

MÔ HÌNH HÓA VIỆC GIẢI BÀI TOÁN NGƯỢC HAI CHIỀU XÁC ĐỊNH ĐỘ SÂU CỦA MÓNG TỪ

ĐỖ ĐỨC THANH

I. GIỚI THIỆU CHUNG

Việc giải bài toán ngược trong thăm dò địa vật lý nói chung, trong thăm dò từ nói riêng, nhằm xác định các thông số của nguồn là một vấn đề luôn được các nhà địa vật lý trên thế giới cũng như ở trong nước quan tâm. Những nguyên lý chung của việc giải bài toán ngược phi tuyến này đã được đưa ra bởi Al-Chalabi (1970,1971,1972) và gần đây nhất theo hướng này, I.V. Radhakrishna Murthy và P. Rama Rao (1993) đã đưa ra thuật toán để có thể xác định được các tọa độ đỉnh của vật thể gây dị thường từ có tiết diện ngang là đa giác bất kỳ trong trường hợp bài toán hai chiều mà trong đó phép tính đạo hàm riêng theo các biến số đã được thay thế chính bằng việc tính dị thường từ của đa giác nên đã tránh được tính không ổn định của việc tính các đạo hàm số.

Trong phạm vi bài báo này, việc vận dụng thuật toán nói trên để xác định độ sâu của móng từ, một vấn đề quan trọng trong lĩnh vực nghiên cứu cấu trúc sâu vỏ trái đất, đã được tác giả nghiên cứu và tính toán thử nghiệm trên các mô hình số. Các kết quả tính toán thu được về độ chính xác, tốc độ hội tụ cũng như tính hiện thực của việc chi phí thời gian xử lý trên máy tính cho thấy khả năng áp dụng của phương pháp

II. CƠ SỞ LÝ THUYẾT

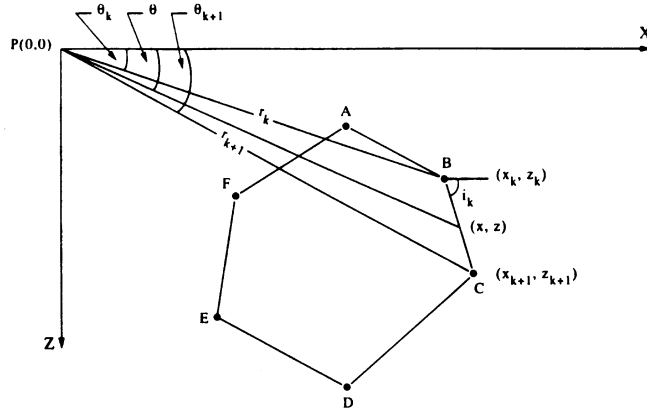
1. Dị thường từ của vật thể hai chiều có tiết diện ngang bất kỳ

Như ta biết, dạng của một dị thường trọng lực phụ thuộc chỉ vào hình dạng và sự phân bố mật độ khối lượng $\rho(x, y, z)$ của vật gây dị thường, trong khi với các dị thường từ thì vấn đề trở nên phức tạp hơn, nó phụ thuộc không chỉ vào phân bố từ hóa $M(x, y, z)$ mà còn phụ thuộc vào hướng từ hóa và vào hướng của trường khu vực. Đối với dị thường từ toàn phần thì dĩ nhiên, thành phần đo được song song với trường từ khu vực.

Xét trường hợp từ hóa cảm ứng và giả sử rằng $\Delta F(x)$ là dị thường từ đo được dọc theo tuyến nằm phía trên, vuông góc với phương kéo dài của một vật thể hai chiều có tiết diện ngang bất kỳ được xấp xỉ bởi một đa giác N cạnh. Chọn trục y song song với phương kéo dài của vật thể, trục x hướng theo tuyến quan sát còn trục z hướng xuống dưới. Theo I.V. Radhakrishna Murthy và P. Rama Rao [5], ta có

$$\Delta F(0) = 2J' \sqrt{1 - (\cos^2 \phi \cos^2 D_m)} \sum_{k=1}^N S_k [(C_k \cos(\phi' - D'_m) + S_k \sin(\phi' - D'_m))(\theta_{k+1} - \theta_k) + (C_k \sin(\phi' - D'_m) - S_k \cos(\phi' - D'_m)) \ln(\frac{r_{k+1}}{r_k})] \quad (1)$$

trong đó: N là số cạnh của đa giác; α là phương vị từ của tuyến đo.



Hình 1. Vật thể gây dị thường từ có tiết diện ngang là đa giác bất kì

ϕ là góc nghiêng của vector từ hoá; J là độ từ hóa của vật thể; J' là độ từ hóa hiệu dụng, được xác định như sau

$$J' = J \sqrt{1 - (\cos^2 \phi \sin^2 \alpha)} = KF \sqrt{1 - (\cos^2 \phi \sin^2 \alpha)},$$

với K, F tương ứng là độ cảm từ dư của vật thể và cường độ của trường cảm ứng, còn ϕ' là góc nghiêng hiệu dụng của vector từ hóa của vật thể, nó được xác bởi $\phi' = \arctan\left(\frac{\tan \phi}{\cos \alpha}\right)$,

$$D_m \text{ là hướng đo với: } \begin{cases} 0 \text{ cho dị thường từ nằm ngang.} \\ \phi \text{ cho dị thường từ toàn phần} \\ \pi/2 \text{ cho dị thường từ thẳng đứng.} \end{cases}$$

$$D'_m \text{ được xác định bởi: } D'_m = \arctan\left(\frac{\cos \alpha}{\tan D_m}\right),$$

$$S_k = \sin i_k = \frac{z_{k+1} - z_k}{r_k}; \quad C_k = \cos i_k = \frac{x_{k+1} - x_k}{r_k}$$

còn $S_k, C_k, \theta_k, \theta_{k+1}, r_{k+1}$ là các đại lượng đã được chỉ ra trong hình 1.

Như vậy, theo công thức (1) ta sẽ tính được dị thường từ của vật thể có tiết diện ngang là đa giác bất kì. Như trên đã nói, bằng cách cho D_m nhận các giá trị khác nhau ta sẽ nhận được các thành phần khác nhau của dị thường từ. Dưới đây ta sẽ chọn $D_m = \phi$ nên dị thường ΔF tính được chính là dị thường từ toàn phần ΔT .

2. Thuật toán giải bài toán ngược

Thông thường trong trường hợp bài toán hai chiều việc xác định dị thường do một đối tượng địa chất có tiết diện ngang bất kì gây ra được thực hiện bằng cách xấp xỉ tiết diện ngang của nó bằng đa giác N cạnh. Như vậy thực chất của việc giải bài toán ngược nhằm xác định hình dạng của vật thể gây dị thường từ chính là xác định vị trí các đỉnh của đa giác sao cho sự sai lệch giữa dị thường quan sát và tính toán là nhỏ nhất. Với các phương pháp này quá trình tính toán đòi hỏi đưa vào các tọa độ đỉnh tiên nghiệm của đa giác sao cho chúng phải đủ gần với các tọa độ thật thì phương pháp mới có độ hội tụ tốt.

Nếu vật thể là đa giác N cạnh thì các tọa độ đỉnh (x_k, z_k) của nó được biểu diễn bởi:

$$a_k = x_k, a_{k+N} = z_k \quad (k = 1, N). \quad (2)$$

Tại điểm $P(X_i)$ trên tuyến quan sát, dị thường từ $\Delta T(X_i)$ do đa giác N cạnh gây ra có thể viết như sau

$$\Delta T(X_i) = f(X_i, a_1, a_2, \dots, a_{2N}) + AX_i + B. \quad (3)$$

Với các giá trị ban đầu được chọn - dựa trên các thông tin về địa chất và địa vật lý khác - của các tọa độ đỉnh của đa giác $a_1^0, a_2^0, \dots, a_{2N}^0$ và của các hệ số phong khu vực A^0, B^0 , dị thường ban đầu được tính theo phương trình (3). Sự sai lệch giữa dị thường quan sát $\Delta T_{obs}(X_i)$ và dị thường tính toán $\Delta T(X_i)$ được biểu diễn:

$$d\Delta T(X_i) = \Delta T_{obs}(X_i) - \Delta T(X_i) = \sum_{k=1}^{2N+2} \frac{\partial \Delta T(X_i)}{\partial a_k} \Big|_{a_k=a_k^0} da_k, \quad (4)$$

trong đó:

$$da_k = dx_k; da_{k+N} = dz_k; \quad k = 1, N$$

$$da_{2N+1} = dA; da_{2N+2} = dB.$$

Trong biểu thức (4), X_i là tọa độ quan sát thứ i trên tuyến còn $d\Delta T(X_i)$ là độ sai lệch giữa dị thường quan sát và dị thường tính toán tại điểm quan sát thứ i .

Việc xây dựng các phương trình nhằm xác định các giá trị da_k (bao gồm dx_k, dz_k, dA, dB) được thực hiện bằng phương pháp lập thông qua việc cực tiểu hóa hàm đối tượng $\sum_{i=1}^{N_{obs}} (d\Delta T_i)^2$, với N_{obs} là số điểm quan sát trên tuyến nhờ áp dụng phương pháp cực tiểu hóa của Marquardt [9]. Sau mỗi lần lặp, tọa độ của các đỉnh được thay đổi như sau:

$$a_k = a_k^0 + da_k \quad (k = 1, N); \quad A = A^0 + dA; \quad B = B^0 + dB.$$

Tiến trình được lặp lại nhiều lần cho đến khi độ lệch bình phương trung bình giữa các giá trị quan sát trên tuyến và các giá trị tính toán đạt đến một giá trị sai số cho phép.

Việc tính các dị thường từ $\Delta T(X_i)$ theo các thông số a_k sẽ được thực hiện theo công thức (1) với chú ý rằng ở đây thứ tự các đỉnh của đa giác được tính lần lượt theo chiều kim đồng hồ. Ngược lại, nếu chúng được tính ngược chiều kim đồng hồ thì dị thường từ sẽ:

$$\Delta T_{ABCDEF} = -\Delta T_{FEDCBA}.$$

Để tính các đạo hàm riêng phần của dị thường từ theo các thông số x_k và z_k với $k = 1, N$, ta chỉ việc lấy vi phân phương trình (1) theo các thông số đó. Tuy nhiên, việc tính các đạo hàm số này cũng có thể được thay thế bởi chính việc tính dị thường từ của đa giác [5]. Cách tính này cho phép tránh được tính không ổn định của việc tính các đạo hàm số trong quá trình tính toán.

III. MÔ HÌNH VÀ KẾT QUẢ TÍNH TOÁN

Trên cơ sở thuật toán giải bài toán ngược đã trình bày ở trên, trong phần này, ta tiến hành việc thử nghiệm áp dụng chúng nhằm xác định độ sâu của móng từ trên một mô hình bài toán hai chiều cụ thể. Để làm được điều đó, trước hết ta tiến hành giải bài toán ngược nhằm xác định tọa độ các đỉnh của một vật thể có tiết diện ngang là đa giác bất kì theo tài liệu dị thường từ toàn

phần ΔT của nó. Việc tính toán được thực hiện bởi chương trình máy tính viết bằng ngôn ngữ Fortran theo thuật toán giải bài toán ngược đã được trình bày kỹ ở phần trên.

1. Mô hình vật thể bị từ hóa

a. Các thông số của mô hình

Vật thể có dạng đẳng thước bị từ hóa với góc nghiêng từ hóa lần lượt được lấy bằng 90° và 45° . Kích thước của vật thể cũng như các thông số liên quan tới sự từ hóa của nó và tuyến đo được đưa ra trong bảng 1. Trong bảng này, A và B là các thông số của phòng khu vực, được giả định là có dạng tuyến tính.

Bảng 1. Các thông số của mô hình

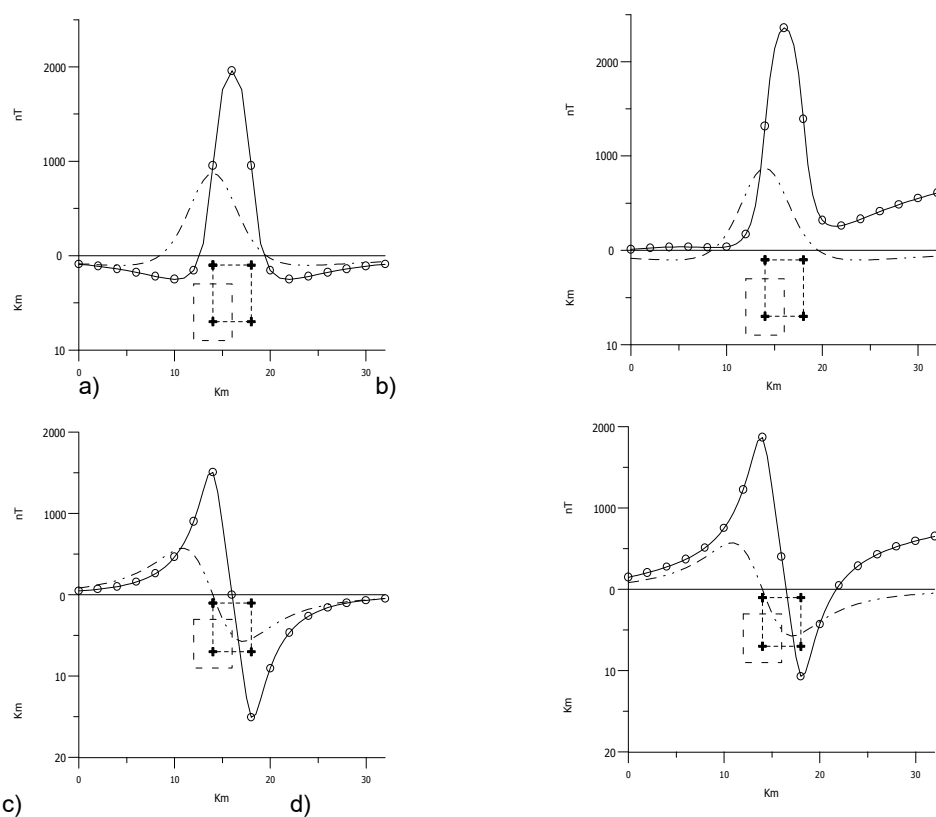
Tọa độ các đỉnh của vật thể		Các thông số liên quan tới sự từ hoá của các vật thể và tuyến đo	
Tọa độ	Giá trị (km)	Thông số	Giá trị
x_1	14,00	Độ từ cảm dư	0,015(SI)
z_1	1,00	Phương vị từ của tuyến đo	0,0 (độ)
x_2	18,00	Độ từ khuynh	90 (độ)
z_2	1,00	Số điểm quan sát	65
x_3	18,00	Khoảng cách	0,5 (km)

b. Kết quả tính toán

Ở đây, kết quả tính toán được đưa ra chính là các tọa độ đỉnh của vật thể xác định được ở lần lặp cuối cùng khi giải bài toán ngược theo thuật toán đã trình bày ở trên. Nó được đưa ra trong bảng 2. Kết quả tính toán cho thấy độ chính xác của việc giải bài toán ngược không hề bị giảm đi khi có mặt phòng khu vực có dạng tuyến tính. Đó cũng chính là ưu điểm nổi bật của phương pháp giải bài toán ngược này.

Bảng 2. Kết quả tính đối với mô hình 1 khi không có phòng tuyến tính và khi có phòng tuyến tính

Số TT	x, z (km) mô hình	x, y (km) ban đầu	Độ lệch đầu (km)	x, z (km) ở lần lặp cuối khi không có phòng tuyến tính khi có A, B		x, z (km) ở lần lặp cuối khi có phòng tuyến tính	
				I = 90°	I = 45°	I = 90°	I = 45°
1	14,00; 1,00	12,00; 3,00	2,828	14,00; 1,00	14,00; 1,00	14,00; 1,00	14,00; 1,00
2	18,00; 1,00	16,00; 3,00	2,828	18,00; 1,00	18,00; 1,00	18,00; 1,00	18,00; 1,00
3	18,00; 7,00	16,00; 9,00	2,828	18,00; 7,00	18,00; 7,00	18,00; 7,00	18,00; 7,00
4	14,00; 7,00	16,00; 9,00	2,828	14,00; 7,00	14,00; 7,00	14,00; 7,00	14,00; 7,00



Hình 2. Kết quả giải bài toán ngược cho trường hợp $I = 90^\circ$ và $I = 45^\circ$ khi không có phong tuyến tính (a, b) và khi có phong tuyến tính

— ΔT quan sát - - - ΔT ban đầu $\circ$ ΔT tính toán
 - - - Mô hình thực - - - Mô hình ban đầu + Mô hình tính toán

2. Mô hình 2: Mô hình móng từ

a. Các thông số của mô hình

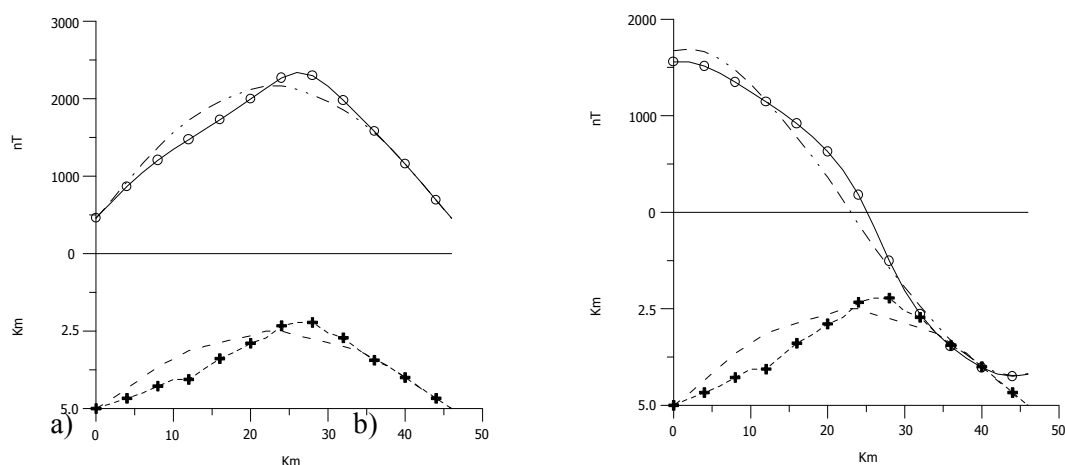
Mô hình móng từ được đưa ra khảo sát có độ cảm từ dư $\chi = 0,015$ SI, có góc nghiêng từ hóa lần lượt được chọn là $I = 90^\circ$ và $I = 45^\circ$. Tuyến quan sát có khoảng cách giữa các điểm quan sát $\Delta x = 1,0$ km, có chiều dài $L = 46$ km được giả định bao hết cả phần thay đổi độ sâu của móng và có góc phương vị $\alpha = 0^\circ$. Mặt dưới H_2 của móng được giả định là phẳng và nằm ở độ sâu hai mươi km. Mặt trên H_1 của móng dọc theo tuyến quan sát có độ sâu được đưa ra trong bảng 4. Sử dụng thuật toán giải bài toán ngược đã trình bày ở trên ta thấy ở đây thực chất của việc xác định độ sâu tới mặt trên của móng ở từng điểm quan sát chính là việc giải bài toán ngược xác định tọa độ đỉnh của một đa giác N cạnh mà trong đó cạnh thứ N chính là đoạn thẳng nằm trùng với mặt dưới và có chiều dài bằng chiều dài phần thay đổi độ sâu của móng từ.

b. Kết quả tính toán

Ở đây, kết quả tính toán được đưa ra chính là độ sâu tới mặt trên của móng ở từng điểm quan sát xác định được ở lần lặp cuối cùng khi giải bài toán ngược theo các bước đã trình bày ở trên. Nó được đưa ra trong bảng 3, trong các hình 3 và hình 4 dưới đây.

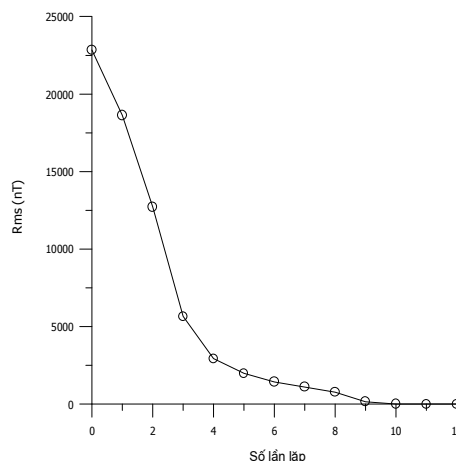
Bảng 3. Kết quả tính trên mô hình ứng với các góc nghiêng từ hóa $I = 90^\circ$ và $I = 45^\circ$

STT	Z (km) mô hình	Z (km) đầu	Độ lệch đầu (km)	Z (km) cuối		Độ lệch cuối (km)	
				I = 90	I = 45	I = 90	I = 45
1	5,000	5,000	0,000	5,000	5,000	0,000	0,000
2	4,830	4,700	0,130	4,831	4,835	-0,001	-0,005
3	4,670	4,350	0,320	4,668	4,655	0,002	0,015
4	4,500	4,000	0,500	4,505	4,521	-0,005	-0,021
5	4,280	3,650	0,630	4,272	4,260	0,008	0,020
6	4,060	3,400	0,660	4,070	4,074	-0,010	-0,014
7	4,060	3,130	0,930	4,050	4,051	0,010	0,009
8	3,720	3,000	0,720	3,726	3,724	-0,006	-0,004
9	3,390	2,870	0,520	3,387	3,389	0,003	0,001
10	3,170	2,750	0,420	3,171	3,170	-0,001	0,000
11	2,890	2,650	0,240	2,890	2,890	0,000	0,000
12	2,720	2,500	0,220	2,720	2,720	0,000	0,000
13	2,330	2,500	-0,170	2,330	2,330	0,000	0,000
14	2,220	2,650	-0,430	2,220	2,220	0,000	0,000
15	2,220	2,750	-0,530	2,220	2,220	0,000	0,000
16	2,560	2,870	-0,310	2,560	2,559	0,000	0,001
17	2,720	3,000	-0,280	2,720	2,721	0,000	-0,001
18	3,110	3,130	-0,020	3,110	3,107	0,000	0,003
19	3,440	3,400	0,040	3,440	3,444	0,000	-0,004
20	3,670	3,650	0,020	3,670	3,664	0,000	0,006
21	4,000	4,000	0,000	3,999	4,007	0,001	-0,007
22	4,330	4,350	-0,020	4,331	4,324	-0,001	0,006
23	4,670	4,700	-0,030	4,670	4,673	0,000	-0,003



Hình 3. Kết quả giải bài toán ngược xác định độ sâu móng từ cho trường hợp $I = 90^\circ$

— ΔT quan sát ---- ΔT ban đầu $\circ$ ΔT tính toán
 ---- Mô hình thực ---- Mô hình ban đầu + Mô hình tính toán



Hình 4. Tốc độ hội tụ trong quá trình lựa chọn
— Trường hợp $I = 90^\circ$; $\circ$ Trường hợp $I = 45^\circ$

3. Nhận xét

- Việc giải bài toán ngược hai chiều xác định độ sâu tới móng từ theo phương pháp này cho độ chính xác khá cao. Ở lần lặp cuối, dị thường tính toán hầu như trùng khít với dị thường quan sát.

- Bằng cách thay đổi các giá trị khác nhau của thông số D_m , việc giải bài toán ngược xác định độ sâu tới móng từ có thể được thực hiện cho các thành phần khác nhau của trường từ: dị thường từ toàn phần, dị thường từ thẳng đứng và nằm ngang.

- Đường cong biểu diễn sai số bình phương trung bình giữa dị thường quan sát và tính toán ở các lần lặp ứng với các trường hợp khác nhau của góc nghiêng từ hóa hầu như hoàn toàn trùng nhau. Điều đó cho thấy tốc độ hội tụ của phương pháp không phụ thuộc vào góc nghiêng từ hóa của móng.

- Việc xác định độ sâu tới móng từ theo phương pháp này còn cho phép làm giảm bớt đáng kể thời gian sử dụng trên máy do tốc độ hội tụ nhanh và ổn định của phương pháp.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. M. Al-Chalabi - Some studies relating to non-uniqueness in gravity and magnetic inverse problems, *Geophysics* **36** (5) (1971) 835-855.
2. M. Al-Chalabi - Interpretation of gravity anomalies by non linear optimisation, *Geophys. Prosp.* **10** (1) (1972) 1-15.
3. D. Bhaskara Rao and N. Ramesh Babu - A fortran 77 computer program for three-dimensional inversion of magnetic anomalies resulting from multiple prismatic bodies, *Computer & Geosciences* **19** (6) (1993) 781-801.
4. B. Narashimha, P. Ramakrishna, and A. Markandeyulu - Gminv: a computer program for gravity or magnetic data inversion, *Computer & Geosciences* **21** (2) (1995) 301-319.

5. I. V. Ramakrishna Murthy and P. Rama Rao - Inversion of gravity and magnetic anomalies of two-dimensional polygonal cross sections, *Computer & Geosciences*, **19** (9) (1993) 1213-1228.
6. I. V. Ramakrishna Murthy, P. Rama Rao, and S. Jagannadha Rao - The density difference and generalized programs for two - and three-dimensional gravity modeling, *Computer & Geosciences* **16** (3) (1995) 277-287.
7. Richard J. Blakely - Potential theory in gravity and magnetic application, Cambridge University Press, 1996.
8. W. M. Telford, L. P. Geldart, R. E. Sheriff, and D. A. Keys - Applied geophysics, Cambridge University Press, 1982.
9. William H. Press, Brian P. Flannery - Numerical Recipes, Cambridge University Press, 1991.

SUMMARY

MODELLING OF 2 -D MAGNETIC INVERSION TO DETERMINE THE DEPTH OF MAGNETIC BASEMENT

In this paper, the magnetic inversion scheme presented by *I.V. Radhakrishna Murthy* and *P. Rama Rao (1993)* to determine the coordinates of the vertices of the two-dimensional polygonal cross section is applied to determine the depth of magnetic basement, an important problem in the field of studying deep structure of the Earth's crustal. The results received by experimentally calculating on the mathematical models in respect of precision, convergence as well as computer time show the ability of application of the method.

Địa chỉ:

Nhận bài ngày 12 tháng 4 năm 2004

Khoa Vật lý, Trường Đại học Khoa học tự nhiên, Đại học Quốc gia Hà Nội.