

Xác định đặc trưng đất nền trong tính toán công trình ngầm chịu tải trọng động đất

Determine soil characteristics in calculating underground structures subjected to earthquake load

Lê Khắc Hưng

Tóm tắt

Trong bài báo này, tôi trình bày về cách xác định các đặc trưng đất nền trong tính toán công trình ngầm chịu tải trọng động đất. Các biểu thức xác định đặc trưng đất nền theo kết quả thí nghiệm và thực nghiệm.

Từ khóa: Đặc trưng đất nền, đặc trưng đất nền ngoài hiện trường, cơ học đất

Abstract

In this paper, I present how to determine the soil characteristics in calculating underground structures subjected to earthquake load. Expressions for determining soil characteristics according to experimental and laboratory results.

Key words: Soil Properties in excavation, In-Situ Measurement of Soil Properties, soil mechanics

1. Mở đầu

Công trình ngầm được đặt hoàn toàn trong nền đất theo dạng điểm hoặc tuyến, phân tích ứng xử giữa kết cấu và đất nền là phức tạp. Đặc biệt với công trình ngầm chịu tải trọng động đất yêu cầu lựa chọn mô hình nền phù hợp với các đặc trưng của đất nền được xác định tương ứng như: Mô đun đàn hồi E , hệ số Poisson ν , mô đun đàn hồi trượt G , mô đun thể tích K , đặc trưng đàn hồi thoát nước và không thoát nước E_u , ν_u , mô đun đàn hồi gia tải/dỡ tải E_{ur} , ν_{ur} và các đặc trưng về cường độ c , ϕ , hệ số giãn nở ψ . Dữ liệu đặc trưng đất nền thu được từ khảo sát địa chất hiện nay không đủ để đánh giá và sử dụng trong tính toán. Hơn nữa, các thiết bị thí nghiệm đặc trưng động học của đất nền còn hạn chế trong điều kiện tại Việt Nam. Do vậy để khắc phục vấn đề này, cần có các mối liên hệ giữa kết quả thí nghiệm thông thường với các tham số được sử dụng trong tính toán. Trong thực tế đối với đất sét, sét pha và cát pha, có thể lấy mẫu nguyên dạng để thí nghiệm. Nhưng đối với đất cát, kết quả thu được chủ yếu là chỉ số SPT cũng đồng thời là giá trị được sử dụng nhiều nhất để xác định các giá trị khác. Bài báo này trình bày mối liên hệ giữa các kết quả thí nghiệm trong phòng và hiện trường liên hệ với các tham số được sử dụng trong tính toán động học của đất nền.

2. Xác định các đặc trưng của đất nền theo kết quả thí nghiệm

2.1. Đặc trưng đàn hồi

Đặc trưng đàn hồi của đất nền là một trong những đặc trưng vật lý quan trọng nhất của bài toán địa kỹ thuật. Nhiều nhà nghiên cứu đã cho thấy rằng mô đun đàn hồi của đất nền có ảnh hưởng lớn nhất đối với ứng xử ứng suất - biến dạng của đất nền trong các bài toán địa kỹ thuật như hố đào sâu, móng. Đặc trưng đàn hồi của đất nền trong phân tích biến dạng gồm bốn hằng số theo lý thuyết đàn hồi có mối liên hệ với nhau bao gồm: mô đun đàn hồi ν , hệ số Poisson ν , mô đun đàn hồi trượt G và mô đun thể tích K . Các đại lượng này liên hệ với nhau theo các biểu thức dưới đây:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (1)$$

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (2)$$

2.1.1. Đặc trưng thoát nước và không thoát nước

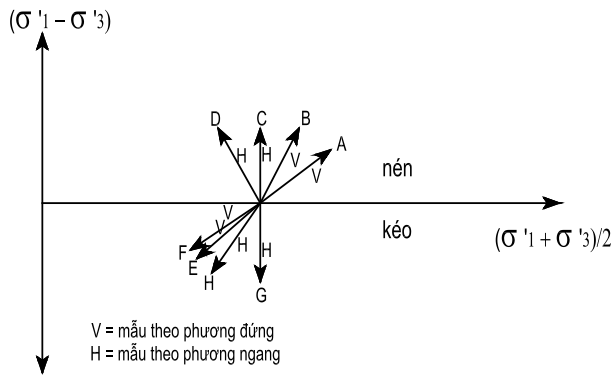
Cần phân biệt trường hợp thoát nước và không thoát nước trong phân tích biến dạng của đất nền. Các đặc trưng đàn hồi là E_u , ν_u hoặc E , ν tương ứng với trường hợp không thoát nước và thoát nước.

Bảng 1: Hệ số n để tính toán hệ số Poisson

Nén				Kéo			
Hướng	n	Đường Ứng Suất	Độ dốc	Hướng	n	Đường Ứng Suất	Độ dốc
Đứng	0.5	OA	1.4	Đứng	0.5	OE	1.4
Đứng	1.0	OB	3.0	Đứng	0.25	OF	1.1
Ngang	1.5	OC	∞	Ngang	1.5	OG	∞
Ngang	3.0	OD	-2.4	Ngang	0.75	OH	-2.0

ThS. Lê Khắc Hưng
Bộ môn Địa kỹ thuật, Khoa Xây dựng
Email: khachung.egn@gmail.com
ĐT: 0982.929.343

Ngày nhận bài: 31/5/2019
Ngày sửa bài: 03/6/2019
Ngày duyệt đăng: 20/12/2022



Hình 1. Đường ứng suất

Đối với đất nền đàn hồi lý tưởng, giá trị của mô đun đàn hồi trượt không bị ảnh hưởng bởi điều kiện thoát nước, vì nước trong đất có độ cứng trượt bằng không nên:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = G_u = \frac{E_u}{2(1+\nu_u)} \quad (3)$$

$$K_u = \frac{d\sigma}{d\varepsilon_v} = \frac{E_u}{3(1-2\nu_u)} \quad (4)$$

Do $d\varepsilon_v=0$ trong trường hợp không thoát nước nên $\nu_u=0,5$. Do đó:

$$\frac{E}{E_u} = \frac{3}{2(1+\nu)} \quad (5)$$

Hệ số Poisson có giá trị trong khoảng 0.12 đến 0.35 (Wroth and Houlsby, 1985) nên:

$$\frac{E}{E_u} \approx 1.11 \rightarrow 1.34 \quad (6)$$

2.1.2. Ảnh hưởng của sự không đẳng hướng đến mô đun đàn hồi

Đất nền cổ kết dưới ứng suất không đẳng hướng dẫn đến độ cứng theo phương đứng và phương ngang khác nhau. Đến sét mềm cổ kết thông thường có độ cứng theo phương đứng lớn hơn theo phương ngang (Parry 1995). Đối với đất sét mềm hình thành gần đây, Parry và Wroth (1981) [8] cho thấy tỷ số giữa mô đun đàn hồi theo phương đứng và mô đun đàn hồi theo phương ngang có giá trị như sau:

$$\frac{E_h}{E_v} = n \cong 0.5 \quad (7)$$

Tuy nhiên, các tác giả trên cũng chỉ ra rằng giá trị của n tương ứng với đường ứng suất khác nhau và hướng của mẫu đất như trong hình 1. Tổ hợp ảnh hưởng của độ cứng theo phương đứng và phương ngang có thể lấy bằng giá trị trung bình (Parry, 1995).

Tương tự như vậy, hệ số Poisson theo phương đứng khác với hệ số Poisson theo phương ngang. Nếu ν_v và ν_h được giả thiết tương ứng là hệ số Poisson theo phương đứng và theo phương ngang thì tổ hợp ảnh hưởng có thể xác định theo (Henken, 1971):

$$\nu = \frac{1}{2} \nu_v (1+n) \quad (8)$$

2.1.3. Mô đun đàn hồi gia tải, dỡ tải

Do đất nền là đàn hồi khi dỡ tải/gia tải nên E_{ur} là mô đun

đàn hồi thực. Mô đun đàn hồi dỡ tải/gia tải liên hệ với mô đun đàn hồi một trục dỡ tải/gia tải như sau:

$$E_{ur} = E_{oed,ur} \frac{(1-2\nu_{ur})(1+\nu_{ur})}{1-\nu_{ur}} \quad (9)$$

trong đó ν_{ur} là hệ số Poisson cho dỡ tải/gia tải.

2.1.4. Xác định mô đun đàn hồi

Theo thí nghiệm nén một trục

Mô đun đàn hồi một trục tiếp tuyến được xác định như sau:

$$E_{oed} = \frac{dp}{d\varepsilon} \quad (10)$$

Biến dạng theo phương đứng của mẫu:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta V}{V} = \frac{(\nu_0 - \nu_1)}{\nu_0} = \frac{(1+e_0) - (1+e_1)}{e_0} = \frac{e_0 - e_1}{1+e_0} \quad (11)$$

Số gia biến dạng khi thể tích mẫu biến đổi từ ν_1 sang ν_2 :

$$d\varepsilon = \frac{(\nu_1 - \nu_2)}{\nu_0} = \frac{(1+e_1) - (1+e_1 + de)}{e_0} = -\frac{de}{1+e_0} \quad (12)$$

Hệ số rỗng của đất nền tại cấp áp lực p theo đường cong nén một trục:

$$e = e_1 - \kappa \ln p \quad (13)$$

Vi phân hệ số rỗng:

$$de = -\frac{\kappa}{p} dp \quad (14)$$

Vi phân biến dạng dọc trục xác định từ biểu thức (12) và (14):

$$d\varepsilon = \frac{\kappa}{p} \frac{dp}{1+e_0} \quad (15)$$

Biến đổi biểu thức (15) về dạng của biểu thức (10):

$$E_{oed} = \frac{p}{\kappa} (1+e_0) \quad (16)$$

Mô đun đàn hồi của đất nền:

$$E = E_{oed} \frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{1-\nu} \quad (17)$$

Khi tính toán theo cấp áp lực rời rạc:

Số gia biến dạng:

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta e}{1+e_0} \quad (18)$$

Biến dạng

$$\varepsilon = \sum \Delta\varepsilon \quad (19)$$

Mô đun đàn hồi một trục:

$$E_{oed} = \frac{\Delta p}{\Delta\varepsilon} = \frac{\Delta p}{\Delta e} (1+e_0) \quad (20)$$

Thí nghiệm nén ba trục

Mô hình Duncan và Chang (Duncan and Chang, 1970) [1]

cho thấy đường cong quan hệ giữa ứng suất và biến dạng có dạng hypecbon trong không gian ứng suất tiếp, $\sigma_1 - \sigma_3$, và biến dạng dọc trục như trong hình 2. Quan hệ hypecbon giữa ứng suất và biến dạng được viết theo công thức sau:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\varepsilon_1}{a + b\varepsilon_1} \quad (21)$$

Trong đó a và b liên hệ với mô đun đàn hồi ban đầu và ứng suất tiếp đỉnh theo công thức sau:

$$E_i = \frac{1}{a}; (\sigma_1 - \sigma_3)_{ult} = \frac{1}{b} \quad (22)$$

Mô đun đàn hồi tiếp tuyến ban đầu phụ thuộc vào áp lực buồng, σ_3 trong thí nghiệm nén ba trục và được tính như sau:

$$E_i = K_L P_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \quad (23)$$

Trong đó E_i là mô đun đàn hồi tiếp tuyến ban đầu phụ thuộc vào áp lực buồng, σ_3 ; K_L là số mô đun gia tải; p_a là áp suất khí quyển; σ_3 là áp lực buồng; và n là số mũ độ cứng kể đến ảnh hưởng của áp lực buồng đến độ cứng tiếp tuyến ban đầu.

Mô đun đàn hồi đỡ tải-gia tải, E_{ur} , được tính toán tương tự như mô đun đàn hồi tiếp tuyến ban đầu, E_i , bằng cách thay số mô đun ban đầu, K_L , bằng số mô đun đỡ tải-gia tải, K_{ur} trong công thức (24). Do đó, mô đun đàn hồi đỡ tải-gia tải, E_{ur} , được tính như sau:

$$E_{ur} = K_{ur} P_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \quad (24)$$

Ứng suất tiếp tới hạn, $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$, liên hệ với ứng suất tiếp phá hoại của mô hình Mohr-Coulomb bằng hệ số phá hoại, R_f . Hệ số phá hoại đối với mỗi thí nghiệm được xác định theo công thức sau:

$$R_f = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}} \quad (25)$$

Trong đó $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ ứng suất lệch khi phá hoại xác định từ quan hệ ứng suất biến dạng của thí nghiệm. Giá trị của R_f thường có giá trị nhỏ hơn 1 và thay đổi từ 0.5 đến 0.9 cho các loại đất.

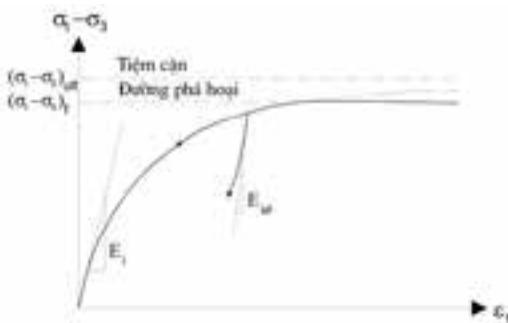
Nếu quan hệ ứng suất biến dạng đo được trong thí nghiệm nén ba trục là đường hypecbon (hình 3), đồ thị chuyển đổi là đường thẳng (hình 4).

2.1.5. Xác định hệ số Poisson

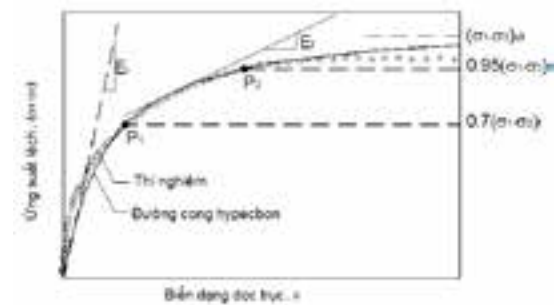
Trường hợp không thoát nước với $\varphi=0$ của đất sét bão hòa, không xuất hiện sự thay đổi thể tích. Vì vậy hệ số Poisson $\nu_u=0$.

Trường hợp thoát nước, thể tích thay đổi, hệ số Poisson ν phụ thuộc vào loại đất và không đổi ứng với đất đó. Giá trị của hệ số Poisson ν cho trong bảng dưới đây đại diện cho giá trị cát tuyến tại các mức ứng suất phù hợp với thực tế thiết kế.

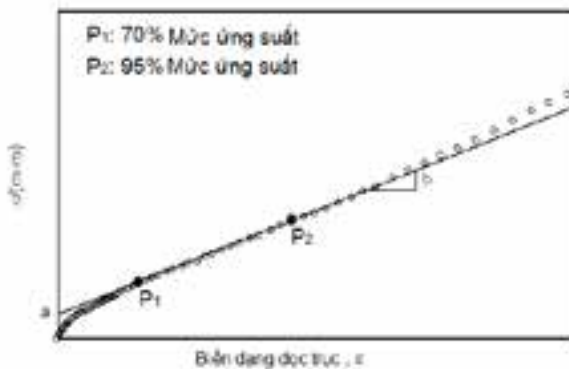
Để thuận tiện cho việc lập chương trình, Trautmann và Kulhawy (1987) xấp xỉ hệ số Poisson bằng biểu thức sau:



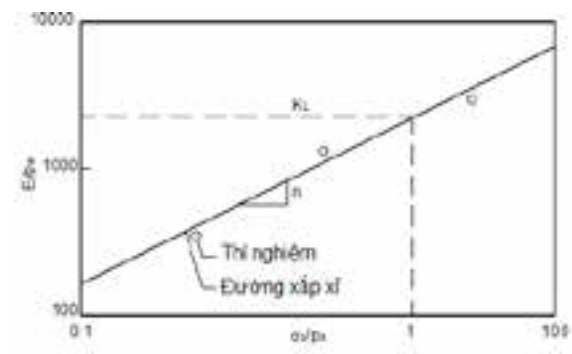
Hình 2. Ứng xử phi tuyến theo hypecbon



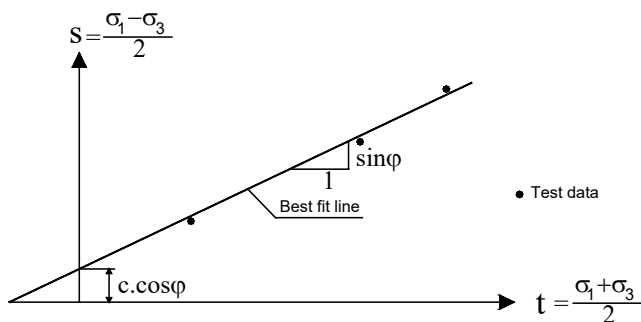
Hình 3. Quan hệ ứng suất biến dạng trong mô hình Hypecbon



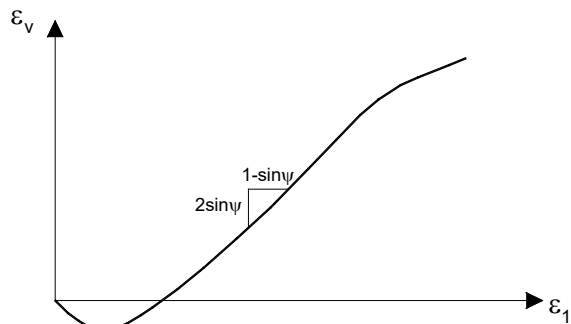
Hình 4. Đường cong ứng suất biến dạng chuyển đổi từ thí nghiệm nén ba trục và xác định mô đun đàn hồi ban đầu và ứng suất lệch tiệm cận



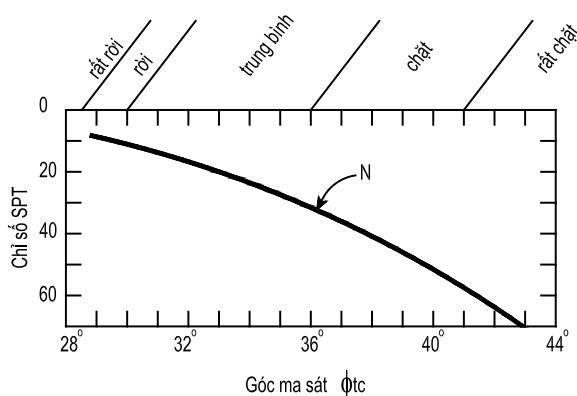
Hình 5. Xác định các tham số của mô hình Hypecbon, K_L và n



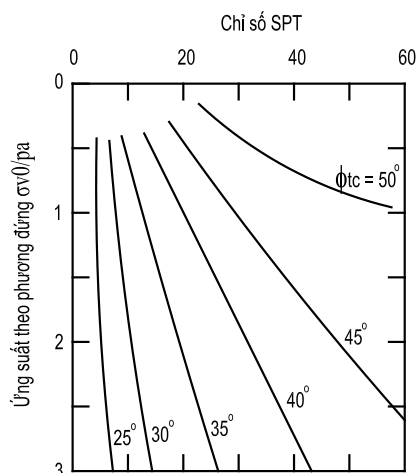
Hình 6. Xác định góc ma sát trong và lực dính đơn vị



Hình 7. Xác định góc giãn nở



Hình 8. Quan hệ chỉ số N_{SPT} , góc ma sát trong và ứng suất (Schmerman, 1975)



$$\nu \approx 0.1 + 0.3\varphi_{rel} \quad (26)$$

trong đó φ_{rel} là góc ma sát trong tương đối:

$$\varphi_{rel} = \frac{\varphi_{tc} - 25^\circ}{45^\circ - 25^\circ} \quad \text{và} \quad 0 \leq \varphi_{rel} \leq 1 \quad (27)$$

Bảng 2. Hệ số Poisson thoát nước

Loại đất	Hệ số Poisson, ν
Đất sét	0.2 - 0.4
Đất cát chặt	0.3 - 0.4
Đất cát rời	0.1 - 0.3

2.2. Đặc trưng cường độ

Đặc trưng cường độ của đất nền bao gồm lực dính đơn vị c và góc ma sát trong φ .

2.2.1. Xác định lực dính đơn vị và góc ma sát trong

Thí nghiệm cắt trực tiếp

Từ các kết quả thí nghiệm cắt trực tiếp mẫu đất, biểu thức Mohr-Coulomb được dùng để xác định đặc trưng cường độ của đất nền như sau:

$$\tau = \sigma \tan \varphi + c \quad (28)$$

Thí nghiệm nén ba trục

Biểu thức Mohr-Coulomb trong thí nghiệm nén ba trục được viết như sau:

$$\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{2} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2} \sin \varphi + c \cos \varphi \quad (29)$$

Từ kết quả thí nghiệm xác định được đường thẳng có phương trình và trình bày trên hình 6:

$$s = t \sin \varphi + c \cos \varphi \quad (30)$$

Độ dốc của đường thẳng này là $\sin \varphi$ và giao của đường thẳng này với trục tung là $c \cos \varphi$. Từ đó xác định được φ và c .

2.2.2. Xác định góc giãn nở

Góc giãn nở không phải là đặc trưng cơ bản của đất nền chịu tải trọng động, tuy nhiên đây là giá trị của mô hình đất nền biến dạng nhỏ. Để xác định góc giãn nở của đất nền thì trong thí nghiệm nén ba trục cần vẽ được quan hệ giữa biến dạng dọc trục và biến dạng thể tích như trên hình 7.

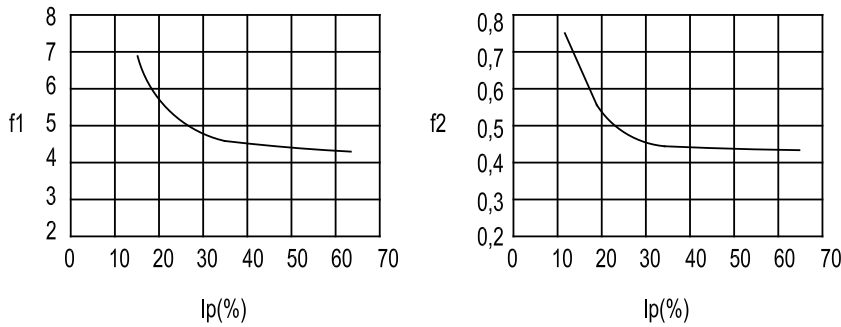
3. Xác định các đặc trưng đất nền theo công thức thực nghiệm

3.1. Xác định φ_{tc} theo chỉ số SPT

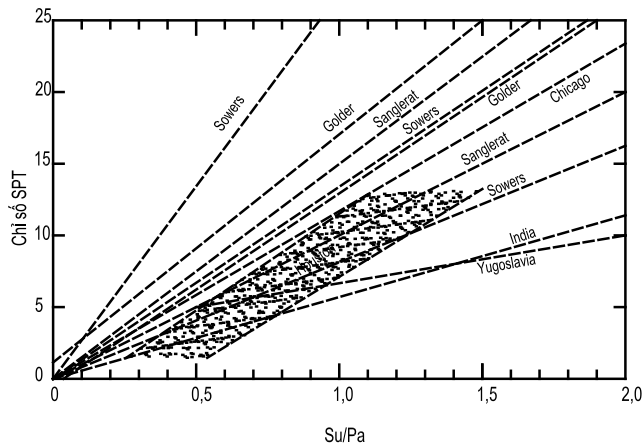
Đối với đất cát, do trong đa số các trường hợp mẫu đất nguyên dạng thường không lấy được nên giá trị được sử dụng rộng rãi là chỉ số SPT. Do đó có nhiều nghiên cứu quan hệ giữa chỉ số SPT với các đặc trưng của đất nền như góc ma sát trong như trình bày trong bảng 3.

Peck và các cộng sự (1974) [4] trình bày mối quan hệ này trong hình 7 và được sử dụng rộng rãi hơn. Đường cong này được chuyển thành biểu thức xấp xỉ như sau:

$$\varphi_{tc} = \arctan \left[-0.00003N^2 + 0.0085N + 0.5 \right] \quad (31)$$



Hình 9. Chỉ số f_1, f_2 phụ thuộc vào chỉ số dẻo IP



Hình 10. Quan hệ giữa chỉ số NSPT và C_u/p_a (Djoenaidi, 1985)

Bảng 3: Quan hệ giữa Chỉ số Nspt và góc ma sát φ_{tc}

Giá trị N	Trạng thái	$\varphi_{tc} (^{\circ})$	
		(a)	(b)
0-4	Rất rời	<28	<30
4-10	Rời	28-30	30-35
10-30	Trung bình	30-36	35-40
30-50	Chặt	36-41	40-45
>50	Rất chặt	>41	>45

a) Peck, Hanson và Thorburn (1974) [4];

b) Meyerhof (1956)

Hình 8 có thể được biểu diễn bằng công thức:

$$\varphi_{tc} = \arctan \left[\frac{N}{12.2 + 20.3 \sigma_{v0}/p_a} \right]^{0.34} \quad (32)$$

3.2. Xác định C_u, E theo chỉ số SPT

C_u có thể liên hệ được với NSPT mặc dù mối liên hệ này thường cho kết quả không chính xác. Độ bền cắt không thoát nước được tính từ thí nghiệm xuyên tiêu chuẩn (SPT) theo Stroud (1974), mô đun E_{oed} và C_u có thể được tính theo công thức:

$$C_u = f_1 \cdot N_{30} \quad [\text{kN/m}^2] \quad (33)$$

$$E_{oed} = 1/m_v = f_2 \cdot N_{30} \quad [\text{MN/m}^2] \quad (34)$$

Theo Terzaghi và Peck, (1967) [6], kết quả sau đây nghiên cứu mối liên hệ trên từ số liệu hiện trường và thí nghiệm nén nở hông:

$$C_u/p_a = 0.06 N \quad (35)$$

Bảng 4. N và C_u/p_a (Terzaghi và Peck, 1967) [12]

Giá trị N	Trạng thái	S_u/p_a
0-2	Rất mềm	<1/8
2-4	Mềm	1/8-1/4
4-8	Trung bình	1/4-1/2
8-15	Cứng	1/2-1
15-30	Rất cứng	1-2
>30	Rắn	>2

Theo Djoenaidi (1985), tỷ số C_u/p_a có thể xấp xỉ theo:

$$C_u/p_a = 0.29N^{0.72} \quad (36)$$

Rất nhiều các mối liên hệ được kiến nghị để xác định tỷ số trên như trình bày trong hình 10. Các đồ thị trong hình 10 cho thấy với loại đất nền khác nhau thì kết quả không thống nhất. Vấn đề này là do số SPT không được xác định ở cùng một mức năng lượng, độ nhạy của đất sét cũng ảnh hưởng rất lớn đến chỉ số SPT. Ví dụ như quá trình đóng SPT dẫn đến áp lực nước lỗ rỗng dư tăng lên dẫn đến giảm ứng suất hiệu quả trong mẫu, do đó thu được chỉ số SPT thấp hơn.

Mối quan hệ giữa E_u và C_u được trình bày trong bảng 5 (Kemfert và Gebreselassie, 2006) [2]. Trong thực hành tính toán thường giả thiết rằng mô đun đàn hồi không thoát nước, đồng thời hai giá trị này cũng thường biến đổi tỷ lệ thuận với độ sâu.

Bảng 5. Mối quan hệ giữa E_u và C_u [2]

Dạng phương trình	Khu vực áp dụng
$E_{u,i} = 200 \cdot c_u$	Đất sét vịnh San Francisco
$E_{u,i} = (600 - 1200) \cdot c_u$	Đất sét vịnh San Francisco
$E_{u,i} = 280 \cdot c_u$	Đất sét Atchafalya CH
$E_{u,i} = 420 \cdot c_u$	Đất sét AGS CH
$E_{u,i} = 600 \cdot c_u$	Đất sét hữu cơ CH-OH
$E_{u,i} = 670 \cdot c_u$	Đất sét Bangkok CH
$E_{u,i} = 820 \cdot c_u$	Đất sét Boston CL
$E_{u,i} = 280 \cdot c_u$	Không rõ
$E_{u,i} = (250 - 500) \cdot c_u$	Đất sét Norwegian cổ kết

4. Kết luận

Như vậy bài báo đã trình bày tổng quan về dữ liệu đặc trưng đất nền, mối liên hệ giữa các kết quả thí nghiệm trong phòng và hiện trường liên hệ với các tham số được sử dụng trong tính toán công trình ngầm chịu tải động đất.

Bài báo cung cấp các biểu thức về các đặc trưng của đất nền là các giá trị tham khảo rất hữu ích trong nghiên cứu cũng như thiết kế tính toán bài toán công trình ngầm./.

Tài liệu tham khảo

1. Duncan J. M. and Chang C. Y. (1970), *Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, Vol. 96, pp 1629-1653.*
2. Kempfert, H. and Gebreselassie, B. (2006), *Excavation and Foundation in Soft Soils. Springer.*
3. Kulhawy F. H., and Mayne, P. W. (1990), *Manual on Estimating Soil Properties for Foundation Design. EPRI EL-6800 Project 1493-6, Final Report.*
4. Peck, R. B., Hanson, W. E., and Thornburn, T. H. (1974), *Foundation Engineering. 2nd Ed., John Wiley and Sons, New York. 514p.*
5. Schmertman, J. H. (1975), *Measurement of In-Situ Shear Strength. Proceeding. ASCE Specialty Conference on In-Situ Measurement of Soil Properties, Vol. 2, Raleigh, pp. 57-138.*
6. Terzaghi, K. and Peck, R. B. (1967), *Soil Mechanics in Engineering Practice, 2nd Ed., John Wiley and Sons, New York. 729p.*
7. PGS. TS. Vương Văn Thành, *Bài giảng cơ học đất. Trường đại học Kiến trúc Hà Nội*

Đào tạo kiến trúc sư trong bối cảnh...

(Tiếp theo trang 21)

cũng như thẩm mỹ của mỗi cá nhân đã có những công cụ hỗ trợ đắc lực. Nhưng như vậy là chưa đủ để tham gia vào cuộc cách mạng 4.0 toàn cầu. Cần phải phát triển có hệ thống,

toàn diện với các triết lý, quan điểm và giải pháp sáng tạo đột phá mới có thể tạo ra một môi trường đào tạo mới – môi trường đào tạo số hóa./.

Tài liệu tham khảo

1. Schwab, Klaus. *The Fourth Industrial Revolution: what it means, how to respond, World Economic Forum. Retrieved 2017-06-29.*
2. Trần Việt Dũng, *Quản trị nhân sự doanh nghiệp ở Việt Nam thời kỳ Cách mạng công nghiệp 4.0, 2019*
3. <http://www.top10onlinecolleges.org/work-skills-2020/>
4. *Canberra Accord on Architecture Education*
5. <https://www.weforum.org/agenda/2016/01/the-10-skills-you-need-to-thrive-in-the-fourth-industrial-revolution/>
6. *Hội thảo quốc tế. Cuộc cách mạng công nghiệp 4.0 và ứng dụng tại các trường đại học, cao đẳng Việt Nam, 24-25.2.2017, Hutech, TPHCM.*
7. *Hội thảo Đào tạo nhân lực chất lượng cao thời kỳ cách mạng công nghiệp 4.0, Đại học Công nghiệp Hà Nội, 2017.*
8. *Parag Diwan, Is Education 4.0 an imperative for success of 4th Industrial Revolution?, Davos, 2017*

Đào tạo kiến trúc sư trong bối cảnh...

(Tiếp theo trang 33)

Nhận xét:

Nếu hai miền Ω_+ , Ω_- giống nhau $\langle \phi \rangle = \phi^{(+)} = \phi^{(-)}$, thì các phương trình (17), (18), (19) trùng nhau.

4. Kết luận

Trong bài báo này, tác giả đã sử dụng phương pháp thuần nhất hóa để thu được các phương trình thuần nhất

hóa dạng hiện đối với biên phân chia độ nhám cao giữa hai miền đàn hồi xoắn đẳng hướng. Các phương trình thuần nhất hóa dạng hiện và các điều kiện liên tục tương ứng được viết cụ thể dưới dạng thành phần. Các phương trình thuần nhất hóa dạng hiện thu được rất thuận tiện để nghiên cứu bài toán phản xạ, khúc xạ của sóng đối với biên phân chia độ nhám cao trong môi trường đàn hồi xoắn đẳng hướng./.

Tài liệu tham khảo

1. Kohler W., Papanicolaou G.C., Varadhan S. (1981), "Boundary and interface problems in regions with very rough boundaries. Multiple Scattering and Waves in Random Media", North-Holland, Amsterdam, pp. 165-197.
2. Nevard J., Keller J.B. (1997), "Homogenization of rough boundaries and interfaces", *SIAM J Appl Math* 57, pp. 1660-1686.
3. Gilbert R., Ou M., (2003) "Acoustic wave propagation in a composite of two different poroelastic materials with a very rough periodic interface: A homogenization approach", *International Journal for Multiscale Computational Engineering* 1, pp. 431-440.
4. Vinh P.C., Tung D.X. (2010), "Homogenized equations of the linear elasticity in two-dimensional domains with very rough interfaces", *Mechanics Research Communications* 37, pp. 285-288.
5. Biot M.A. (1956), "Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range", *J. Acoust. Soc. Am* 28, pp. 168-191.
6. Auriault J.L., (1980), "Dynamic behavior of a porous medium saturated by a Newtonian fluid", *Int J Engng Sci* 18, pp. 775-785.