TẠP CHÍ KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ Tập 47, số 2, 2009 Tr. 125-132

HỆ TỰ DAO ĐỘNG CHỊU KÍCH ĐỘNG THÔNG SỐ CỦA CẦN KHOAN

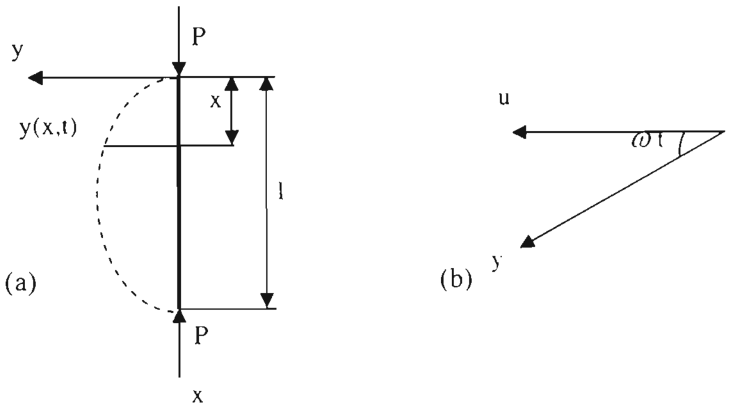
HOÀNG VĂN ĐA, TRẦN ĐÌNH SƠN

1. MỞ ĐẦU

Trong [2] tác giả đã nghiên cứu dao động phi tuyến của cần khoan thăm dò và dao động thông số của cần khoan. Đồng thời khảo sát sự ổn định của nghiệm dừng. Kết quả cho thấy rằng các thông số của cần khoan như chiều dài, lực nén, tốc độ quay của cần khoan không thể tuỳ ý mà chúng có quan hệ mật thiết với nhau để đảm bảo cần khoan chuyển động ổn định.

Trong bài báo này các tác giả sẽ nghiên cứu dao động tự chấn của cần khoan chịu kích động thông số bằng phương pháp trung bình.

2. ĐẶT BÀI TOÁN VÀ PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG



Hình 1.

Theo [3] cần khoan được xem như một thanh đồng nhất dài l. (hình 1a) độ cứng chống uốn EI, E là môđun đàn hồi, $I = \iint_F y^2 df$. EI = const.

F là diện tích mặt cắt ngang của cần khoan.

Cần khoan lại quay đều quanh trục của nó với vận tốc góc ω.

Thực tế thì ω = 18,3 rad/s ÷ 30 rad/s, (hình 1b), đối với loại khoan thăm dò [4], cần khoan còn chịu lực nén dọc theo trục P = const, thực tế P = 500 ÷ 800 KN.

Để phù hợp với thực tế hơn theo [4] thì lực P được xác định bằng biểu thức sau:

$$P = P_0 + \varepsilon c \cos \gamma t, \tag{2.1}$$

trong đó P_0 , c, γ là các hằng số dương, ε là tham số bé. Để đơn giản ta giả sử rằng đầu trên và đầu dưới của cần khoan đều chịu liên kết bản lề trụ. Ngoài ra giả sử rằng cần khoan chịu tác dụng của lực tự dao động có phương vuông góc với cần khoan với mật độ như sau

$$q = \varepsilon\left[\left(1-\lambda y^2\right)\frac{\partial y}{\partial t}\right], \tag{2.2}$$

trong đó λ là hằng số, ρ là khối lượng riêng trong phương trình dưới đây. phương trình mô tả dao động ngang của cần khoan có dạng [2],

$$EI\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + P_0\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \rho F\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \rho F\omega^2 y = \varepsilon\left[\left(1-\lambda y^2\right)\frac{\partial y}{\partial t} - c\cos\gamma t\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right] = \varepsilon f\,. \tag{2.3}$$

Hàm y = y (x, t) với điều kiện biên đã nói ở trên cần thoả mãn các điều kiện biên sau

$$\begin{aligned} y\big|_{x=0} &= 0, \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\Big|_{x=0} = 0, \\ y\big|_{x=l} &= 0, \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\Big|_{x=l} = 0. \end{aligned} \tag{2.4}$$

3. XÂY DỰNG NGHIỆM BẰNG PHƯƠNG PHÁP TRUNG BÌNH

Chúng ta sẽ tìm nghiệm của bài toán biên (2.3), (2.4) bằng phương pháp trung bình. Trong xấp xỉ thứ nhất, nghiệm riêng của phương trình (2.3) với điều kiện biên (2.4), tìm trong dạng sau

$$y_K(x, t) = S_K(t)\sin\frac{K\pi x}{l}\,. \tag{3.1}$$

Thế (3.1) vào phương trình (2.3) rồi áp dụng phương pháp GalekinBubnov chúng ta có:

$$\ddot{S}_K + \Omega_K^2 S_K = \frac{\varepsilon}{m}\left[\left(1-\frac{3}{4}\lambda S_K^2\right)\dot{S}_K + c\cos\gamma t\left(\frac{K\pi}{l}\right)^2 S_K\right]. \tag{3.2}$$

trong đó:

$$\Omega_K^2 = \left[\frac{EI\left(\frac{K\pi}{l}\right)^4 - P_0\left(\frac{K\pi}{l}\right)^2 - \rho F\omega^2}{m}\right]. \tag{3.3}$$

Hoặc có thể viết:

$$\Omega_k^2 = \frac{\left[\left(\frac{K\pi}{l}\right)^2\left(P_k - P_0\right) - m\omega^2\right]}{m}, \tag{3.4}$$

$$P_K = EI\left(\frac{K\pi}{l}\right)^2, \quad m = \rho F\,.$$

Khi ε = 0, từ (3.2) phương trình suy biến có dạng

$$\ddot{S}_K + \Omega_K^2 S_K = 0, \tag{3.5}$$

mô tả dao động tự do của cơ hệ được xác định bằng các điều kiện đầu. Bây giờ ta khảo sát đại lượng Ω_K^2 có các khả năng xảy ra như sau:

$$\text{* Nếu } \Omega_K^2 < 0 \to \omega^2 > \frac{\left[\left(\frac{K\pi}{l}\right)^2 (P_K - P_0)\right]}{m}, \tag{3.6}$$

khi đó hàm số $S_K(t)$ tăng theo quy luật của hàm số mũ, chuyển động của cần khoan không ổn định, do đó tốc độ quay của cần khoan ω không được quá lớn để bất đẳng thức (3.6) không được thực hiện.

$$\text{* Nếu} \qquad \Omega_K^2 = 0 \to \omega^2 = \frac{\left[\left(\frac{K\pi}{l}\right)^2 (P_K - P_0)\right]}{m}, \tag{3.7}$$

khi đó $S_K(t)$ có dạng

$$S_K(t) = \dot{S}_K(0)t + S_K(0), \tag{3.8}$$

$\dot{S}_K(0)$, $S_K(0)$ là vận tốc và dịch chuyển ban đầu của các điểm trên trục cần khoan theo phương ngang, cần khoan không ổn định.

$$\text{* Nếu} \qquad \Omega_K^2 > 0 \to \omega^2 < \frac{\left[\left(\frac{K\pi}{l}\right)^2 (P_K - P_0)\right]}{m}, \tag{3.9}$$

khi đó hiện tượng dao động ngang của cần khoan xảy ra $\forall_K$, Ω_K quan trọng nhất khi K = 1 với Ω_1 để đơn giản ta gọi là Ω bỏ chỉ số "1".

Qua (3.6), (3.7), (3.9) dễ dàng nhân thấy rằng các thông số của cần khoan như mômen chống uốn EI, chiều dài l, lực nén P_0 và nhất là tần số góc Ω có quan hệ mật thiết đối với nhau không thể tuỳ ý lựa chọn vì chúng ảnh hưởng đến độ ổn dịnh của cần khoan.

Giả sử rằng hệ suy biến (3.5), bất đẳng thức (3.9) được thoả mãn thì tồn tại dao động tuần hoàn với tần số Ω_K, quan trọng nhất khi k = 1, với tần số Ω:

$$\Omega^2 = \frac{\left[\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 (P_1 - P_0) - m\omega^2\right]}{m}, \tag{3.10}$$

$$P_1 = EI\frac{\pi^2}{l^2};$$

và không có hiện tượng nội cộng hưởng với tần số Ω, tức là:

$$(\Omega_K - m\Omega) \neq 0 \quad (k, m = 1, 2, \ldots). \tag{3.11}$$

Khi đó, nghiệm riêng của bài toán biên (2.3), (2.4) trong xấp xỉ thứ nhất, tìm dưới dạng

$$y(x,t) = S(t)\sin\frac{\pi x}{l} \ . \tag{3.12}$$

S = S(t) được xác định từ phương trình vi phân phi tuyến yếu sau:

$$\ddot{S} + \Omega^2 S = \varepsilon\left\{\left(1 - \frac{3}{4}\lambda S^2\right)\dot{S} + c\frac{\pi^2}{l^2}\cos\gamma t S\right\}. \tag{3.13}$$

Ta sẽ nghiên cứu dao động thứ điều hoà khi tần số dao động riêng Ω và tần số γ đặc trưng cho sự thay đổi thông số của hệ có mối quan hệ sau:

$$\Omega^2 = \frac{1}{4}\gamma^2 + \varepsilon\Delta \ . \tag{3.14}$$

Bây giờ ta giải phương trình (3.13) bằng phương pháp trung bình hoá. Thực hiện phép thế biến số sau đây để đưa phương trình (3.13) về dạng chuẩn tắc

$$S = a\cos\left(\frac{1}{2}\gamma t + \psi\right) = a\cos\theta \ ; \tag{3.15}$$

$$\dot{S} = -\frac{1}{2}a\gamma\sin\left(\frac{1}{2}\gamma t + \psi\right) = -\frac{1}{2}a\gamma\sin\theta \ ; \tag{3.16}$$

$$\theta = \left(\frac{1}{2}\gamma t + \psi\right). \tag{3.17}$$

Từ (3.16) ta có

$$\ddot{S} = -\frac{1}{2}\dot{a}\gamma\sin\theta - \frac{1}{2}a\gamma\cos\theta\dot{\theta} \ . \tag{3.18}$$

Thế (3.15), (3.16)và (3.18) vào phương trõnh (3.13), chýng ta nhận được:

$$\frac{1}{2}\gamma\sin\theta\dot{a} + \frac{1}{2}a\gamma\cos\theta\dot{\theta} = \Omega_1^2 a\cos\theta + \varepsilon\left\{\left(1 - \frac{3}{4}\lambda a^2\cos^2\theta\right)\left(\frac{1}{2}a\gamma\sin\theta\right) - c\frac{\pi^2}{l^2}\cos\gamma t a\cos s\theta\right\}. \tag{3.19}$$

Và từ (3.15), (3.16) dễ dàng suy ra

$$\cos\theta\dot{a} - a\sin\theta\dot{\theta} = -\frac{a}{2}\gamma\sin\theta \ . \tag{3.20}$$

Đặt: $$F_1 = \varepsilon\left[\left(1 - \frac{3}{4}\lambda a^2\cos^2\theta\right)\frac{a}{2}\gamma\sin\theta - c\frac{\pi^2}{l^2}\cos\gamma t a\cos\theta\right], \tag{3.21}$$

và từ hệ phương trình(3.19), (3.20) đối với $\dot{a}$, $\dot{\theta}$, sau một loạt các phép tính đơn giản ta giải ra được đối với $\dot{a}$, $\dot{\theta}$ như sau.

$$\frac{\gamma}{2}\dot{a} = \frac{a}{2}\left(\Omega^2 - \frac{\gamma^2}{4}\right)\sin 2\theta + F_1 \sin\theta,$$

$$a\frac{\gamma}{2}\dot{\theta} = a\frac{\gamma^2}{4}\sin^2\theta + a\Omega^2\cos^2\theta + F_1\cos\theta. \quad (3.22)$$

Bây giờ ta biến đổi hệ phương trình trên để đưa về dạng chuẩn tắc đối $\dot{a}$, $\dot{\psi}$. Từ mối quan hệ (3.14), (3.17) chỳng ta suy ra.

$$\left(\Omega^2 - \frac{\gamma^2}{4}\right) = \varepsilon\Delta,$$

$$\dot{\theta} = \frac{\gamma}{2} + \dot{\psi}. \quad (3.23)$$

Thế (3.23) vào (3.22) chúng ta nhận được

$$\frac{\gamma}{2}\dot{a} = \frac{a}{2}\left(\Omega^2 - \frac{\gamma^2}{4}\right)\sin 2\theta + F_1 \sin\theta,$$

$$a\frac{\gamma^2}{4} + a\frac{\gamma}{2}\dot{\psi} = \frac{a\gamma^2}{4} + \varepsilon a\Delta\cos^2\theta + F_1\cos\theta.$$

Hoặc là:

$$\frac{\gamma}{2}\dot{a} = \varepsilon a\Delta\cos\theta\sin\theta + F_1\sin\theta.$$

$$a\frac{\gamma}{2}\dot{\psi} = \varepsilon a\Delta\cos^2\theta + F_1\cos\theta. \quad (3.24)$$

Thế F_1 từ (3.21) vào (3.24) ta nhận được hệ phương trình đối với $\dot{a}$, $\dot{\psi}$ như sau:

$$\frac{\gamma}{2}\dot{a} = \varepsilon\left[-c\frac{\pi^2}{l^2}\cos\gamma t a\cos\theta + \left(1 - \frac{3}{4}\lambda a^2\cos^2\theta\right)\frac{a}{2}\sin\theta + \Delta a\cos\theta\right]\sin\theta = F\sin\theta,$$

$$a\frac{\gamma}{2}\dot{\psi} = \varepsilon\left[-c\frac{\pi^2}{l^2}\cos\gamma t a\cos\theta + \left(1\frac{3}{4}\lambda a^2\cos^2\theta\right)\frac{a}{2}\gamma\sin\theta + \Delta a\cos\theta\right]\cos\theta = F\cos\theta. \quad (3.25)$$

Bây giờ ta phải trung bình hoá vế phải của hệ,(3.25) nghĩa là phải tính

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} F\sin\theta dt, \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} F\cos\theta dt. \quad (3.26)$$

Sau một loạt các phép tính biến đổi và tính toán đơn giản ta nhận được hệ phương trình sau đây, sau khi đã trung bình hoá, đối với $\dot{a}$, $\dot{\psi}$:

$$\frac{\gamma}{2}\dot{a} = \varepsilon\frac{a}{4}\left[\left(1 - \frac{\lambda a^2}{16}\right)\gamma - \frac{c\pi^2}{l^2}\sin 2\psi\right].$$

$$\frac{\gamma}{2}a\dot{\psi}=\frac{a}{4}\left[2\left(\Omega^2-\frac{\gamma^2}{4}\right)-\varepsilon\frac{c\pi^2}{l^2}\cos 2\psi\right]. \tag{3.27}$$

Bây giờ ta xét trường hợp dao động dừng a = a_0, $\psi=\psi_0$ suy ra $\dot{a}_0=0,\dot{\psi}_0=0$.Từ hệ phương trình (3.27) ta suy ra hệ phương trình xác định a_0,ψ_0 như sau

$$\begin{aligned}&\frac{1}{4}\varepsilon a_0\left[\left(1-\lambda\frac{a_0^{\ 2}}{16}\right)\gamma-\frac{\pi^2}{l^2}c\sin 2\psi_0\right]=0,\\&\frac{1}{4}a_0\left[2\left(\Omega^2-\frac{\gamma^2}{4}\right)-\varepsilon c\frac{\pi^2}{l^2}\cos 2\psi_0\right]=0.\end{aligned} \tag{3.28}$$

Dễ dàng nhận thấy rằng nghiệm dừng có biên độ $a_0 = 0$, thì ψ_0 tuỳ ý,hệ phương trình (3.28) tự thoả mãn.

Xét trường hợp $a_0 \neq 0$, ta có:

$$\begin{aligned}&\left(1-\frac{\lambda a_0^{\ 2}}{16}\right)\gamma=\frac{c\pi^2}{l^2}\sin 2\psi_0,\\&\cos 2\psi_0=\frac{2l^2}{\varepsilon c\pi^2}\left(\Omega^2-\frac{\gamma^2}{4}\right).\end{aligned} \tag{3.29}$$

Từ đó ta có
$$\cos^2 2\psi_0=\frac{4l^4}{\varepsilon^2c^2\pi^2}\left(\Omega^2-\frac{\gamma^2}{4}\right)^2, \tag{3.30}$$

$$\frac{\lambda a_0^{\ 2}}{16}=1-\frac{c\pi^2}{\gamma l^2}\sin 2\psi_0, \tag{3.31}$$

$$\to\frac{\lambda a_0^{\ 2}}{16}=1\pm\frac{c\pi^2}{\gamma l^2}\sqrt{1-\frac{4l^4}{\varepsilon^2c^2\pi^4}\left(\Omega^2-\frac{\gamma^2}{4}\right)^2}\ , \tag{3.32}$$

$$\to\frac{\lambda a_0^{\ 2}}{16}=1\pm\sqrt{\frac{c^2\pi^4}{\gamma^2l^4}-\frac{4}{\varepsilon^2\gamma^2}\left(\Omega^2-\frac{\gamma^2}{4}\right)^2}\ . \tag{3.33}$$

Chúng ta đặt:

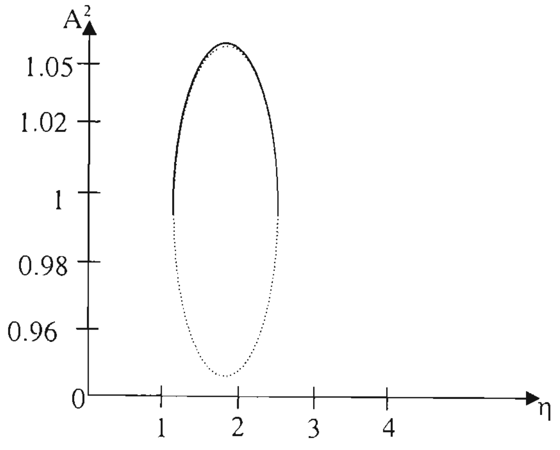
$$A^2{}_0=\frac{\lambda a_0^{\ 2}}{16},\quad C=\frac{c^2\pi^4}{l^4\Omega^2},\quad B=\frac{4\Omega^2}{\varepsilon^2},\quad \eta=\frac{\gamma}{\Omega};$$

Thế vào (3.33) ta có

$$A_0^{\ 2}=1\pm\sqrt{\frac{C^2}{\eta^2}-\frac{B^2}{\eta^2}\left(1-\frac{\eta^2}{4}\right)^2}\ , \tag{3.34}$$

$$A_0^{\,2} = 1 \pm \frac{1}{\eta}\sqrt{C^2 - B^2\left(1 - \frac{\eta^2}{4}\right)^2} \,. \tag{3.35}$$

Phương trình (3.35) là phương trình đường cong cộng hưởng biên độ tần số. Đồ thị của nú được mụ tả trờn (hỡnh 2) với cỏc số liệu định tớnh như sau: B =0,2; C=0,1.



Hình 2. Đường cong biên độ tần số.

Dễ dàng nhận thấy rằng đồ thị này khác với các đồ thị mà chúng ta dó biết trước đó

Từ (3.27) dễ dàng thấy rằng nếu $\lambda = 0$ thì trở thành hệ dao động thông số đã được xét [2].

4. KẾT LUẬN

Phương trình chuyển động ngang của cần khoan khi chịu tác động thông số và tự dao động đã được thành lập.

Trong xấp xỉ thứ nhất nghiệm của nó đã được xây dựng bằng phương pháp trung bình.

Mối quan hệ các thông số của cần khoan như EI, l, P_0, ω đã được khảo sát để cần khoan làm việc ổn định.

Phương trình đường cong cộng hưởng đó được xây dựng. Mối quan hệ của biên độ và tần số đó được mô tả trên đồ thị (hình 2).

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nguyễn Văn Đạo - Những phương pháp cơ bản của lý thuyết dao động phi tuyến, Nhà xuất bản Đại học và Trung học chuyên nghiệp, Hà Nội, 1971.
2. Hoàng Văn Đa - Dao động thông số của cần khoan, Tạp chí Khoa học và Công nghệ. **42** (4) (2004) 89-96.
3. E. Saroyan - Thiết kế cần khoan. Nhà xuất bản Hegpa, Matxcơva , 1971 (tiếng Nga).
4. Hoàng Văn Đa và các tác giả - Về bài toán dao động cần khoan, Tạp chí Khoa học và Công nghệ **35** (4) (1997) 35-41.

SUMMARY

A SELF _ OSCILLATORY SYSTEM UNDER PARAMETRIC EXCITATION OF DRILLING CRANE

In this work, the authors have investigated the nonlinear oscillation of the self _ oscillation system under parametric excitation of drilling crane. Its motion is loaded by the periodic longitudial force and the self _ oscillatory force.

The equation of motion for the system examined, was set up the partial solution of this problem has been found by the average method.

The relation of parameters is plotted in Fig 2.

From the gotten results, it is easy seen that, the parameters of the drilling crane such as length l, F _ erea of cross setion, ρ _ specific mass, EI _ bending resistant moment, P _ they are not arbitrarily.

The ralation of amplitude and frequancy is examined.

Địa chỉ:

Trường Đại học Mỏ - Địa chất.

Nhận bài ngày 12 tháng 5 năm 2008