

VAI TRÒ SÁNG TẠO CỦA TƯ DUY TOÁN HỌC TRONG NHẬN THỨC KHOA HỌC

LÊ VĂN ĐOÁN(*)

Để làm rõ vai trò sáng tạo của tư duy toán học trong nhận thức khoa học, trong bài viết này, tác giả đã đưa ra và luận giải sự thay đổi vai trò của toán học trong lịch sử nhận thức khoa học từ lập trường của chủ nghĩa duy vật biện chứng. Từ chỗ là công cụ chỉnh lý các luận điểm có được từ nhận thức kinh nghiệm, toán học đã đưa ra các dự đoán vượt trước cho những phát kiến mang tính lý luận. Từ chỗ là công cụ chế biến thông tin, toán học đã tham gia vào quá trình nhận thức quy luật. Và, từ chỗ là công cụ hỗ trợ cho nghiên cứu, toán học đã trở thành phương tiện nghiên cứu được sử dụng thường xuyên và nhiều khi là công cụ duy nhất có hiệu lực trong hoạt động khoa học.

Tên cơ sở nghiên cứu nguồn gốc và bản chất của đối tượng toán học, chúng ta nhận thấy rằng, toán học không chỉ là một môn khoa học thuần túy về lý luận, mà còn có vai trò tích cực trong hoạt động nhận thức của con người. Với những đặc điểm đối tượng của mình, toán học ngày càng thâm nhập sâu rộng vào các lĩnh vực khoa học khác nhau, giữ một vị trí đặc biệt trong nhiều khoa học và vì thế, bao trùm một phạm vi rộng lớn của hoạt động thực tiễn. Trong nhận thức, toán học thực hiện chức năng phát kiến, nhưng lại không có tham vọng giải thích các quy luật phát triển của tri thức khoa học như phép biện chứng duy vật. Do vậy, để làm rõ vai trò sáng tạo của tư duy toán học, trước hết phải làm sáng tỏ vai trò của nó đối với các khoa học khác.

Trước đây, với đối tượng còn ở trình độ trừu tượng thấp như các số và các hình hình học thì trong nghiên cứu khoa học, toán học chỉ được sử dụng chủ yếu vào việc cố định và chỉnh lý những dữ liệu thực nghiệm đã biết để từ đó, rút ra các công thức toán học và áp dụng chúng. Ngày nay,

sự phát triển như vũ bão của khoa học đã đặt ra những nhiệm vụ thực tiễn rất phức tạp và đa dạng. Đối tượng khoa học nói chung là đối tượng khoa học liên ngành. Chính vì vậy, toán học muốn phát huy được sức mạnh của mình thì sự phát triển đối tượng của nó cũng phải được đặt trong mối liên hệ với đối tượng của các khoa học cụ thể khác. Chẳng hạn, khi các cấu trúc toán học được thiết lập thì việc áp dụng toán học đã có những thay đổi rất lớn. Chính sự áp dụng rộng rãi toán học trong nghiên cứu khoa học đã chứng tỏ vai trò phát kiến của toán học trong quá trình nhận thức thế giới khách quan.

Theo quan điểm hiện đại, sự chỉnh lý các dữ liệu thực nghiệm vẫn là một khâu quan trọng trong nhận thức các hiện tượng vật chất về mặt số lượng. Song, toán học không phải chỉ là một công cụ thuận tiện và có hiệu lực để minh họa bằng kí hiệu những lý thuyết cụ thể khác nhau. Vai trò của toán học không hạ xuống đến mức chỉ là phương tiện của các khoa học có ứng

(*) Tiến sĩ triết học, Phó chủ nhiệm Khoa Giáo dục Chính trị, Đại học Sư phạm Hà Nội.

dụng toán học. Toán học cho phép chúng ta dựa vào các đối tượng trừu tượng và các phép tính mà đi tới biểu thức toán học của những quan hệ không dễ dàng hoặc không thể tìm được bằng các phương tiện khác. Trong *Các bản thảo toán học*, C.Mác đã nhấn mạnh rằng, nhờ bước ngoặt về phương pháp, toán học đã thay đổi vai trò của mình trong nhận thức khoa học. Từ chỗ chỉ ra phương pháp để cố định các chân lý trong các dạng hình thức, toán học đã biến thành phương pháp có khả năng tìm ra những cái chưa biết, chưa tìm thấy.

Trong điều kiện phát triển của khoa học và công nghệ, quá trình toán học hóa các khoa học ngày càng diễn ra một cách sâu sắc thì việc áp dụng các phương pháp toán học cũng có những biến đổi căn bản. Điều đó thể hiện ở chỗ, người ta không đi từ các dữ kiện thực nghiệm có thực đến biểu thức toán học của chúng như trước kia đã làm, mà đi từ các dạng toán học đến những cái tương đương trong thực tế. Nếu như ở giai đoạn đầu, toán học đóng vai trò biểu diễn hình thức các dữ kiện hiện thực, thì ở giai đoạn sau, toán học nổi lên với tư cách lĩnh vực tham gia một cách tích cực vào việc hình thành các lý thuyết mới. Xét ở trình độ đó, toán học không còn chỉ là công cụ để chế biến các thông tin, mà đã tham gia vào việc nhận thức các quy luật. Như vậy, từ chỗ là công cụ hỗ trợ cho nghiên cứu, toán học đã trở thành một phương tiện nghiên cứu được sử dụng thường xuyên và nhiều khi là công cụ duy nhất có hiệu lực trong hoạt động khoa học.

Trong lịch sử khoa học, chúng ta đã được chứng kiến những sự biến đổi thường xuyên diễn ra, mà bản thân chúng có liên quan đến việc thay đổi vai trò của toán học trong các khoa học. Nếu như trước đây, vai

trò của toán học trong các khoa học, như hóa học, sinh học, ngôn ngữ học, kinh tế học, chỉ hạn chế ở mức độ ứng dụng các phương pháp thống kê để chỉnh lý các dữ kiện thực nghiệm thì ngày nay, người ta đã nói nhiều về quan điểm toán học trong sự phân tích cấu trúc của các đối tượng cơ bản của các khoa học đó, về sự thành lập các mô hình toán học của những hiện tượng được nghiên cứu. Thậm chí, cả những ngành khoa học có tính chất mô tả xa với toán học, như sinh học tiến hóa, thì trong thời gian gần đây, cũng đã có những thành tựu trong việc xây dựng các mô hình suy diễn toán học hóa. Ví dụ, nhà khoa học người Nga - Pêtrốp đã xây dựng được những lý thuyết tiên đề trong việc nghiên cứu hướng biến đổi của các hệ sống. Nhờ những phương pháp này, chúng ta có thể phát hiện ra hàng loạt tính chất lý thú của các quá trình tiến hóa, không phải bằng con đường thực nghiệm, mà bằng cách suy diễn từ các tiên đề, tương tự như việc chứng minh định lý trong toán học hiện đại.

Trong kinh tế chính trị học, chính C.Mác đã công nhận vai trò sáng tạo của toán học trong nhận thức kinh tế. Khi nghiên cứu phương thức sản xuất tư bản chủ nghĩa, ông đã thường xuyên quan tâm đến toán học, coi đó là phương pháp phát hiện những sự kiện mới. Trong thư gửi Ph.Ăngghen ngày 31 - 5 - 1873, C.Mác đã nói về khả năng sử dụng "phương pháp toán học" để rút ra từ đó những quy luật chủ yếu của các cuộc khủng hoảng từ "các biểu đồ mà trong đó giá cả, tỷ suất chiết khấu, v.v. và v.v. được trình bày trong sự biến động của chúng"(1). Trong thư gửi

(1) C.Mác và Ph.Ăngghen. *Toàn tập*, t.33. Nxb Chính trị Quốc gia, Hà Nội, 1997, tr.121, 122.

Ph.Ăngghen ngày 8 – 1 – 1868, khi dẫn ra những luận điểm mà O.Đuyrinh không nắm được, C.Mác đã coi tiền lương như một "hình thức biểu hiện bất hợp lý của những mối quan hệ ẩn giấu sau nó" và khẳng định "trong toán học cao cấp", chúng ta "thường gặp các công thức ấy"(2).

Sự biến đổi vai trò của toán học trong khoa học rất dễ nhận thấy ở vật lý học. Điều này đã được nhà vật lý học người Mỹ – Edison khẳng định: "Đối với nhà vật lý, toán học không chỉ là một công cụ mà dựa vào đó, có thể diễn tả bất cứ hiện tượng nào về lượng, mà còn là cội nguồn chủ yếu của những khái niệm và nguyên tắc được lấy làm chỗ dựa cho việc xây dựng những lý thuyết mới"(3). Nếu như trước kia, vật lý học cổ điển chỉ vạch rõ những mối quan hệ của các đại lượng toán học xác định đối với các vật thể và các quá trình vật lý để rồi sau đó, tìm ra các phương trình liên kết giữa chúng nhờ diễn tả được các quy luật vật lý, thì vật lý lý thuyết hiện đại lại sử dụng những đối tượng toán học trừu tượng dưới dạng các kí hiệu, rồi sau đó mới tìm những biểu hiện vật lý của chúng.

Vai trò sáng tạo của tư duy toán học trong nhận thức được thể hiện khá rõ nét ở chỗ, toán học được xem như một công cụ không thể thiếu được đối với các khoa học trong việc khám phá và tìm ra bản chất của các sự vật và hiện tượng của thế giới khách quan.

Sự biến đổi vai trò của toán học trong khoa học đã dẫn tới việc phải xem xét lại một quan niệm về quá trình nhận thức đã quen thuộc đối với những người nghiên cứu tự nhiên. Đó là quan niệm được hình thành một cách tự phát ở các nhà nghiên cứu mà trên thực tế, họ chỉ làm việc với những hiện

tượng ít nhiều có thể quan sát được một cách trực tiếp. Nhìn chung, những nhà nghiên cứu tự nhiên bao giờ cũng sử dụng một đối tượng cụ thể nào đó để tiến hành thí nghiệm và trên cơ sở đó, đi tới những kết luận tổng quát. Ở đây, vai trò của toán học chỉ là việc chỉnh lý lại những gì đã thu được qua thí nghiệm. Đối với họ, toán học chỉ tham gia vào quá trình nhận thức, khi kiến thức đã được tìm ra cùng với nhiệm vụ đặt ra là trình bày, biểu diễn kiến thức đó dưới dạng kí hiệu, đồng thời rút ra những hệ quả định lượng chặt chẽ.

Việc gia tăng tính chất trừu tượng của vật lý học hiện đại và hệ quả của nó là sự ứng dụng rộng rãi công cụ lôgic toán đã mang lại cho vật lý học những dữ kiện mới trên cơ sở toán học thuần túy. Dựa vào việc giải các phương trình toán học, người ta có thể rút ra kết luận về bản chất của một hiện tượng vật lý mà không một nhà thực nghiệm nào từng gặp trước đó. Nhiều ngành toán học được áp dụng trong những lý thuyết vật lý khác nhau đã xuất hiện một cách độc lập, thậm chí trước cả khi nghiên cứu bản thân các lý thuyết vật lý ấy. Thế nhưng, sự áp dụng chúng lại là điều kiện cần thiết cho việc xây dựng các lý thuyết vật lý này. Các quy luật của tự nhiên thường được khám phá bởi sự đột phá sắc bén của các công cụ toán học trước khi nội dung và ý nghĩa vật lý của chúng được phát hiện.

Một thí dụ điển hình về nhận định trên là việc tìm ra hạt pôzitrôn. Như chúng ta đã biết, trong thế giới vi mô, không hiếm trường hợp các hạt chuyển động với vận tốc

(2) C.Mác và Ph.Ăngghen. *Sđđ.*, t. 32, tr.21.

(3) Dẫn theo: Klein. *Toán học cơ sở từ quan niệm của toán học cao cấp*, t.1, Mátxcova, 1967, tr.112.

gần bằng vận tốc ánh sáng, song vì phương trình Srôđingơ: $H\Psi = i\hbar \frac{d\Psi}{dt}$

(trong đó, H : toán tử Haminton; i : số ảo; $\hbar$: hằng số Plăng; Ψ : hàm sóng mô tả trạng thái hạt vi mô phụ thuộc vào tọa độ và thời gian) chỉ áp dụng được cho những hạt có vận tốc rất nhỏ so với vận tốc ánh sáng và do vậy, dường như trong cơ học lượng tử, phương trình đó chỉ có được sự ứng dụng rất hạn chế. Nhưng vào năm 1928, nhà vật lý học người Anh - Đirác đã mở rộng phương trình Srôđingơ theo thuyết tương đối. Theo Đirác, nghiệm của phương trình này phụ thuộc vào một căn bậc hai có hai giá trị khác dấu và chính điều này đã đem lại cho chúng ta cơ sở để dự đoán rằng, ngoài electron ra, còn tồn tại một hạt có khối lượng, có Spin và các tính chất khác giống như điện tử nhưng lại khác điện tử về dấu của điện tích. Đến năm 1932, nhà vật lý học người Mỹ - Andécson mới xác định được sự tồn tại thực sự của hạt pôzitrôn. Từ đó, đặc biệt là trong giai đoạn hiện đại, các phản hạt của phần lớn các hạt đã được tìm ra một cách tương tự như hạt pôzitrôn. Như vậy, căn cứ vào tính chất của các khách thể toán học trừu tượng, người ta có thể dự đoán được những cấu trúc phức tạp của thế giới vật chất. Đây được coi là một thí dụ thể hiện khá sinh động tính sáng tạo của tư duy toán học trong nhận thức khoa học.

Lịch sử vật lý học đã cho thấy không ít những thí dụ mà trong đó, nhờ toán học, nhiều phát minh khoa học đã được dự đoán về mặt lý thuyết. Hiện tượng này buộc chúng ta phải quan tâm đến phương diện triết học, nhất là từ khi hiện tượng này được chủ nghĩa duy tâm sử dụng, hoặc lúc nó đã trở thành một vấn đề nan giải. Khi

đề cao vai trò sáng tạo lớn lao của tư duy toán học nhưng lại không thấy được cơ sở thực tế của nó, Hâydenbéc đã đi đến kết luận rằng, vật lý học hiện đại tiến lên theo con đường mà Platon và trường phái Pitago đã đặt ra. Tập thể tác giả Pháp theo trường phái Bourbaki khi bàn về mối quan hệ giữa thế giới thực nghiệm và thế giới toán học đã đưa ra nhận xét rằng, sự liên quan chặt chẽ giữa các hiện tượng thực nghiệm và các cấu trúc toán học đã được những phát minh gần đây của vật lý học hiện đại xác nhận một cách hoàn toàn ngẫu nhiên, nhưng chúng ta lại hoàn toàn không biết nguồn gốc sâu xa của điều đó và chắc chắn là không bao giờ biết được.

Theo quan điểm duy vật mácxít, để giải thích các dự đoán toán học về lý thuyết các hiện tượng, con người thường dựa trên hàng loạt các nguyên tắc quan trọng, như tính song hành giữa hình thức và nội dung, giữa mâu thuẫn và sự thống nhất, chuyển hóa lẫn nhau, v.v.. Chẳng hạn, theo nguyên tắc về tính song hành giữa hình thức và nội dung thì, *một là*, mỗi thành phần của hình thức tương ứng với một thành phần bản chất xác định của nội dung; *hai là*, cách thức quan hệ của các thành phần hình thức tương ứng với cách thức quan hệ của các thành phần nội dung. Do vậy, chúng ta có cơ sở để nghĩ rằng, chỉ cần vận dụng trên bình diện hình thức mà không cần có sự phân tích đặc biệt nào về các thành phần nội dung, chúng ta cũng có thể tái hiện được một mảng nội dung xác định, đẳng cấu với kết cấu hình thức. Song, bản thân các cấu trúc toán học, trước khi được gán cho một sự thể hiện, không hề nói gì về một mảng nào đó của thực tại. Chúng là những dạng phổ dụng nào đó, có khả

năng chứa đựng những nội dung khác nhau. Bất kỳ một lý thuyết vật lý nào cũng bao gồm hai phần bổ sung lẫn nhau, trong đó, một phần là các phương trình của lý thuyết thiết lập các hệ thức giữa các ký hiệu toán học xác định mà thiếu nó, nói chung không có lý thuyết; phần còn lại là mối quan hệ giữa các ký hiệu đó với thế giới vật lý mà nếu thiếu nó, lý thuyết trở thành ảo tưởng, trống rỗng và không có giá trị đích thực. Ý nghĩa và giá trị của phần thứ hai thường hay bị lãng quên khi lý luận đã được khẳng định một cách chắc chắn.

Nguyên tắc về tính song hành giữa hình thức và nội dung không tính đến sự độc lập tương đối của các quy luật hoạt động của các dạng thức ký hiệu. Nếu chúng ta chiếu trực tiếp một cấu trúc toán học lên tự nhiên mà không có sự phân tích riêng về nội dung, thì rất dễ phạm phải những sai lầm không thể dự kiến được. Phê phán sai lầm mà Duyrinh đã mắc phải khi thừa nhận sự tồn tại khởi điểm của vũ trụ trong không gian và thời gian, Ph.Ăngghen đã nhấn mạnh rằng, “ảo tưởng” đó đã không thể xảy ra nếu chúng ta “không có thói quen toán học vận dụng những chuỗi vô tận”, bởi “trong toán học, cần phải xuất phát từ cái xác định, cái có hạn, để đi đến cái không xác định, cái vô hạn”, mà “nhu cầu trên ý niệm của nhà toán học thì còn xa mới là một quy luật bắt buộc đối với thế giới hiện thực”(4). Ở đây, điểm đáng lưu ý là ở chỗ, thực tại không bắt buộc chúng ta phải chú ý đến nhu cầu lôgic của toán học. Ví dụ, trong toán học, người ta đưa ra luận điểm: trong không gian Ơclit mở rộng, hai đường thẳng song song kéo dài vô tận sẽ giao nhau tại một điểm, nhưng từ đó, hoàn

toàn không thể khẳng định rằng, trong thực tế, có thể minh họa được giao điểm đó.

Trong lịch sử khoa học, chính việc đồng nhất một cách cứng nhắc khả năng với tồn tại thực tế trên cơ sở toán học đã đưa Spinôda đến chỗ phủ nhận bản chất khách quan của ngẫu nhiên và khẳng định tự nhiên không phát triển theo thời gian. Tuy nhiên, nếu các cấu trúc toán học không phải là cái gì đó mà tư duy tìm thấy trong thực tiễn và nếu thực tiễn không được kết cấu theo mẫu các lược đồ toán học, thì vấn đề đặt ra ở đây là: vai trò của toán học trong nhận thức được thể hiện như thế nào?

Trong hiện thực không tồn tại các đối tượng như đường thẳng, mặt phẳng, nhóm, đa thức, cấu trúc, số và những đối tượng toán học tương tự khác. Đó không phải là điều khó hiểu. Bởi lẽ, nếu không có những kiến tạo đó thì con người không thể thấy được các vật hoàn toàn có thật. Thực tế chỉ trở nên hiểu được đối với chúng ta, khi nó được “sửa sang, chỉnh lý” bằng các phạm trù do ý thức chủ quan của con người tạo nên. Con người chia thời gian thành thế kỷ, năm, giờ, phút, v.v., trong khi thực tại lại hoàn toàn không có những cái đó. Mặc dù vậy, nếu thiếu những khái niệm này thì chúng ta sẽ không định hướng nổi thời gian hiện thực. Đối với không gian cũng thế, nếu con người không có những “thước đo” tương tự thì nó sẽ thực sự bị tràn ngập bởi những ấn tượng, cảm giác đổ lên nó. Đương nhiên, về mặt khách quan, con người có thể tiếp thu được những ấn tượng ấy, nhưng về mặt chủ quan, đã chắc gì nó có thể tiếp thu được chúng.

Nhận thức không bao giờ và không ở

(4) C.Mác và Ph.Ăngghen. *Sđđ.*, t.20, tr. 77.

đâu lại xuất phát một cách đơn giản từ các sự kiện. Chúng ta chỉ có thể thấy được các sự kiện có thực, khi có một phương pháp xác định để tiếp cận chúng, nghĩa là khi đã có một phương pháp xác định để "nhìn thấy" chúng. Có thể nói rằng, sự kiện chính là "không khi" của các nhà khoa học, nhưng nếu không có ý niệm trong đầu thì không thể thấy được sự kiện nào cả. Nhà bác học vĩ đại Niutơn chỉ tìm ra định luật vạn vật hấp dẫn sau khi quả táo đã rơi vào đầu ông. Trong thực tế, đã có những quả táo rơi vào đầu của nhiều người, vậy mà không có ai phát minh ra điều gì, bởi một lẽ giản đơn là những người đó chưa biết cách "nhìn thấy" những sự kiện ấy. Trở lại ví dụ về việc tìm ra pôzitron, chúng ta thấy, trong thực tế, người ta đã quan sát được pôzitron theo cách biểu hiện của nó trước khi phát hiện ra nó bằng toán học rất lâu, song không một ai quan niệm đó là một hạt vật lý có thực, chỉ sau khi các biện pháp toán học được sử dụng để dự đoán về sự tồn tại của nó thì nó mới được tìm thấy. Toán học cũng có vai trò tương tự như vậy trong việc dự đoán nhiều hạt cơ bản khác. Ở đây, điều cần nói là, nếu trong toán học chưa xuất hiện khái niệm số âm thì khó có thể thực hiện được dự đoán về sự tồn tại của hạt pôzitron.

Sự phát minh ra các quy luật cơ học, định luật vạn vật hấp dẫn ở thế kỷ XVII và sự phát triển của các quy luật truyền sóng, truyền nhiệt ở đầu thế kỷ XVIII chính là hệ quả của sự ra đời một thế giới quan mới, một nhận thức mới về thế giới. Những điều đó có được là nhờ sự xuất hiện các phép tính vi phân và tích phân, bởi chỉ có những

khái niệm toán học mới về vận tốc và gia tốc dựa trên đạo hàm và tích phân mới có thể đảm bảo được khả năng xây dựng các mô hình của những hiện tượng này. Trong thuyết tương đối hẹp của Anhtanh, toán học đã phát huy sức mạnh của nó, khi vạch ra được mối liên hệ giữa chiều dài của vật chuyển động so với lúc đứng yên theo công thức:

$$l = \frac{l_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

(trong đó: l_0 : chiều dài của vật khi đứng yên; l : chiều dài của vật chuyển động với vận tốc v ; c : vận tốc ánh sáng).

Trong thuyết tương đối rộng, các phương trình hấp dẫn đã vạch ra mối liên hệ giữa khối lượng và vận tốc của một vật chuyển động với các tính chất hình học của không gian xung quanh và sự trôi của thời gian. Từ đó, người ta đã rút ra một kết luận rất quan trọng là: nói chung, ở những điểm có trường hấp dẫn càng lớn thì không gian càng cong và thời gian trôi càng chậm. Điều đó cho thấy, công cụ toán học được sử dụng ở đây là hết sức trừu tượng và phức tạp. Sự "cong" của không gian ba chiều và hơn nữa, của không gian bốn chiều, trong đó có thêm chiều thời gian là những khái niệm rất khó hình dung gắn với bất kỳ biểu tượng trực quan nào. Các thuật ngữ nói trên chỉ có nghĩa là, các quy luật của hình học đã thay đổi, cụ thể là hình học phẳng Oclit không còn phát huy tác dụng ở đây nữa.

Vai trò sáng tạo của tư duy toán học trong nhận thức khoa học còn được thể hiện ở chỗ, toán học đem lại cho người nghiên cứu một cơ sở xác định để tiếp cận

các sự kiện có thực, thay việc tìm kiếm những hiện tượng nào đó một cách ngẫu nhiên bằng sự nghiên cứu có mục đích, có kế hoạch, v.v..

Vai trò tích cực của toán học trong nhận thức đã được thực tiễn lịch sử phát triển khoa học chứng minh. Song, do đặc điểm trừu tượng của mình, nhận thức toán học cũng không tránh khỏi nổi lên những hạn chế nhất định. Một lược đồ toán học nào đó thường len lỏi vào ý thức của người nghiên cứu, trói buộc họ với một thế giới quan nhất định. Nếu thế giới quan đó không được bổ sung bằng một sự phân tích về nội dung thì nó sẽ cản trở sự phát triển của khoa học. Trong lịch sử phát triển khoa học, những luận điểm của Arixtốt và Ptôlêmê về hệ địa tâm, trong đó mọi thiên thể đều chuyển động theo một mặt cầu và một hình tròn mà tâm là trái đất, nói chung đã làm ngừng trệ khoa học trong nhiều thế kỷ. Tình trạng trì trệ này được giải thích bằng nhiều nguyên nhân, nhưng theo nhà khoa học người Mỹ - F.Dyson thì nguyên nhân chính là tính phổ biến của hệ địa tâm với tư cách một trực giác toán học sai lầm khi cho rằng, chỉ có mặt cầu và hình tròn mới là hoàn mỹ.

Nếu chúng ta quan niệm nhận thức là sự ứng dụng những công cụ tư duy nhất định do ý thức chủ quan tự ý sáng tạo ra theo một phương thức độc lập trước khi bắt đầu quá trình nhận thức thì khi đó, khả năng nhận thức của con người là điều không thể giải thích được. Còn nếu quan niệm nhận thức chỉ được xác định bởi thế giới bên ngoài thì khi đó, cũng lại nảy sinh

ra một vấn đề tương tự. Sai lầm ở đây là ở chỗ, để bắt đầu một hoạt động nhận thức, cần phải có trước một số công cụ nhận thức nào đó, như các khái niệm, ý niệm, v.v. mà thiếu chúng, trước mắt chúng ta chỉ là một bức màn đêm và tất cả mọi cái đều không rõ ràng.

Như vậy, chỉ khi đứng trên lập trường của chủ nghĩa duy vật mácxít để coi nhận thức là quá trình biện chứng phản ánh thế giới khách quan trong ý thức con người mà nhờ đó, con người tư duy và không ngừng tiến đến gần khách thể thì khi đó, chúng ta mới có đủ cơ sở để giải thích đúng đắn những hiện tượng diễn ra trong tự nhiên, xã hội và tư duy.

Mọi khách thể toán học đều phát sinh từ những nhu cầu thực tiễn của con người và đạt đến tính độc lập nhất định trong một quá trình, mà theo C.Mác, đó là một cuộc "cách mạng trong phương pháp". Toán học chỉ có thể "nuôi dưỡng" các khoa học khác và phục vụ chúng bằng một nguyên tắc phát kiến quan trọng trong điều kiện nó thường xuyên hoàn thiện những công cụ trí tuệ của mình và không quên thực tiễn mà các công cụ đó phản ánh. Song, sự phát triển của toán học và đối tượng của nó không chỉ làm tăng mối quan hệ lẫn nhau và tính thống nhất của tri thức khoa học hiện đại đang có sự phân hóa mạnh mẽ, mà còn làm phong phú và sâu sắc thêm những dạng phản ánh thực tiễn. Quá trình toán học hóa các khoa học giúp chúng ta hiểu đúng đắn hơn về tự nhiên và xã hội; đồng thời, góp phần thúc đẩy mạnh mẽ sự tiến bộ của khoa học - công nghệ. □