^{(+)} = 0, \\ -(\omega^2 \rho_L^{(+)} \hat{k}_{11}^{(+)} + i\omega \alpha_{11}^{(+)}) V_{1,1} - (\omega^2 \rho_L^{(+)} \hat{k}_{11}^{(+)} + i\omega \alpha_{11}^{(+)}) V_{3,3} \\ + \hat{k}_{11}^{(+)} P_{,11} + \hat{k}_{11}^{(+)} P_{,33} - i\omega \beta^{(+)} P = 0. \end{cases} \quad (17)$$

Với $-A < x_3 < 0$:

$$\begin{aligned} & \langle (\lambda + 2\mu)^{-1} \rangle^{-1} V_{1,11} + \langle \mu^{-1} \rangle^{-1} V_{1,33} \\ & + \omega^2 \langle \langle \rho \rangle - i\omega \langle \hat{k}_{11}^{-1} \rangle^{-1} \langle \rho_L \rangle^2 \rangle V_1 + \langle (\lambda + 2\mu)^{-1} \rangle^{-1} \langle \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \rangle V_{3,13} \\ & + \langle \mu^{-1} \rangle^{-1} V_{3,13} - \langle (\lambda + 2\mu)^{-1} \rangle^{-1} \langle \frac{\alpha_{11}}{\lambda + 2\mu} \rangle - i\omega \langle \hat{k}_{11}^{-1} \rangle^{-1} \langle \rho_L \rangle P_{,1} \\ & + \langle f_1 \rangle = 0, \\ & \langle \mu^{-1} \rangle^{-1} V_{2,11} + \langle \mu V_{2,33} \rangle + \omega^2 \langle \langle \rho \rangle - i\omega \langle \hat{k}_{11} \rho_L^2 \rangle \rangle V_2 + \langle f_2 \rangle = 0, \\ & \langle \mu^{-1} \rangle^{-1} V_{1,13} + \langle (\lambda + 2\mu)^{-1} \rangle^{-1} \langle \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \rangle V_{1,1} + \langle \mu^{-1} \rangle^{-1} V_{3,11} \\ & + \{ \langle (\lambda + 2\mu)^{-1} \rangle^{-1} \langle \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \rangle^2 + \langle ((\lambda + 2\mu)^2 - \lambda^2) / (\lambda + 2\mu) \rangle \} V_{3,33} \}_{,3} \\ & + \omega^2 \langle \langle \rho \rangle - i\omega \langle \hat{k}_{11} \rho_L^2 \rangle \rangle V_3 + i\omega \langle \hat{k}_{11} \rho_L \rangle P_{,3} \\ & + \{ \langle \langle \frac{\alpha_{11} \lambda}{\lambda + 2\mu} \rangle - \langle (\lambda + 2\mu)^{-1} \rangle^{-1} \langle \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \rangle \langle \frac{\alpha_{11}}{\lambda + 2\mu} \rangle - \langle \alpha_{11} \rangle \} P_{,3} \\ & + \langle f_3 \rangle = 0 \\ & - \langle \omega^2 \langle \hat{k}_{11}^{-1} \rangle^{-1} \langle \rho_L \rangle + i\omega \langle (\lambda + 2\mu)^{-1} \rangle^{-1} \langle \frac{\alpha_{11}}{\lambda + 2\mu} \rangle \rangle V_{1,1} + i\omega \langle \langle \frac{\alpha_{11} \lambda}{\lambda + 2\mu} \rangle \rangle \\ & - \langle (\lambda + 2\mu)^{-1} \rangle^{-1} \langle \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \rangle \langle \frac{\alpha_{11}}{\lambda + 2\mu} \rangle - \langle \alpha_{11} \rangle V_{3,3} - \omega^2 \langle \langle \hat{k}_{11} \rho_L \rangle V_3 \rangle_{,3} \\ & + \langle \hat{k}_{11}^{-1} \rangle^{-1} P_{,11} + \langle \hat{k}_{11} \rangle P_{,33} - i\omega \langle \langle \beta \rangle + \langle \frac{\alpha_{11}^2}{\lambda + 2\mu} \rangle \rangle \\ & - \langle (\lambda + 2\mu)^{-1} \rangle^{-1} \langle \frac{\alpha_{11}}{\lambda + 2\mu} \rangle^2 P = 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Với $x_3 < -A$:

$$\begin{cases} (\lambda^{(-)} + 2\mu^{(-)}) V_{1,11} + \mu^{(-)} V_{1,33} + \omega^2 (\rho^{(-)} - i\omega \rho_L^{(-2)} \hat{k}_{11}^{(-)}) V_1 \\ + (\lambda^{(-)} + \mu^{(-)}) V_{3,13} - (\alpha_{11}^{(-)} - i\omega \rho_L^{(-)} \hat{k}_{11}^{(-)}) P_{,1} + f_1^{(-)} = 0, \\ \mu^{(-)} V_{2,11} + \mu^{(-)} V_{2,33} + \omega^2 (\rho^{(-)} - i\omega \rho_L^{(-2)} \hat{k}_{11}^{(-)}) V_2 + f_2^{(-)} = 0 \\ (\lambda^{(-)} + \mu^{(-)}) V_{1,13} + \mu^{(-)} V_{3,11} + (\lambda^{(-)} + 2\mu^{(-)}) V_{3,33} \\ + \omega^2 (\rho^{(-)} - i\omega \rho_L^{(-2)} \hat{k}_{11}^{(-)}) V_3 - (\alpha_{11}^{(-)} - i\omega \rho_L^{(-)} \hat{k}_{11}^{(-)}) P_{,3} + f_3^{(-)} = 0, \\ -(\omega^2 \rho_L^{(-)} \hat{k}_{11}^{(-)} + i\omega \alpha_{11}^{(-)}) V_{1,1} - (\omega^2 \rho_L^{(-)} \hat{k}_{11}^{(-)} + i\omega \alpha_{11}^{(-)}) V_{3,3} \\ + \hat{k}_{11}^{(-)} P_{,11} + \hat{k}_{11}^{(-)} P_{,33} - i\omega \beta^{(-)} P = 0. \end{cases} \quad (19)$$

trong đó V_1, V_2, V_3 và P là các thành phần của vectơ $\mathbf{V}$.

Điều kiện liên tục:

Các đại lượng $V_1, V_2, V_3, P, \sigma_{13}^0, \sigma_{23}^0, \sigma_{33}^0, \hat{w}_3^0$ liên tục trên các đường: $x_3 = -A, x_3 = 0$ trong đó:

$$\begin{aligned} \sigma_{13}^0 &= \langle c_{55}^{-1} \rangle^{-1} (V_{1,3} + V_{3,1}), \quad \sigma_{23}^0 = \langle c_{44} \rangle V_{2,3}, \\ \sigma_{33}^0 &= \langle c_{11}^{-1} \rangle^{-1} \langle \frac{c_{13}}{c_{11}} \rangle V_{1,1} + \langle \langle c_{11}^{-1} \rangle^{-1} \langle \frac{c_{13}}{c_{11}} \rangle^2 \rangle \\ & + \langle (c_{11} c_{33} - c_{13}^2) / c_{11} \rangle V_{3,3} \\ & + \langle \langle \frac{\alpha_{11} c_{13}}{c_{11}} \rangle - \langle c_{11}^{-1} \rangle^{-1} \langle \frac{c_{13}}{c_{11}} \rangle \langle \frac{\alpha_{11}}{c_{11}} \rangle - \langle \alpha_{33} \rangle \rangle P, \\ \hat{w}_3^0 &= -\omega^2 \langle \hat{k}_{33} \rho_L \rangle V_3 + \langle \hat{k}_{33} \rangle P_{,3} \end{aligned} \quad (20)$$

(Xem tiếp trang 67)

4. Kết luận

Như vậy bài báo đã trình bày tổng quan về dữ liệu đặc trưng đất nền, mối liên hệ giữa các kết quả thí nghiệm trong phòng và hiện trường liên hệ với các tham số được sử dụng trong tính toán công trình ngầm chịu tải động đất.

Bài báo cung cấp các biểu thức về các đặc trưng của đất nền là các giá trị tham khảo rất hữu ích trong nghiên cứu cũng như thiết kế tính toán bài toán công trình ngầm./.

Tài liệu tham khảo

1. Duncan J. M. and Chang C. Y. (1970), *Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils*. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, Vol. 96, pp 1629-1653.
2. Kempfert, H. and Gebreselassie, B. (2006), *Excavation and Foundation in Soft Soils*. Springer.
3. Kulhawy F. H., and Mayne, P. W. (1990), *Manual on Estimating Soil Properties for Foundation Design*. EPRI EL-6800 Project 1493-6, Final Report.
4. Peck, R. B., Hanson, W. E., and Thornburn, T. H. (1974), *Foundation Engineering*. 2nd Ed., John Wiley and Sons, New York. 514p.
5. Schmertman, J. H. (1975), *Measurement of In-Situ Shear Strength*. Proceeding. ASCE Specialty Conference on In-Situ Measurement of Soil Properties, Vol. 2, Raleigh, pp. 57-138.
6. Terzaghi, K. and Peck, R. B. (1967), *Soil Mechanics in Engineering Practice*, 2nd Ed., John Wiley and Sons, New York. 729p.
7. PGS. TS. Vương Văn Thành, *Bài giảng cơ học đất*. Trường đại học Kiến trúc Hà Nội

Đào tạo kiến trúc sư trong bối cảnh...

(Tiếp theo trang 21)

cũng như thẩm mỹ của mỗi cá nhân đã có những công cụ hỗ trợ đắc lực. Nhưng như vậy là chưa đủ để tham gia vào cuộc cách mạng 4.0 toàn cầu. Cần phải phát triển có hệ thống,

toàn diện với các triết lý, quan điểm và giải pháp sáng tạo đột phá mới có thể tạo ra một môi trường đào tạo mới – môi trường đào tạo số hóa./.

Tài liệu tham khảo

1. Schwab, Klaus. *The Fourth Industrial Revolution: what it means, how to respond*, World Economic Forum. Retrieved 2017-06-29.
2. Trần Việt Dũng, *Quản trị nhân sự doanh nghiệp ở Việt Nam thời kỳ Cách mạng công nghiệp 4.0*, 2019
3. <http://www.top10onlinecolleges.org/work-skills-2020/>
4. *Canberra Accord on Architecture Education*
5. <https://www.weforum.org/agenda/2016/01/the-10-skills-you-need-to-thrive-in-the-fourth-industrial-revolution/>
6. *Hội thảo quốc tế. Cuộc cách mạng công nghiệp 4.0 và ứng dụng tại các trường đại học, cao đẳng Việt Nam*, 24-25.2.2017, Hutech, TPHCM.
7. *Hội thảo Đào tạo nhân lực chất lượng cao thời kỳ cách mạng công nghiệp 4.0*, Đại học Công nghiệp Hà Nội, 2017.
8. Parag Diwan, *Is Education 4.0 an imperative for success of 4th Industrial Revolution?*, Davos, 2017

Đào tạo kiến trúc sư trong bối cảnh...

(Tiếp theo trang 33)

Nhận xét:

Nếu hai miền Ω_+ , Ω_- giống nhau $\langle \phi \rangle = \phi^{(+)} = \phi^{(-)}$, thì các phương trình (17), (18), (19) trùng nhau.

4. Kết luận

Trong bài báo này, tác giả đã sử dụng phương pháp thuần nhất hóa để thu được các phương trình thuần nhất

hóa dạng hiện đối với biên phân chia độ nhám cao giữa hai miền đàn hồi xoắn đẳng hướng. Các phương trình thuần nhất hóa dạng hiện và các điều kiện liên tục tương ứng được viết cụ thể dưới dạng thành phần. Các phương trình thuần nhất hóa dạng hiện thu được rất thuận tiện để nghiên cứu bài toán phản xạ, khúc xạ của sóng đối với biên phân chia độ nhám cao trong môi trường đàn hồi xoắn đẳng hướng./.

Tài liệu tham khảo

1. Kohler W., Papanicolaou G.C., Varadhan S. (1981), "Boundary and interface problems in regions with very rough boundaries. Multiple Scattering and Waves in Random Media", North-Holland, Amsterdam, pp. 165-197.
2. Nevard J., Keller J.B. (1997), "Homogenization of rough boundaries and interfaces", *SIAM J Appl Math* 57, pp. 1660-1686.
3. Gilbert R., Ou M., (2003) "Acoustic wave propagation in a composite of two different poroelastic materials with a very rough periodic interface: A homogenization approach", *International Journal for Multiscale Computational Engineering* 1, pp. 431-440.
4. Vinh P.C., Tung D.X. (2010), "Homogenized equations of the linear elasticity in two-dimensional domains with very rough interfaces", *Mechanics Research Communications* 37, pp. 285-288.
5. Biot M.A. (1956), "Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range", *J. Acoust. Soc. Am* 28, pp. 168-191.
6. Auriault J.L., (1980), "Dynamic behavior of a porous medium saturated by a Newtonian fluid", *Int J Engng Sci* 18, pp. 775-785.