TẠP CHÍ KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ Tập 46, số 1, 2008 Tr. 129-134

ỔN ĐỊNH TỪ BIẾN CỦA DÀN MIZET VÀ BÀI TOÁN MỞ RỘNG

TÔ VĂN TẤN, PHẠM QUỐC DOANH

I. MỞ ĐẦU

Bài toán ổn định của dàn Mizet là bài toán đặc trưng cho lớp bài toán ổn định loại hai của hệ biến dạng đã được xét trong [1, 2]. Trong bài này nghiên cứu sự ổn định của dàn Mizet có tính đến yếu tố từ biến của vật liệu theo lí thuyết từ biến tái bền. Đồng thời mở rộng bài toán xét hệ gồm nhiều thanh theo trường hợp ổn định loại hai.

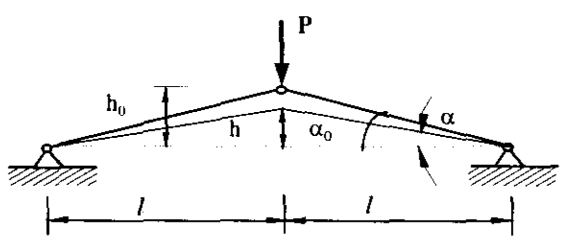
II. ỔN ĐỊNH ĐÀN HỒI CỦA DÀN MIZET

Dàn Mizet có góc α_0 nhỏ (hình 1) nên

$$\alpha \approx tg\alpha = \frac{h}{l};\ \ \alpha_0 \approx \frac{h_0}{l}.$$

Lực dọc trong thanh:

$$N = \frac{P}{2\sin\alpha} = \frac{P}{2\alpha} \tag{1}$$



Hình 1

Biến dạng, ứng suất, lực dọc của thanh:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\alpha_0^2 - \alpha^2}{2} \tag{2}$$

$$\sigma = E\varepsilon = \frac{N}{F}\ ,\ \ N = EF\varepsilon \tag{3}$$

Từ (1), (2), (3) ta có liên hệ:

$$P = EF\alpha(\alpha_0^2 - \alpha^2) = EF\alpha_0^3 y(1 - y^2) \tag{4}$$

trong đó

$$y = \frac{h}{h_0} = \frac{\alpha}{\alpha_0}. \tag{5}$$

Kí hiệu:
$$f_2 = \frac{P}{2EF\alpha_0^3}. \tag{6}$$

Ta có
$$y(1 - y^2) = 2f_2 \tag{7}$$

Tìm lực tới hạn từ điều kiện:

$$\frac{dP}{d\alpha}=0 \Rightarrow \alpha_0^2-3\alpha^2=0 \Rightarrow \alpha_{th}=\pm\frac{\alpha_0}{\sqrt{3}}$$

Thay vào (4) có lực tới hạn:

$$P_{th}=\frac{2}{3\sqrt{3}}EF\alpha_0^3, \text{ hoặc } f_{2th}=\frac{1}{3\sqrt{3}} \tag{8}$$

Nếu $P < P_{th}$ có sự cân bằng ổn định với $\frac{\alpha_0}{\sqrt{3}} < \alpha < \alpha_0$. Nếu $P = P_{th}$ xảy ra "sập" hệ tức thời. Hệ mất ổn định loại hai.

III. ỔN ĐỊNH TỪ BIẾN CỦA DÀN MIZET

Sử dụng lí thuyết tái bền

$$\dot{p}p^{\beta}=A\sigma^n \tag{9}$$

trong đó: β, A, n là các hằng số vật liệu; p, $\dot{p}$ biến dạng từ biến và vận tốc biến dạng từ biến.

Ta có $$p=\varepsilon-\frac{\sigma}{E} \text{ và } \dot{p}=\dot{\varepsilon}-\frac{\dot{\sigma}}{E}. \tag{10}$$

Từ (1), (2) và (10) ta có

$$\sigma=\frac{Pl}{2Fh};\ \varepsilon=\frac{\alpha_0^2-\alpha^2}{2}=\frac{h_0^2-h^2}{2l^2} \tag{11}$$

$$\dot{p}=\dot{\varepsilon}-\frac{\dot{\sigma}}{E}=-\frac{h\dot{h}}{l^2}+\frac{Pl}{2EF}\frac{\dot{h}}{h^2}. \tag{12}$$

Thay σ, $\dot{p}$, p vào (9), ta có:

$$\left(-\frac{h\dot{h}}{l^2}+\frac{Pl}{2EF}\frac{\dot{h}}{h}\right)\left(\frac{h_0^2-h^2}{2l^2}-\frac{Pl}{2EFh}\right)^{\beta}=A\left(\frac{Pl}{2Fh}\right)^n$$

do $y=h/h_0$ nên:

$$\dot{y}\left(-\alpha_0^2y+\frac{P}{2EF\alpha_0y^2}\right)\left[\frac{\alpha_0^2}{2}(1-y^2)-\frac{P}{2EF\alpha_0y}\right]^{\beta}=A\left(\frac{Pl}{2F\alpha}\right)^n. \tag{13}$$

Sử dụng tiêu chuẩn ổn định từ biến của Hoff N.I (vận tốc võng $\to\infty$ khi t $\to t_{th}$), từ (13) cho $\dot{y}\to\infty$ ta có:

a) $$\alpha_0^2y^3=\frac{P}{2EF\alpha_0} \Rightarrow y^3=\frac{P}{2EF\alpha_0^3} \text{ hay: } y=\sqrt[3]{f_2} \tag{14}$$

trong đó $f_2=\frac{P}{2EF\alpha_0^3}$

$y=\sqrt[3]{f_2}$ là chuyển vị tới hạn với trường hợp mất ổn định đối xứng.

b) Hoặc $$\frac{\alpha_0^2}{2}(1-y^2)=\frac{P.}{2EF\alpha_0 y} \Rightarrow y(1-y^2)=2f_2 \qquad (15)$$

Biểu thức (15) trùng với (7) _ trường hợp ổn định đàn hồi. Đây là biểu thức cho chuyển vị tới hạn dạng mất ổn định bất đối xứng của dàn Mizet hay mất ổn định dạng Euler.

Để tìm thời gian tới hạn t_{th}, từ (9) ta có:

$$t=\frac{p^{\beta+1}}{(1+\beta)A\sigma^n} \qquad (16)$$

Mặt khác: $$\sigma=\frac{Pl}{2hF}=\frac{P}{2F\alpha_0 y},$$

$$p=\varepsilon-\frac{\sigma}{E}=\frac{\alpha_0^2(1-y^2)}{2}-\frac{P}{2EF\alpha_0 y}. \qquad (17)$$

Thay (14), (17) vào (16) khi cho $\dot{y}\to\infty$, ta có:

$$t_{th}=\frac{1}{A(1+\beta)}\left(\frac{2F\alpha_0 y}{P}\right)^n\left[\frac{\alpha_0^2}{2}(1-y^2)-\frac{P}{2EF\alpha_0 y}\right]^{1+\beta}$$

hay

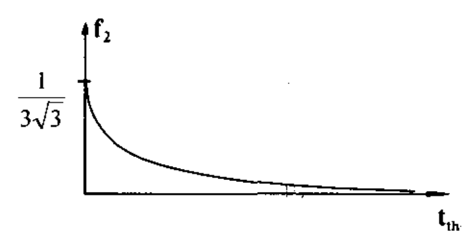
$$t_{th}=\frac{\alpha_0^{2(1+\beta-n)}f_2^{-\frac{2n}{3}}(1-3f_2^{\frac{2}{3}})^{1+\beta}}{A(1+\beta)E^n 2^{1+\beta}} \qquad (18)$$

trong đó: $$f_2=\frac{P}{2EF\alpha_0^3}.$$

Ta thấy t = 0 khi $f_2=\frac{1}{3\sqrt{3}}$;

$t=\infty$ khi $f_2=0$.

Đồ thị $f_2\sim t_{th}$ trên hình 2.



Hình 2

Nhận xét:

- Từ (15) ta thấy tiêu chuẩn ổn định từ biến của Hoff N.I cho một kết quả trùng với tiêu chuẩn ổn định của Gerard G.A (cho thanh) và tiêu chuẩn ổn định của Teregulov I.G (cho thanh và vỏ). Tiêu chuẩn biến dạng tới hạn của Gerard G.A là sự mất ổn định từ biến của thanh xảy ra ở thời điểm khi biến dạng của nó bằng biến dạng khi thanh đó mất ổn định đàn hồi. Theo tiêu chuẩn của Teregulov I.G thì sự mất ổn định của thanh và vỏ xảy ra theo tính chất đàn hồi đột ngột. Thời gian tới hạn t_{th} được xác định từ các phương trình phi tuyến của bài toán đàn hồi tương ứng. Các trường hợp này tương ứng với mất ổn định bất đối xứng của dàn.

- Công thức (18) cho phép xác định thời gian tới hạn trường hợp mất ổn định đối xứng của dàn.

IV. ỔN ĐỊNH TỪ BIẾN TRONG BÀI TOÁN MỞ RỘNG. DÀN 3 THANH

1. Ổn định đàn hồi

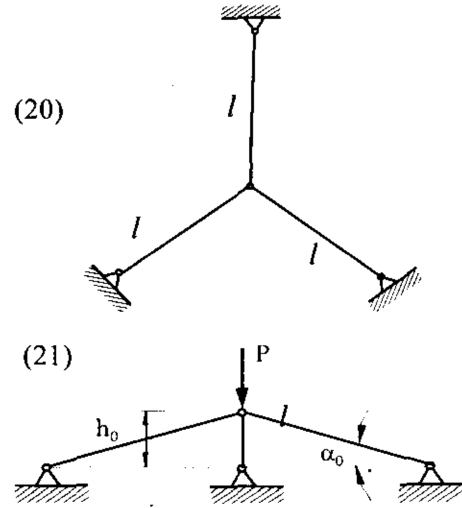
Từ phương trình cân bằng:

$$P = 3N\alpha = 3N\frac{h}{l}. \tag{20}$$

Mặt khác

$$N = \frac{EF}{l}\Delta l,\ \Delta l = \frac{1}{2l}(h_0^2 - h^2)$$

$$\Rightarrow N = \frac{EF}{2l^2}(h_0^2 - h^2). \tag{21}$$



Hình 3

Từ đây:

$$P = 3\frac{h}{l}\frac{EF}{2l^2}(h_0^2 - h^2) = \frac{3}{2}\frac{hh_0^2EF}{l^3}(1 - \frac{h^2}{h_0^2}).$$

hay

$$\frac{Pl^3}{3EFh_0^3} = \frac{y(1-y^2)}{2},\ \text{kí hiệu:}\quad f_3 = \frac{P}{3EF\alpha_0^3}. \tag{22}$$

Vậy

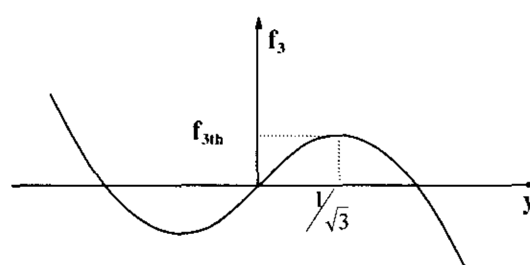
$$y(1-y^2) = 2f_3. \tag{23}$$

Ta có (23) trùng với (7).

Tìm lực tới hạn từ điều kiện:

$$\frac{dP}{d\alpha} = 0 \Rightarrow y_{th} = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$$

và $f_{th} = \dfrac{1}{3\sqrt{3}}$.



Hình 4

Đồ thị $f_3 \sim y$ trên hình 4.

2. Ổn định từ biến

Sử dụng lí thuyết từ biến tái bền:

$$\dot{p}p^{\beta} = A\sigma^n \quad \text{và các liên hệ:}\ N = \frac{P}{3\alpha}, \sigma = \frac{Pl}{3Fh}.$$

Tiến hành tương tự trường hợp thu nhận (13), ta có:

$$\dot{y} = (f_3 - y^3)\left[\frac{(1-y^2)y}{2} - f_3\right]^{\beta} = A\left(\frac{P}{3F\alpha}\right)^n$$

cho $\dot{y} \to \infty$, ta thu được:

$$y^3 = f_3 \text{ \_ mất ổn định dạng đối xứng,} \tag{24a}$$

$$\textit{hoặc}\quad y(1-y^2) = 2f_3 \text{ \_ mất ổn định} \tag{24b}$$

dạng bất đối xứng, trùng với (7)

V. MÔ TẢ GIÀN k THANH

1. Ổn định đàn hồi

Từ phương trình cân bằng: $P = kN\alpha = kN\dfrac{h}{l}$.

Tương tự như các trường hợp trên ta có:

$$y(1-y^2) = 2f_k \qquad (25)$$

trong đó: $f_k = \dfrac{P}{kEF\alpha_0^3}$, lực tới hạn: $P_{th} = \dfrac{kEF\alpha_0^3}{3\sqrt{3}}$ (26)

2. Ổn định từ biến

Sử dụng lí thuyết tái bền và tiêu chuẩn ổn định của Hoff N.I, tiến hành tương tự các trường hợp trên ta có

$$y^3 = f_k \text{ hoặc } y(1-y^2) = 2f_k. \qquad (27)$$

Với trường hợp mất ổn định dạng đối xứng, ta có:

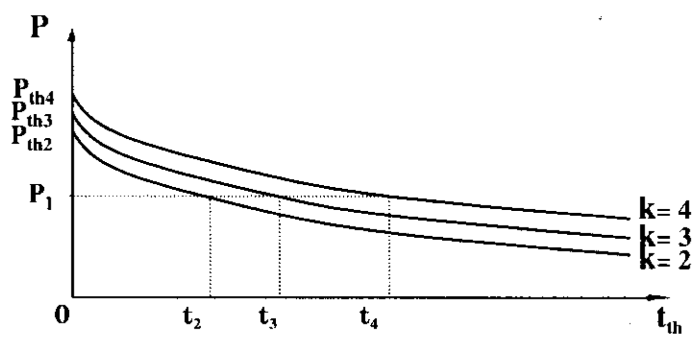
$$t_{th} = \frac{1}{A(1+\beta)}\left(\frac{2F\alpha_0 y}{P}\right)^n f_k^{\frac{n}{3}}\left[\frac{\alpha_0^2}{2}\left(1-f_k^{\frac{2}{3}}\right)-\frac{Pf_k^{\frac{1}{3}}}{kEF\alpha_0}\right]^{1+\beta}$$

hay

$$t_{th} = \frac{\alpha_0^{2(1+\beta-n)} f_k^{-\frac{2n}{3}}(1-3f_k^{\frac{2}{3}})^{1+\beta}}{A(1+\beta)(Ek)^n 2^{1+\beta-n}}. \qquad (28)$$

Đồ thị $P \sim t_{th}$ cho các trường hợp k khác nhau trên hình 5.

Ta thấy với cùng một lực P_1, khi số thanh k tăng thì t_{th} tăng. Với t = 0, khi k tăng thì P_{th} tăng, P giảm thì t_{th} tăng và ngược lại.



Hình 5

VI. KẾT LUẬN

- Đã giải được bài toán ổn định từ biến của dàn Mizet theo lý thuyết từ biến tái bền. Tìm được công thức xác định thời gian tới hạn.

- Giải quyết bài toán ổn định từ biến cho dàn dạng Mizet gồm số thanh lớn hơn 2. Tìm được công thức biến dạng tới hạn khi dàn mất ổn định từ biến dạng đối xứng $y = \sqrt[3]{f_k}$, f_k đặc trưng cho lực tác dụng.

- Cho thấy tiêu chuẩn của Gerard G.A và tiêu chuẩn của Teregulov I.G cho kết quả trùng với tiêu chuẩn của của Hoff N.I trường hợp mất ổn định bất đối xứng.

- Kết quả nghiên cứu này có thể sử dụng để nghiên cứu ổn định từ biến của dàn bất kì, vòm, vỏ thoải, màng mỏng...

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Tô Văn Tấn, Phạm Quốc Doanh - Sự mất ổn định từ biến của dàn Mizet, Tuyển tập công trình Hội nghị khoa học toàn quốc cơ học vật rắn biến dạng lần thứ 7, 2004, tr. 783-789.
2. C. M. Volmir - Stability of deformable systems, M., 1967 (in Russian).

SUMMARY

CREEP STABILITY OF MISES TRUSS AND THE GENERALIZED PROBLEM

Creep buckling criterion by Hoff is used to study creep collapse of Mises truss and the generalized cases with material following the creep theory by Rabotnov. The formular of critical time and critical deflection of Mises truss and also in generalized cases are etablished.

Địa chỉ:

Trường Đại học Xây dựng Hà Nội.

Nhận bài ngày 10 tháng 3 năm 2007