

# XÂY DỰNG TỰ ĐỘNG PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG VÀ MÔ PHÒNG CƠ CẤU

LÊ HỒNG LAM, ĐINH VĂN PHONG

## 1. GIỚI THIỆU

Việc xây dựng phương trình chuyển động của một cơ cấu máy với cấu trúc là một vòng kín thường rất phức tạp. Trong kĩ thuật ta hay phải sử dụng một số giả thuyết đơn giản bài toán để có thể giải được. Thông thường xuất phát từ các quan hệ hình học người ta xác định các yếu tố vị trí, sau đó cũng từ các quan hệ hình học này, đạo hàm để tìm vận tốc và gia tốc. Cách thực hiện như vậy không tổng quát và với mỗi bài toán lại phải thực hiện riêng biệt theo cách khác nhau.

Trong báo cáo này đề cập đến thuật giải và phương án trong việc thiết lập tự động hệ phương trình chuyển động và mô phỏng cơ cấu sử dụng phương pháp động lực học hệ nhiều vật. Sử dụng các tọa độ suy rộng dư và bổ sung các phương trình liên kết để xây dựng hệ phương trình vi phân chuyển động. Với cách này một cơ cấu sẽ được giải một cách tổng quát, các thông số cơ học khác như các phản lực tại các khớp của cơ cấu cũng tìm được dễ dàng.

Với phương án sử dụng tọa độ suy rộng dư và các phương trình liên kết cùng với các phương pháp số ta có một cách giải tổng quát. Tuy nhiên ta sẽ phải giải quyết được các vấn đề liên quan đến quá trình giải. Đó là khi thêm vào các tọa độ suy rộng dư số phương trình sẽ lớn hơn cách sử dụng tọa độ đủ và hệ phương trình của cơ hệ sẽ là một hệ phương trình vi phân đại số. Một vấn đề nữa gặp phải khi giải cơ hệ này là ta phải tìm thêm các điều kiện đầu tương thích của cơ hệ. Cách tìm điều kiện đầu này và cách giải hệ đã được nghiên cứu khá chi tiết và được giải quyết đầy đủ [1, 7].

Dựa trên cơ sở lí thuyết và các thuật giải được nghiên cứu, một phần mềm BKSIM được xây dựng để thử nghiệm kết quả. Đến nay chương trình đã cho kết quả khả quan, có thể mô phỏng hệ cơ cấu phẳng tổng quát. Các mô đun chính trong BKSIM bao gồm:

- Mô đun thiết lập phần thuộc tính cơ học của cơ hệ từ bản vẽ AutoCAD, nhằm mục đích sử dụng trực tiếp bản vẽ để tính toán và mô phỏng.
- Mô đun xử lí Symbolic phục vụ cho việc tính toán biểu thức, phục vụ tính toán biểu thức trong quá trình tính toán biểu thức động năng, thế năng và hệ phương trình chuyển động.
- Mô đun tính toán biểu thức động năng, thế năng phương trình liên kết và sinh ra hệ phương trình symbolic
- Mô đun tính toán điều kiện đầu của bài toán và giải hệ phương trình chuyển động của cơ hệ
- Mô đun mô phỏng đồ họa động phục vụ việc quan sát chuyển động thực tế của cơ hệ.

Với 05 mô đun này đã được tích hợp vào chương trình BKSIM tạo nên một chương trình phần mềm có thể mô hình hóa cơ cấu từ bản vẽ AutoCAD, tính toán, mô phỏng cơ hệ, được trình bày cụ thể trong các phần tiếp theo.

## 2. THIẾT LẬP BIỂU THỨC ĐỘNG NĂNG, THỂ NĂNG VÀ THÀNH LẬP PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CHUYỂN ĐỘNG CỦA CƠ CẤU

Để thiết lập phương trình vi phân chuyển động của cơ cấu ta tách cơ cấu thành các cấu trúc cây và thêm vào các phương trình liên kết tại các vị trí được tách. Đối với hệ ít bậc tự do ta có thể tách cơ cấu thành tất cả các vật riêng biệt. Từ cơ hệ bao gồm các cấu trúc cây này ta thiết lập phương trình chuyển động của cơ hệ cùng với các phương trình liên kết được thêm vào ta có hệ phương trình chuyển động của cơ cấu.

Như vậy về cơ bản có thể giải quyết bài toán cơ cấu dựa vào việc đưa về giải bài toán cơ hệ có cấu trúc cây. Một cơ hệ có cấu trúc cây có  $f$  bậc tự do,  $p$  vật rắn với các tọa độ suy rộng là  $q_i$  ( $i = 1..f$ ). Động năng của cơ hệ có dạng:

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \left\{ \sum_{i=1}^p \left( \mathbf{J}_{Ti}^T m_i \mathbf{J}_{Ti} + \mathbf{J}_{Ri}^T \mathbf{A}_i \mathbf{I}_i' \mathbf{A}_i^T \mathbf{J}_{Ri} \right) \right\} \dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}} \quad (1.1)$$

với  $\mathbf{J}_{Ti}$ ,  $\mathbf{J}_{Ri}$  là ma trận Jacobi kích thước  $(3 \times f)$  của vector  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{w}$ . Trong đó  $\mathbf{r}$  là véc tơ  $[r_x, r_y, r_z]$  là tọa độ khối tâm của vật,  $\mathbf{w}$  là vận tốc góc của vật có dạng  $[w_x, w_y, w_z]$ ,  $m_i$  là khối lượng,  $\mathbf{I}_i$  là mô men quán tính của vật  $i$ .  $\mathbf{A}_i$  là ma trận quay[8], với:

$$\mathbf{A}_i = \mathbf{A}_0^1 * \mathbf{A}_1^2 * \mathbf{A}_2^3 * \dots * \mathbf{A}_{i-2}^{i-1} \quad (1.2)$$

Các  $\mathbf{A}_i^j$  là ma trận quay vật  $i$  và vật  $j$ .

Bằng việc sử dụng tính chất đặc biệt của cấu trúc cây, một số biểu thức đặc biệt xuất hiện, chúng được sử dụng để đơn giản biểu thức động năng và phương trình của cơ hệ [1 - 3]. Một ví dụ có thể thấy là sự xuất hiện biểu thức “ $\cos(q_1) * \cos(q_2) + / - \sin(q_1) * \sin(q_2)$ ” được thay thế bằng biểu thức “ $\cos(q_1 + q_2)$ ”.

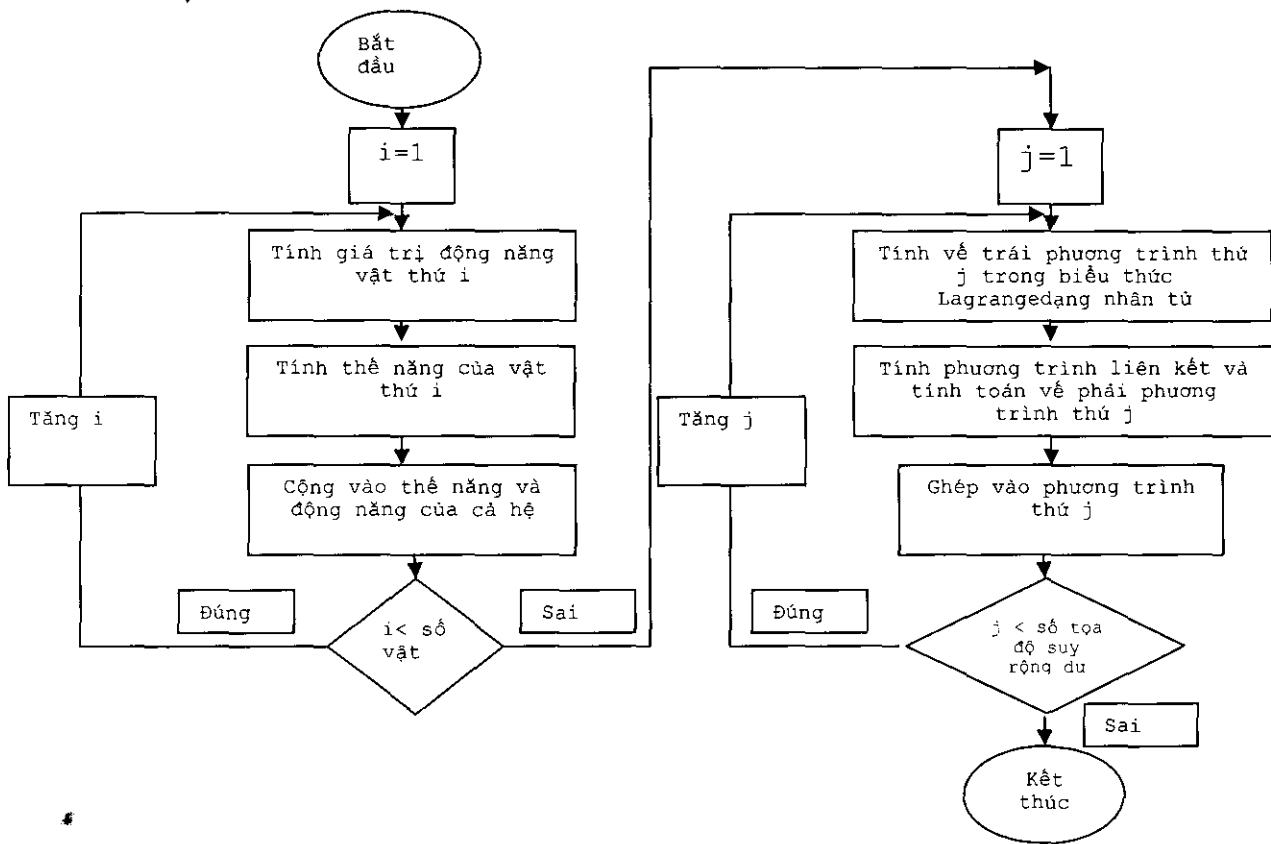
Thế vào phương trình Lagrange dạng nhân tử ta có hệ phương trình chuyển động của cơ hệ, phương trình có dạng:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = - \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} + Q_i - \sum_{j=1}^s \lambda_j \frac{\partial f_j}{\partial q_i}, \quad i = 1..n, \quad (1.3)$$

$$f_j = 0, \quad j = 1..s$$

trong đó:  $T$  là động năng của cơ hệ,  $\Pi$  là thế năng,  $Q_i$  là lực suy rộng,  $q_i$  là tọa độ suy rộng thứ  $i$ ,  $\lambda_j$  nhân tử lagrange thứ  $j$ ,  $f_j$  là phương trình liên kết thứ  $j$ . Khi thiết lập biểu thức động năng nếu biểu thức vẫn còn lớn ta có thể tiếp tục tách cấu trúc và lại bổ sung phương trình liên kết.

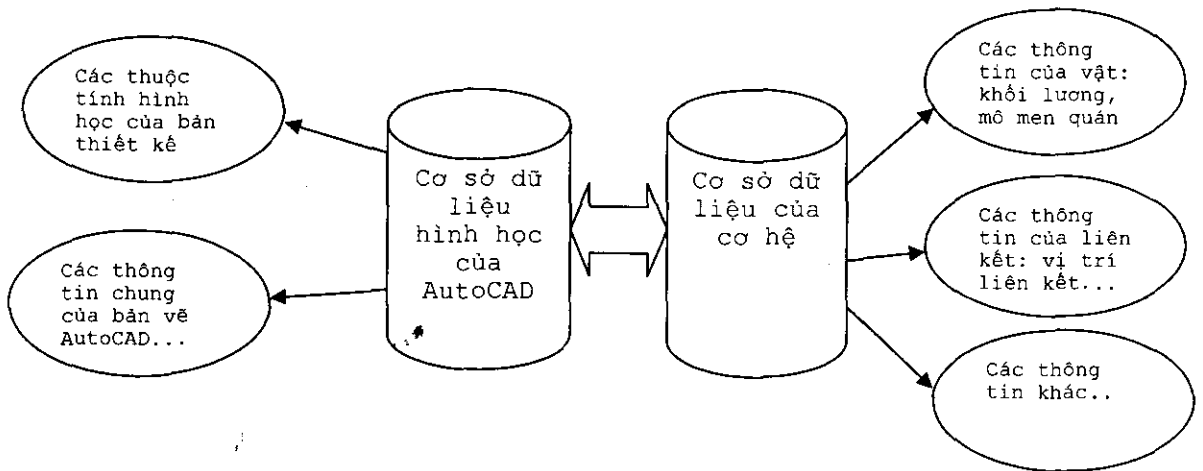
Thuật giải thiết lập phương trình vi phân chuyển động của cơ cấu như sau:



### 3. THIẾT LẬP MÔ HÌNH CƠ HỌC TỪ BẢN VẼ AUTOCAD

Thông thường, quá trình tính toán và mô phỏng cơ cấu được phục vụ cho quá trình thiết kế và tối ưu. Tuy nhiên phần mềm thiết kế thường riêng biệt với phần mềm tính toán, do đó để tính toán ta phải xây dựng một mô hình khác trong phần mềm mô phỏng. Trong chương trình BKSIM thuộc tính của các vật rắn và các ràng buộc được gắn trực tiếp trong bản vẽ AutoCAD. Các thuộc tính của vật bao gồm: khối lượng, mô men quán tính, tên vật, vị trí khối tâm. Các thuộc tính của ràng buộc như: vị trí của liên kết, loại ràng buộc các chuyển động và thông tin liên kết của các vật liên quan. Với việc sử dụng các phần mềm AutoCAD có thể giảm bớt thời gian thiết kế, lưu trữ các bản vẽ dễ dàng, thuận tiện cho việc sửa đổi và cuối cùng là có thể xây dựng được hệ cơ sở dữ liệu tích lũy theo thời gian.

Công cụ lập trình trong AutoCAD được sử dụng là ObjectARX, là môi trường lập trình mà nó bao gồm các thư viện liên kết động(DLL) mà chúng có thể chạy trên nền AutoCAD, thao tác thẳng với cấu trúc dữ liệu cốt lõi của AutoCAD. Các thư viện này bao gồm tập hợp các công cụ đầy đủ cho những người phát triển ứng dụng có khả năng sử dụng các lợi thế của cấu trúc mở của AutoCAD, có thể truy nhập thẳng tới cấu trúc dữ liệu của bản vẽ, hệ thống đồ họa, các phương tiện hình học CAD, có thể mở rộng các lớp(class) đối tượng của AutoCAD, các khả năng chạy đồng thời và tạo ra những lệnh mới có thể hoạt động như là các lệnh AutoCAD. Mô hình cơ sở dữ liệu được gắn với đối tượng trong phần mềm AutoCAD như hình vẽ:



Trong CAD ta có thể sử dụng công cụ để tính toán tự động các thông số cơ học của vật như việc tính toán khối lượng thực tế, tính toán độ dài của khâu, tính toán mô men quán tính. Các lệnh cụ thể trong chương trình như sau:

Lệnh CMP, là lệnh chọn một vật để tính toán thể tích, vị trí tọa độ trọng tâm.

Lệnh: dist, là lệnh của CAD, cho phép tính toán độ dài của khâu.

Từ các lệnh này, ta lấy được các thuộc tính thực tế của cơ hệ làm các giá trị đầu vào phục vụ cho quá trình mô phỏng.

Như vậy với việc gắn trực tiếp các thông tin của cơ hệ vào bản vẽ AutoCAD dễ dàng hơn trong việc thiết lập và mô phỏng bài toán. Sử dụng những chức năng mạnh của AutoCAD trong việc thiết kế mô hình cho ta một cơ hệ giống thực tế. Khi tiến hành mô phỏng cơ hệ ta lấy trực tiếp đối tượng từ bản vẽ AutoCAD để mô phỏng.

#### 4. MÔ ĐUN XỬ LÝ SYMBOLIC

Với việc xây dựng hệ phương trình chuyển động của cơ hệ dùng phương trình Lagrange loại 2, Lagrange dạng nhân tử thì việc áp dụng tính toán bằng xử lý symbolic sẽ cho ta một phương pháp thiết lập hệ phương trình một cách rất dễ dàng và thuận lợi. Hiện nay người sử dụng cũng có thể sử dụng phần mềm Mapple để tính toán symbolic, đây là phần mềm xử lý symbolic khá mạnh, tuy nhiên nó chỉ là một phần mềm thuần túy về toán học và là một phần mềm độc lập, do vậy khả năng tích hợp vào một chương trình thống nhất để đóng gói là không thực hiện được.

Trong chương trình BKSIM chúng tôi xây dựng một mô đun xử lý Symbolic riêng biệt, được đóng gói cùng trong chương trình BKSIM, do vậy có khả năng tối ưu riêng cho bài toán cơ học. Ở đây, phục vụ cho việc xử lý symbolic ta dùng cấu trúc cây nhị phân để tính toán trên biểu thức, cấu trúc của cây nhị phân gồm các thành phần NODE, được lưu trữ trong một cấu trúc dữ liệu gọi là NODE của cây, cấu trúc như sau: struct NODE{NODE\*: Con trái ; NODE\*:Con phải ; int : Kiểu dữ liệu; string: Dữ liệu ; }.

Khi thao tác với cây ta sử dụng phương pháp đệ quy. Việc lưu trữ biểu thức dưới dạng cây nhị phân rất thuận lợi cho việc tính toán và xử lý symbolic, các thao tác toán học như nhân, chia, cộng, trừ rất thuận tiện và tốc độ nhanh vì ta chỉ cần ghép gốc của 2 cây. Các thao tác như đạo hàm biểu thức cũng được thực hiện trực tiếp trên cây một cách dễ dàng.

## 5. GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CHUYỂN ĐỘNG

Việc giải hệ phương trình vi phân của cơ hệ là một phần việc không nhỏ. Phương trình chuyển động nhận được từ phương pháp trên nói chung là một hệ phương trình vi phân đại số [3, 4]. Việc giải hệ phương trình này đã nghiên cứu phương pháp giải khá lâu và được tích hợp một mô đun riêng biệt trong chương trình BKSIM. Sau đây ta xem xét cụ thể thuật giải hệ vi phân đại số này, hệ có dạng:

$$f(Y', Y, t) = 0; \quad (1.4)$$

trong đó:  $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$  là các ẩn số cần tìm;  $Y' = \{y_1', y_2', \dots, y_n'\}$  là các đạo hàm của ẩn số cần tìm;  $f = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$  là các phương trình liên kết;  $t$  là biến thời gian.

Lưu ý ở hệ phương trình này, một vài phương trình sẽ không có  $Y'$ , đây chính là các phương trình đại số và là các phương trình liên kết của cơ hệ.

Ở đây ta sử dụng Runge\_Kutta(R\_K) dạng ẩn để giải là đưa ra giá trị của  $Y$  và  $Y'$  tại các nút thời gian khảo sát với việc dùng các ma trận  $A, C, B$  và việc chia mỗi khoảng thời gian ra thành  $q$  điểm, tương ứng với phương pháp  $q$  điểm.

$$A = [a_{i,j}] \quad i, j = 1, \dots, q \quad \text{gọi là ma trận hệ số ẩn số}$$

$$B = [b_j] \quad j = 1, q \quad \text{gọi là véc tơ trọng số}$$

$$C = [c_j] \quad j = 1, q \quad \text{gọi là véc tơ hệ số nút}$$

các ma trận  $A, B, C$  phụ thuộc vào từng phương pháp,  $q$  gọi là nút thời gian được thêm vào giữa các nút khảo sát, nó phụ thuộc vào từng phương pháp, có thể  $= 2, 4, \dots$

Tại các nút  $t_1 \dots t_q$  ta tìm được  $Y_i$  như sau:

$$Y_i = Y_k + h \cdot a_{ij} \cdot Y_j' \quad (1.5)$$

$$i = 1 \dots q, j = 1 \dots q$$

ta cũng có

$$t_i = t_k + c_j \cdot h \quad (1.6)$$

Ta nhận được hệ:

$$f(Y_i, Y_i', t) = 0.$$

Giải hệ phương trình đại số (nói chung là phi tuyến) (1.5) ta nhận được các  $Y_i'$  ( $i = 1 \dots n \cdot q$ ).

Tiếp tục tính giá trị  $Y_{ik+1}$  tại  $t_{k+1}$ :

$$Y_{ik+1} = Y_k + h \cdot b_j \cdot Y_j' \quad (1.7)$$

sau đó ta lại quay lại (1.6) để tính tại bước thời gian tiếp theo cho đến khi vượt ra khỏi khoảng khảo sát.

Thuật giải như sau:

1.  $k=0$
2. Tính  $t_k=t_0+k.h$
3. Cho  $j=1..q$
4. Tính  $t_j=t_k.c_j.h$
5. Giải hệ (1.5) tìm  $Y_i'$   $i=1..n*q$
6. Tính  $Y_{ik+1}$  theo (1.7)
7. Nếu  $k<số nút q$   
 $k=k+1$ , Quay lại 2
- Sai thì đến 6
8. Kết thúc.

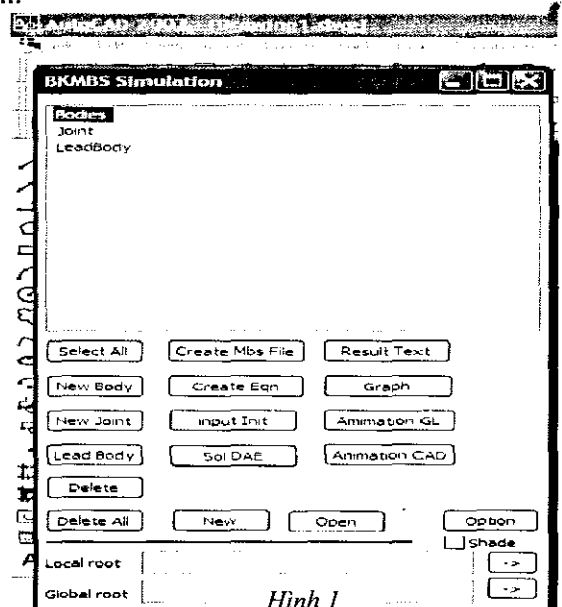
## 6. CHƯƠNG TRÌNH BKSIM

Bằng việc sử dụng các phương pháp và thuật giải trên, nhóm chúng tôi xây dựng một phần mềm chạy trực tiếp trong nền AutoCAD. Chương trình này có thể thực hiện cùng với AutoCAD, khi thực hiện các lệnh của BKSIM giống như thực hiện các lệnh của CAD.

Các dữ liệu cơ học của cơ hệ được lưu trữ cùng với các thuộc tính của bản vẽ CAD, giao diện chính chương trình như hình 1.

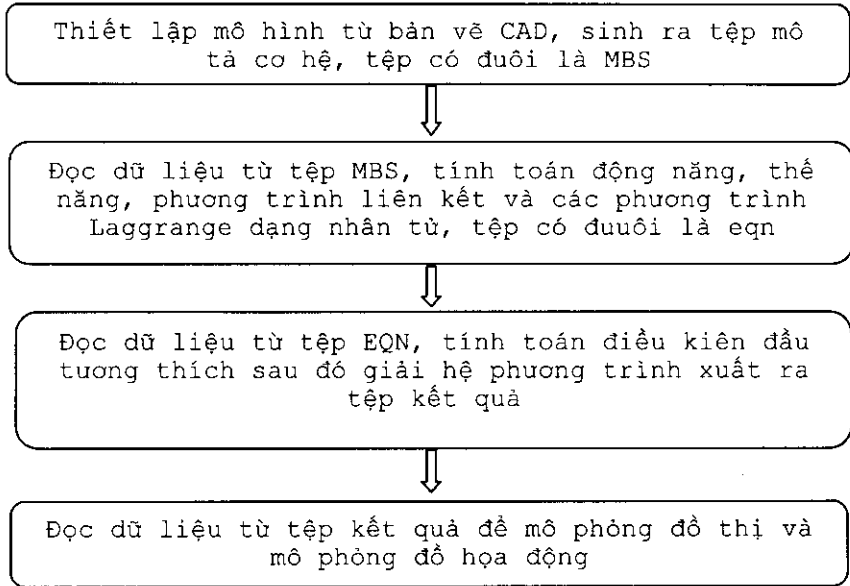
Các chức năng chính trong chương trình gồm:

- Các thao tác với vật :
  - Tạo một vật mới
  - xóa vật
  - Sửa thông tin của vật.
- Các thao tác với liên kết:
  - Tạo mới
  - xóa liên kết
  - Sửa thông tin liên kết.
- Các thao tác chung:
  - Thiết lập hệ phương trình, chức năng này cho phép người sử dụng nhận được hệ phương trình dạng Symbolic.
  - Nhập điều kiện đầu cho cơ hệ.
  - Giải hệ phương trình vi phân chuyển động sau khi có điều kiện đầu.
  - Xem kết quả dạng đồ thị
  - Mô phỏng đồ họa động.



Hình 1

Như vậy với chương trình BKSIM ta có thể khảo sát và mô phỏng một cơ hệ trực tiếp từ bản vẽ CAD. Các mô đun riêng biệt đều được tích hợp vào phần mềm, được chia thành 04 phần độc lập, chạy tuần tự, theo sơ đồ sau:



## 7. VÍ DỤ

Để có thể hiểu rõ khả năng và tính ưu việt của chương trình, sau đây ta xem xét các ví dụ để so sánh.

**Ví dụ 1.** Khảo sát cơ cấu tay quay con trượt: Hệ gồm 3 vật rắn, giả thiết AB khá lớn so với OA.

Khảo sát chuyển động của con trượt B.

Trước hết ta xem xét phương pháp cổ điển để tính toán cơ cấu [5].

Vị trí con trượt B được xác định bởi thông số định vị  $X_B$ , ta có:

$$X_B = OH + HB = r \cos \varphi + l \cos \psi$$

Mặt khác có

$$AH = r \sin \varphi = l \sin \psi. \text{ Do đó}$$

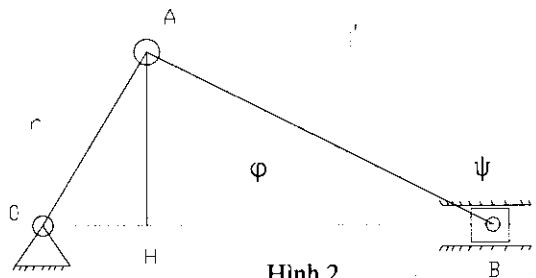
$$\sin \psi = \lambda \sin \varphi; \cos \psi = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi}; \lambda = \frac{r}{l}$$

Do giả thiết  $\lambda$  khá bé, nên ta có:

$$\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi} \approx 1 - \frac{1}{2} \lambda^2 \sin^2 \varphi = 1 - \frac{\lambda^2}{2} \left( \frac{1 - \cos 2\varphi}{2} \right)$$

$$= \left(1 - \frac{\lambda^2}{4}\right) + \frac{\lambda^2}{4} \cos 2\varphi$$

Vậy hoành độ điểm B:



Hình 2

$$X_B \approx r \cos \varphi + l \left[ \left(1 - \frac{\lambda^2}{4}\right) + \frac{\lambda^2}{4} \cos 2\varphi \right] = l \left(1 - \frac{\lambda^2}{4}\right) + r \cos \varphi + \frac{r^2}{4l} \cos 2\varphi$$

Từ biểu thức trên ta suy ra vận tốc và gia tốc con trượt:

$$\dot{X}_B \approx -r \dot{\varphi} \left( \sin \varphi + \frac{r}{2l} \sin 2\varphi \right)$$

$$\ddot{X}_B \approx -r \ddot{\varphi} \left( \sin \varphi + \frac{r}{2l} \sin 2\varphi \right) - r \dot{\varphi}^2 \left( \cos \varphi + \frac{r}{l} \cos 2\varphi \right).$$

Ta thấy rằng tính toán theo cách này không tổng quát và tương đối phức tạp. Hơn nữa phải sử dụng công thức tính gần đúng. Sau đây ta xem xét cách chương trình BKSIM tính toán hệ trên:

Sau khi người dùng nhập vào các kết thông số đầu vào cho cơ hệ, ta thu được kết quả như sau:

- **Kinetic energy: Động năng của cơ hệ**

$$1/2 * m_3 * x_3'^2 + 1/2 * m_2 * x_2'^2 + 1/2 * m_2 * y_2'^2 + 1/2 * i_2 * \dot{\theta}_2'^2 + 1/2 * i_1 * \dot{\theta}_1'^2$$

- **Potential energy: Thế năng của cơ hệ**

$$g * m_2 * y_2 + m_1 * g * s_1 * \sin(\theta_1)$$

- **Equation: Phương trình của cơ hệ**

$$x_3'' * m_3 - l d_1;$$

$$x_2'' * m_2 + l d_1 - l d_3;$$

$$y_2'' * m_2 + m_2 * g + l d_2 - l d_4;$$

$$\ddot{\theta}_2 * i_2 - s_2 * \sin(\theta_2) * l d_1 + l d_2 * \cos(\theta_2) * s_2 - l d_3 * \sin(\theta_2) * s_2 + l d_4 * \cos(\theta_2) * s_2;$$

$$\ddot{\theta}_1 * i_1 + s_1 * g * m_1 * \cos(\theta_1) - q_1 - l d_3 * \sin(\theta_1) * l_1 + l d_4 * \cos(\theta_1) * l_1;$$

$$x_2 + s_2 * \cos(\theta_2) - x_3;$$

$$y_2 + s_2 * \sin(\theta_2);$$

$$l_1 * \cos(\theta_1) - (x_2 - s_2 * \cos(\theta_2));$$

$$l_1 * \sin(\theta_1) - (y_2 - s_2 * \sin(\theta_2));$$

Ở đây các thông số như sau:

$m_1, m_2, m_3$ : là khối lượng vật 1, 2, 3;  $x_3$ : vị trí khâu 3;  $x_2, y_2, \theta_2$ : là giá trị tọa độ x, y của trọng tâm và góc xoay so với phương x của vật 2;  $\theta_1$ : là góc của vật 1;  $s_1$ : là giá trị vị trí khối tâm vật 1;  $g$ : gia tốc trọng trường.

$l d_1, l d_2, l d_3, l d_4$ : là các nhân tử lagrange, đây chính là các thành phần phản lực tại các liên kết;

$i_1, i_2$ : là mô men quán tính của vật 1 và 2.

Sau khi giải phương trình chuyển động với các điều kiện đầu là:

Thời gian ban đầu:  $t_0 = 0,000000$ .

Bước tích phân:  $h = 0,010000$ .

Thời gian cuối:  $t1 = 5,000000$ .

Sai số giải hệ:  $xtoll = 0,000010$ .

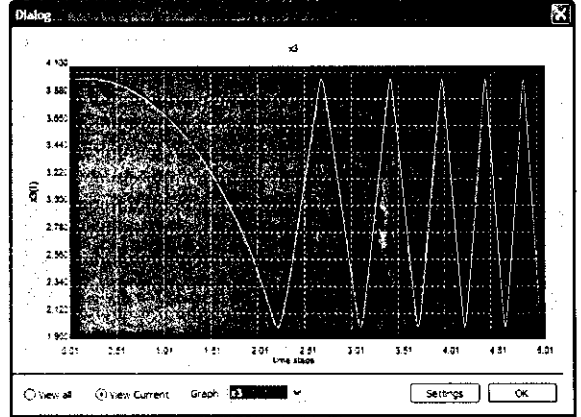
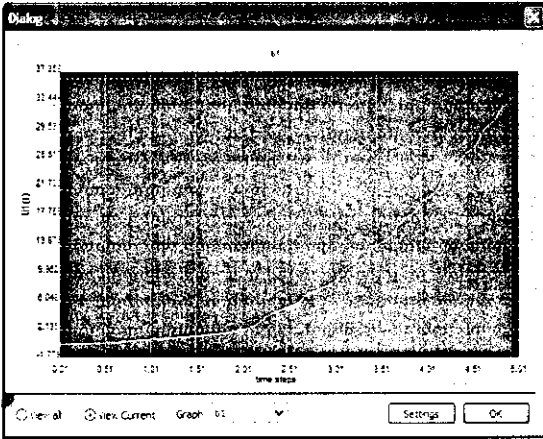
Vị trí đầu:  $ti1 = 0$ .

Vận tốc ban đầu:  $ti1' = 0$ .

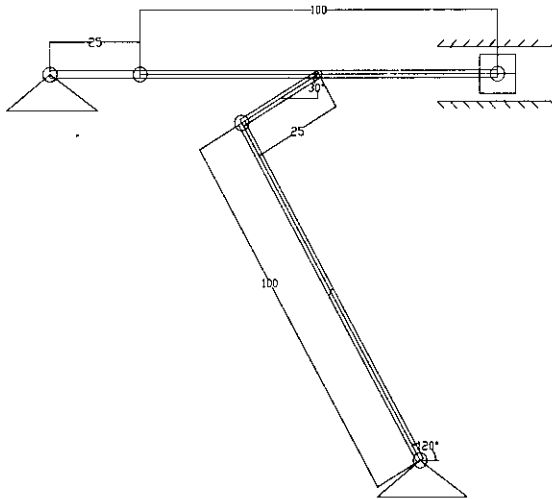
Các giá trị khác:  $g = 9,8$ ;  $m3 = 20$ ;  $i3 = 1$ ;  $m2 = 5$ ;  $i2 = 1$ ;  $m1 = 5$ ;  $i1 = 1$ ;  $s1 = 0,5$ ;  $q1 = 55$ ;  $s2 = 1,5$ ;  $l1 = 1$ .

Kết quả số dạng đồ thị như sau:

Giá trị góc quay của vật I và tọa độ  $X_B$  của vật B như hình vẽ:



Xét một ví dụ 2, phức tạp hơn. Ở ví dụ này nếu khảo sát cơ hệ theo phương pháp cổ điển rất khó khăn nếu không muốn nói rằng không thể. Cơ cấu gồm 5 khâu.



Sau khi dùng BKSIM giải ra, một số kết quả như sau: Hệ phương trình là:

$$x3^{**}m3 - ld5 = 0;$$

$$ti5^{**}i5 + s5*g*m5*cos(ti5) + ld3*sin(ti5)*l5 - ld4*cos(ti5)*l5 = 0;$$

$$x4^{**}m4 - ld1+ld3 = 0;$$

$$y4^{**}m4 + m4*g - ld2 + ld4 = 0;$$

$$ti4^{**}i4 + s4*sin(ti4)*ld1 - ld2*cos(ti4)*s4 + ld3*sin(ti4)*s4 - ld4*cos(ti4)*s4 = 0;$$

$$x2^{**}m2 + ld1 + ld5 - ld7 = 0;$$

$$y2^{**}m2 + m2*g + ld2 + ld6 - ld8 = 0;$$

$$ti2^{**}i2 - s2*sin(ti2)*ld5 + ld6*cos(ti2)*s2 - ld7*sin(ti2)*s2 + ld8*cos(ti2)*s2 = 0;$$

$$ti1^{**}i1 + s1*g*m1*cos(ti1) - q1 - ld7*sin(ti1)*l1 + ld8*cos(ti1)*l1 = 0;$$

$$x2 - (x4 + s4*cos(ti4)) = 0;$$

$$y2 - (y4 + s4*sin(ti4)) = 0;$$

$$x4 - s4*cos(ti4) - (h1 + l5*cos(ti5)) = 0;$$

$$y4 - s4*sin(ti4) - (h2 + l5*sin(ti5)) = 0;$$

$$x2 + s2*cos(ti2) - x3 = 0;$$

$$y2 + s2*sin(ti2) = 0;$$

$$l1*cos(ti1) - (x2 - s2*cos(ti2)) = 0;$$

$$l1*sin(ti1) - (y2 - s2*sin(ti2)) = 0;$$

Tại đây các giá trị ld1, ld2...: là các giá trị lamda chương trình tự động thêm vào, đây chính là các nhân tử lagrange, các giá trị ti1, ti2...: là các giá trị góc xoay.

Các điều kiện đầu là:

$$[COMMON]: t0 = 0,000000; h = 0,100000; t1 = 50,000000; xtoll = 0,000010; feps = 0,000000;$$

$$[PARAMETERS]: g = 9,8; m3 = 1; i3 = 1; m5 = 1; i5 = 1; h1 = 103; h2 = -99; s5 = 50; m4 = 1; i4 = 1; m2 = 1; i2 = 1; m1 = 1; i1 = 1; s1 = 12,5; q1 = 500; s4 = 12,5; l5 = 100;$$

$$s2 = 50; l1 = 25;$$

[UNKNOWN]

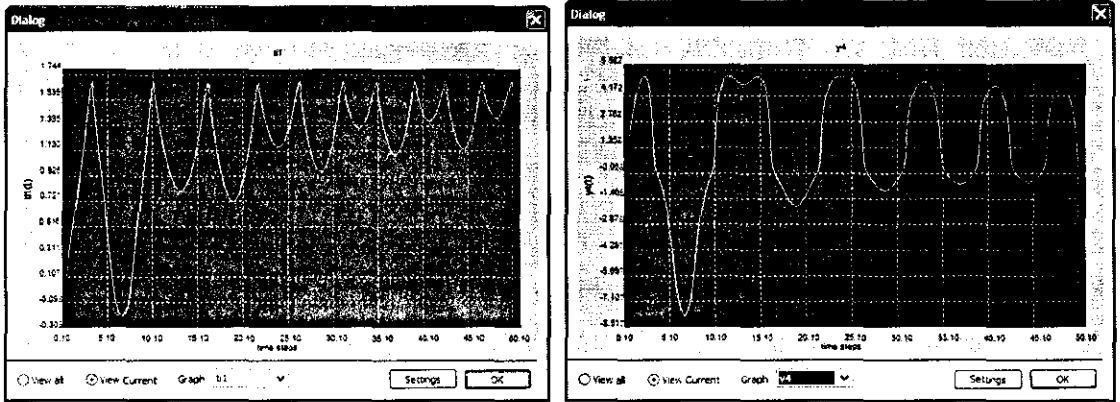
$$ti1 = 0,000000; ti1' = 0,000000; x3 = 125,0000000160; ti5 = 1,6009831961; x4 = 87,4908854296; y4 = 0,4772204664; ti4 = -9,3865910820;$$

$$x2 = 75,0000000000; y2 = 0,0000000000; ti2 = 0,0000000000; x3' = 0,0000000000; ti5' = 0,0000000000; x4' = 0,0000000000; y4' = 0,0000000000$$

$$ti4' = 0,0000000000; x2' = 0,0000000000; y2' = 0,0000000000; ti2' = 0,0000000000; ld1 = 0,6224190193; ld2 = 8,0172928821; ld3 = 0,3877439268.$$

$$ld4 = -7,9393300862; ld5 = 0,0000000000; ld6 = -15,0557233357; ld7 = 0,6224190193; ld8 = 15,0606429651.$$

Kết quả số được BKSIM giải ra dạng đồ thị như sau:



## 8. KẾT LUẬN

Bài báo này đã giới thiệu tóm tắt các quy trình giải quyết một hệ cơ cấu bằng phương pháp động lực học hệ nhiều vật, bao gồm: Xây dựng phương trình chuyển động của cơ hệ, xây dựng mô hình, sử dụng mô đun xử lý symbolic, giải hệ phương trình vi phân đại số, mô phỏng đồ họa động. Bằng phương án sử dụng xử lý symbolic cho ta một cách thiết lập hệ phương trình thuận lợi. Ta có thể nhận được hệ phương trình dạng chữ có thể phục vụ cho việc mô phỏng, tính toán và điều khiển.

Trên cơ sở các bước trên, chương trình BKSIM được xây dựng để minh chứng cho thuật giải, chương trình hiện nay chạy khá tốt trên nền AutoCAD và sẽ được nâng cấp ngày càng hoàn thiện hơn

*Lời cảm ơn.* Công trình này được hoàn thành với sự tài trợ của Chương trình Nghiên cứu Cơ bản trong Khoa học Tự nhiên.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Đinh Văn Phong, Lê Hồng Lam - Algorithm for symbolic processing in building equations of MBS, Tuyển tập Báo cáo hội nghị Cơ học Toàn quốc, 2004.
2. Đinh Văn Phong, Lê Hồng Lam - Symbolic simplifying algorithm for building equation of motion of multibody system, National Conference on Engineering Mechanics and Automation, 2006 Bách Khoa Publishing House, Hanoi.
3. Đinh Văn Phong, Lê Hồng Lam, Nguyễn Mạnh Cường - Tách liên kết và xây dựng các phương trình chuyển động dưới dạng Symbolic, Báo cáo Hội nghị Cơ học Toàn quốc lần thứ VIII, 2007.
4. Lê Hồng Lam - Xây dựng modul cho bài toán giải bài toán giải và mô phỏng hệ nhiều vật, Luận văn Thạc sĩ Cơ học ứng dụng, 2002.
5. Đỗ Sanh, Nguyễn Văn Đình, Nguyễn Văn Khang - Cơ học tập 1, Tĩnh học và Động học, NXB Giáo dục, 2001.

6. Do Sanh - On the Principle of Compatibility and Equations of Motion of Constrained Mechanical System, ZAMM 60, 13, Berlin, 1980, pp. 210-212.
7. Do Sanh, Dinh Van Phong, Nguyen Nhat Le - On Numerical Methods for Constrained Mechanical Systems, Proceedings of IUTAM Symposium on Recent Development in Non-linear Oscillation of Mechanical Systems, Kluwer Academic Publisher, Dodrecht/Boston/London, 1999, pp. 207-216.
8. Dinh Van Phong - Successive Algorithm for Construction of Equation of Motion of constrained Mechanical Systems, Vietnam Journal of Mechanics 24 (1) (2002) 1-14.
9. Nguyễn Văn Khang - Động lực học hệ nhiều vật, NXB Khoa học và Kỹ thuật, 2007.

## SUMMARY

### BUILDING EQUATIONS OF MOTION AUTOMATICALLY AND SIMULATION OF MECHANIC SYSTEM

This paper presents some algorithms and solutions for building equation of motion and simulation of mechanic system. All fields as setting mechanical model from AutoCAD drawing, building equation of motion, symbolic processing, solving diffrencial algebraic equation (DAE) and graphic simulation using OPENGL are discussed.

Base on these algorithms, the software for simulation (BKSIM) is also introduced in this paper. Then one example is shown for illustrating the theoretical treating and algorithms. Then more complex example also discussed.

*Địa chỉ:*

*Nhận bài ngày 29 tháng 5 năm 2008*

Lê Hồng Lam, nghiên Cứu sinh Viện cơ học.

Dinh Văn Phong, Bộ môn Cơ học trường, Đại học Bách khoa Hà Nội.