

TOÁN HỌC VỚI NHỮNG HIỆN TƯỢNG NGẪU NHIÊN VÀ Ý NGHĨA THỰC TIỄN CỦA CHÚNG

LÊ VĂN ĐOÁN (*)

Như chúng ta đã biết, trong triết học mácxít, ngẫu nhiên và tất nhiên là một cặp phạm trù của phép biện chứng duy vật, có ý nghĩa phương pháp luận và thực tiễn rất lớn. Trên thực tế, các hiện tượng xảy ra trong thế giới xung quanh ta thật muôn hình muôn vẻ. Về đại thể, có thể phân chúng làm hai loại: một loại bao gồm các hiện tượng xảy ra có tính chất xác định và có thể biết trước, như nhật thực, nguyệt thực, sự lên xuống của thủy triều v.v., được gọi là những hiện tượng tất nhiên; loại thứ hai bao gồm những hiện tượng xảy ra tùy lúc và không thể dự đoán trước một cách chính xác, như số người sinh ra trong một ngày trên hành tinh của chúng ta, số ngày nắng, mưa trong một năm v.v., được gọi là các hiện tượng ngẫu nhiên.

Từ xưa đến nay, việc nghiên cứu các hiện tượng ngẫu nhiên là một vấn đề rất phức tạp. Trong thực tế, đã có nhiều quan điểm trái ngược nhau và do vậy, khó có thể có một câu trả lời mỹ mãn về vấn đề này. Song, theo quan điểm duy vật biện chứng, tất cả những hiện tượng ngẫu nhiên và tất nhiên đều là kết quả của những nguyên nhân nào đó. Sự khác nhau giữa chúng chỉ là ở chỗ, cái tất nhiên gắn liền với nguyên nhân cơ bản, nội tại của sự vật, còn cái ngẫu nhiên là kết quả tác

động của một số nguyên nhân bên ngoài. Trong thực tế, cũng đã có một số quan điểm cho rằng, những hiện tượng tất nhiên xảy ra theo quy luật, còn những hiện tượng ngẫu nhiên xảy ra không tuân theo quy luật. Theo chúng tôi, đó là một quan điểm sai lầm. Bởi lẽ, theo quan điểm mácxít, về thực chất, cả những cái tất nhiên và ngẫu nhiên đều tuân theo quy luật. Ở đây, sự khác nhau giữa chúng chỉ là ở chỗ, cái tất nhiên tuân theo một loại quy luật được gọi là quy luật động lực, còn cái ngẫu nhiên tuân theo một loại quy luật khác được gọi là quy luật thống kê. Quy luật động lực là quy luật mà trong đó, mối quan hệ giữa nguyên nhân và kết quả là mối quan hệ đơn trị, nghĩa là ứng với một nguyên nhân chỉ có một kết quả xác định. Chính vì vậy, nếu biết trạng thái ban đầu của một hệ thống nào đó, chúng ta có thể tiên đoán chính xác trạng thái tương lai của nó. Ngược lại, quy luật thống kê là quy luật mà trong đó, mối quan hệ giữa nguyên nhân và kết quả là mối quan hệ đa trị, nghĩa là ứng với một nguyên nhân thì có thể có những kết quả khác nhau. Vì vậy, theo quy luật thống kê, mặc dù biết trạng thái ban đầu của một hệ thống nào đó, nhưng người ta không thể tiên đoán chính xác được trạng thái của nó trong tương lai mà chỉ có thể

(*) Giảng viên, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội.

dự báo được với một xác suất nhất định.

Theo quan điểm duy vật mácxít, giữa cái tất nhiên và cái ngẫu nhiên luôn có mối quan hệ biện chứng sâu sắc. Mối quan hệ đó được biểu hiện ở chỗ, cái tất nhiên bao giờ cũng vạch đường đi cho mình xuyên qua vô số cái ngẫu nhiên, còn cái ngẫu nhiên là hình thức thể hiện của cái tất nhiên, bổ sung cho cái tất nhiên. Từ lập trường đó, có thể nói, tất cả những gì mà chúng ta thấy trong hiện thực và cho là ngẫu nhiên thì đều không phải là ngẫu nhiên thuần túy, mà là ngẫu nhiên đã bao hàm cái tất nhiên, có nghĩa là đằng sau chúng bao giờ cũng ẩn nấp cái tất nhiên nào đó. Về điều này, Ph.Ăngghen đã nhấn mạnh: "Cái mà người ta quả quyết cho là tất yếu lại hoàn toàn do những ngẫu nhiên thuần túy cấu thành, và cái được coi là ngẫu nhiên, lại là hình thức, dưới đó ẩn nấp cái tất yếu"(1).

Vấn đề chúng ta cần giải quyết ở đây là con người có tìm được cơ sở để hiểu biết về những hiện tượng ngẫu nhiên hay không? Bản thân chúng có quan hệ như thế nào với quy luật vận động của thế giới khách quan? Nếu chúng ta thừa nhận cái ngẫu nhiên thì nó có tính khách quan hay chỉ là kết quả của sự hạn chế của nhận thức chủ quan của con người? Nói cách khác, ngẫu nhiên là thuộc tính của nhận thức hay là thuộc tính của đối tượng khách quan? Những vấn đề như vậy đã được đặt ra trong suốt quá trình lịch sử nhận thức của con người.

Đêmôcrít, nhà triết học duy vật cổ đại nổi tiếng người Hy Lạp tuy có nhiều quan điểm tiến bộ về vấn đề này, song lại mắc một nhược điểm lớn khi phủ định tính ngẫu nhiên. Theo ông, mọi cái đều là tất yếu, đều đã được quyết định sẵn theo

nguyên nhân của chúng. Nhược điểm đó đã cho thấy rõ bản chất quyết định luận duy vật mang màu sắc định mệnh của Đêmôcrít. Đến thế kỷ XVIII, Spinôda - nhà triết học duy vật Hà Lan, đã có đóng góp lớn khi ông đưa ra nguyên lý về tính nhân quả bên trong của thế giới. Ở Spinôda, tính tất yếu đã gạt bỏ mọi sự can thiệp của thần thánh, nhưng ông cũng không giải thích được một cách đúng đắn mối quan hệ giữa tất yếu và ngẫu nhiên. Sai lầm của ông là đã phủ nhận tính khách quan của ngẫu nhiên và không thấy nó là một trường hợp riêng của tất yếu. Theo Spinôda, vì mọi cái trong tự nhiên đều tuân thủ tính tất yếu một cách nghiêm ngặt, cho nên ngẫu nhiên bị loại trừ. Ông coi ngẫu nhiên là cái mà chúng ta không biết nguyên nhân của nó, còn khi đã tìm ra nguyên nhân thì ngẫu nhiên trở thành tất yếu, do vậy, ngẫu nhiên hoàn toàn là phạm trù chủ quan. Điều đó chứng tỏ Spinôda không thừa nhận tính khách quan của ngẫu nhiên.

Xuất phát từ những nhận thức nêu trên, chúng ta sẽ xem xét cái ngẫu nhiên được nghiên cứu trong các lý thuyết toán học, trong đó lý thuyết xác suất và thống kê là cơ bản nhất. Lý thuyết xác suất và thống kê của toán học ra đời nhằm nghiên cứu các hiện tượng ngẫu nhiên, phát hiện ra quy luật hoạt động của chúng, thúc đẩy khoa học phát triển, tăng cường khả năng nhận thức của con người đối với thế giới khách quan.

Hiện tượng ngẫu nhiên là rất phổ biến trong thực tiễn, từ vật lý vi mô đến sinh học, hóa học, khí tượng học và các khoa học xã hội, v.v.. Vì thế, lý thuyết xác suất

(1) C.Mác và Ph.Ăngghen. *Toàn tập*, t.21. Nxb Chính trị Quốc gia, Hà Nội, 1995, tr.431.

ngày càng có vị trí đặc biệt quan trọng trong khoa học và được nghiên cứu một cách sâu sắc. Trong các lý thuyết toán học đã có nhiều quan niệm về khái niệm xác suất, nhưng ở bài viết này, chúng tôi chỉ đề cập đến định nghĩa cổ điển của xác suất và định nghĩa xác suất nhờ tần suất.

Trong các giáo trình toán học, xuất phát từ quan niệm coi xác suất là một đại lượng thể hiện mức độ xảy ra của một biến cố, người ta đưa ra định nghĩa cổ điển về xác suất như sau: "Nếu A là biến cố có $n(A)$ biến cố sơ cấp thích hợp với nó trong một không gian biến cố sơ cấp gồm $n(\Omega)$ biến cố cùng khả năng xuất hiện thì tỷ số $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$ được gọi là xác suất của A "(2).

Từ quan niệm trên, ta giả sử biến cố A được phân chia thành $A = A_1 + A_2 + \dots + A_n$ trong nhóm n biến cố đầy đủ $A_1, A_2, \dots, A_n$ của một phép thử nào đó có cùng khả năng xuất hiện thì xác suất của một biến cố nào đó chính là số đo khả năng khách quan xuất hiện của biến cố đó khi phép thử g được thực hiện. Định nghĩa về xác suất nhờ tần suất được mô tả như sau: "Giả sử ta tiến hành n phép thử độc lập, như nhau và theo dõi sự xuất hiện biến cố A có liên quan. Gọi n là số phép thử đã tiến hành, $n(A)$ là số phép thử có A xuất hiện, tỷ số $\frac{n(A)}{n}$ được gọi là tần suất của A . Trong toán học, người ta đã chứng minh được xác suất của biến cố A là $P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(A)}{n}$. Do đó, ta rút ra kết luận rằng, khi số phép thử n đủ lớn ta có thể

lấy tần suất của A thay cho xác suất $P(A)$ (mà ta chưa biết)"(3).

Trong toán học, không ai dùng nhiều phép thử để chứng minh định lý, nhưng để nghiên cứu toán học thì không có lý do gì ngăn cản các nhà toán học sử dụng nhiều phép thử; đặc biệt là trong thời đại ngày nay, máy tính điện tử cho phép xử lý rất nhanh các kết quả do từng phép thử mang lại. Thực chất của việc sử dụng phép thử trong toán học chính là việc tìm xác suất của một biến cố ngẫu nhiên nhờ tần suất của nó. Việc làm này không phải trong thời đại ngày nay mới được đề cập đến, mà ngay từ thế kỷ XVII, nhà toán học Thụy Sĩ - Bécnuili (1654 - 1705) đã chứng minh một định luật rất có ý nghĩa như sau: "Khi số lần thí nghiệm càng nhiều thì khả năng có sai lệch giữa xác suất và tần suất xuất hiện của hiện tượng là rất nhỏ. Nói cách khác, khi số lần thí nghiệm càng nhiều thì tần suất xuất hiện của hiện tượng ngẫu nhiên A dao động một cách ổn định gần giá trị P nào đó. Giá trị này gọi là xác suất của hiện tượng ngẫu nhiên A . Vậy có thể dùng tần suất để thay thế xác suất"(4).

Theo cách lập luận trên, ta biết rằng xác suất của một biến cố là số đo khả năng khách quan của việc xuất hiện biến cố đó. Nhưng, thực tế cho thấy, một biến cố có xác suất gần 1 thường xuất hiện còn biến cố có xác suất gần 0 thường không xuất hiện. Các biến cố có xác suất gần 0

(2) Dẫn theo: Đinh Văn Găng. *Lý thuyết xác suất và thống kê*. Nxb Giáo dục, Hà Nội, 2003, tr.11.

(3) Dẫn theo: Đinh Văn Găng. *Sdd.*, tr.134.

(4) Dẫn theo: Nguyễn Bá Đồ, Hồ Châu. *Các câu chuyện toán học*, t.1, "Tất nhiên trong ngẫu nhiên". Nxb Giáo dục, Hà Nội, 2001, tr.8.

(do đó các biến cố đối của nó có xác suất gần 1) thường được quan tâm. Tuy nhiên, mức độ quan tâm phụ thuộc vào tính chất, tầm quan trọng của sự việc. Chẳng hạn, khi xây dựng một đoạn đường hầm xuyên qua núi, xác suất đoạn đường hỏng là 0,01. Nó tuy là một đại lượng rất nhỏ nhưng không thể bỏ qua được, bởi với xác suất đó, việc sập hầm vẫn có thể xảy ra và gây hậu quả nghiêm trọng. Nhưng nếu sản xuất một lô hàng tiêu dùng thông thường, như quần áo v.v. với xác suất bị phế phẩm là 0,01 thì có thể bỏ qua được.

Từ khi lý thuyết xác suất ra đời, trong thực tế đã có rất nhiều lý thuyết ứng dụng nó, như lý thuyết trò chơi, lý thuyết xếp hàng, lý thuyết phục vụ đám đông, v.v.. Càng ngày, người ta càng nhận thấy rằng, những lĩnh vực trong đó có thể khẳng định "đúng", "sai" là rất ít so với các lĩnh vực trong đó không thể khẳng định "đúng" hay "sai", mà chỉ có thể nói đến một "xác suất" đúng hay sai P nào đó ($0 \leq P \leq 1$). Ví dụ, trong cơ học lượng tử, do lưỡng tính sóng hạt nên ta không thể khẳng định vị trí của một hạt ở một thời điểm xác định, mà chỉ có thể nói đến xác suất để hạt ở vị trí đó. Vào năm 1965, nhà toán học Mỹ - L.A.Zadels đã mở đầu cho việc hình thành toán học mờ - lĩnh vực toán học chuyên nghiên cứu về tập hợp mờ, tức là những tập hợp không có ranh giới rõ rệt vì không thể khẳng định được một phần tử nào đó là thuộc tập hợp hay không, mà chỉ có thể nói đến một xác suất P để phần tử thuộc tập hợp. Trong thực tế, có rất nhiều tập hợp mờ, chẳng hạn, M là tập hợp những ngày mưa trong năm 2005 và

hỏi ngày 10-10-2005 có thuộc M hay không? Ở đây, ta chỉ có thể đưa ra câu trả lời với một xác suất P nào đó.

Để làm rõ vấn đề, ta cần chú ý đến những biến cố ngẫu nhiên do rất nhiều nguyên nhân ngẫu nhiên gây ra mà mỗi nguyên nhân này chỉ có ảnh hưởng rất nhỏ. Việc tìm điều kiện để những biến cố như vậy xảy ra với xác suất gần 0 (hoặc gần 1) một cách tùy ý là nội dung các mệnh đề mang tên "luật số lớn". Ở đây, các nguyên nhân được biểu thị bằng những biến ngẫu nhiên, còn tác dụng tổng hợp của các nguyên nhân được thể hiện bởi "tổng" của những biến ngẫu nhiên theo một cách nào đó.

Tuy những hiện tượng ngẫu nhiên là không đoán trước được, song theo lý thuyết xác suất, người ta có thể nghiên cứu các hệ thống những hiện tượng để rút ra các quy luật về số lớn của chúng, đồng thời biểu diễn các quy luật này bằng nhiều mô hình toán học. Từ đó, chúng ta có thể lợi dụng được những hiện tượng ngẫu nhiên, thậm chí tạo ra những hiện tượng ngẫu nhiên tuân theo các quy luật số lớn để dùng vào những tính toán cụ thể. Vấn đề cốt yếu là ở chỗ, để hiểu được một hiện tượng ngẫu nhiên, ta phải xem xét nó trong mối quan hệ với một số lớn các yếu tố, các khả năng. Khi một hiện tượng ngẫu nhiên xảy ra thì có thể coi đó là tín hiệu của một hay nhiều quy luật mà hiện nay khoa học chưa biết đến, hay mới chỉ biết một phần. Chính vì vậy, người ta thường nói "cái tất nhiên bộc lộ ra bên ngoài qua cái ngẫu nhiên".

Trong toán học, lý thuyết xác suất và thống kê đã nghiên cứu rất nhiều những vấn đề có liên quan đến ngẫu nhiên, chủ yếu là các quá trình ngẫu nhiên, các dãy những hiện tượng ngẫu nhiên. Quá trình ngẫu nhiên, tức là quá trình bao gồm những bước diễn ra ở từng thời điểm cụ thể thì ta không hoàn toàn xác định được, nhưng nếu xét sự việc xảy ra của cả dãy thì rõ ràng nó cũng phải tuân theo một quy luật chung nào đó. Tóm lại, tìm hiểu về lý thuyết xác suất và thống kê tức là cố gắng tìm ra những quy luật chung đối với số lớn các hiện tượng, hoặc là số lớn các đối tượng mà nếu tách từng cái đơn nhất thì không nghiên cứu cụ thể được và không thể hiểu được. Trong lý thuyết xác suất, những định lý cơ bản là những định lý về số lớn các biến cố. Như vậy, phần lớn các quy luật thống kê, quy luật về những hiện tượng ngẫu nhiên là những quy luật nói về số lớn. Điều này hết sức quan trọng, bởi thông thường, khi nghiên cứu các đối tượng của thực tế, không phải bao giờ ta cũng có thể hiểu được sự vận động của cả một quần thể lớn trên cơ sở nghiên cứu sự vận động của từng đối tượng cụ thể. Trên thực tế, nhiều khi chúng ta không biết được hoạt động của từng đối tượng cụ thể, nhưng lại hiểu được hoạt động của cả một quần thể đối tượng nếu dựa vào những quy luật có tính chất thống kê, có tính chất xác suất. Nói cách khác, đối với từng cái cụ thể là ngẫu nhiên, nhưng đối với toàn thể lại là có quy luật. Chẳng hạn, ta xét chuyển động của một chất khí bao gồm hàng tỉ phân tử được đựng trong một bình. Rõ ràng, chúng ta không thể mô tả được sự vận động của từng phân tử khí, nhưng lại hoàn toàn có

thể hiểu được sự vận động chung của cả chất khí đó. Vì thế, có thể đưa ra kết luận rằng, trong một cái bình đựng khí mà không có trao đổi năng lượng với bên ngoài thì các phân tử khí có xu hướng chuyển động tự do với tốc độ ngày càng lớn. Ở đây, sự vận động của từng phân tử khí đối với nhận thức của chúng ta được xem là ngẫu nhiên, nhưng hiện tượng ngẫu nhiên đó lại được diễn tả bằng quy luật số đông mà thực chất, là quy luật có tính thống kê của một số lớn các phân tử.

Ta hãy xét một thí dụ khác. Nếu chúng ta tung một đồng tiền đồng chất lên, khi rơi xuống, nó có thể sấp, có thể ngửa. Điều này không thể là tất nhiên được, bởi chúng ta không thể tính toán được một cách chính xác các yếu tố tác động đến đồng tiền để khẳng định khi rơi xuống nó sẽ sấp hay ngửa. Do vậy, đối với chúng ta, đồng tiền rơi sấp hay ngửa là ngẫu nhiên. Như thế, chúng ta hoàn toàn bất lực trong việc nhận thức đồng tiền rơi sấp hay ngửa đối với từng lần tung một. Song, nếu tung đồng tiền lên nhiều lần, hàng trăm, thậm chí hàng nghìn lần, v.v. thì chúng ta sẽ thấy số lần sấp và số lần ngửa gần như bằng nhau. Do vậy, nếu xét nhiều lần tung, chúng ta có thể kết luận rằng, tỷ lệ giữa số lần sấp và ngửa xấp xỉ bằng 1. Đó là quy luật của cái ngẫu nhiên.

Như vậy, xét về mặt nhận thức, chúng ta nghiên cứu cái ngẫu nhiên nhằm tìm ra quy luật có tính chất xác định đối với một loạt các sự kiện, một loạt các sự vật mà nếu tách chúng thành từng cái đơn nhất, từng cái cụ thể thì sẽ không hiểu được và khi đó, phải coi nó là ngẫu nhiên.

Tóm lại, toán học xem xét cái ngẫu nhiên thực chất là đi tìm các quy luật có

tính tất yếu về hiện tượng, đối tượng vốn được coi là ngẫu nhiên. Xét về phương diện hình thức, tất yếu và ngẫu nhiên mâu thuẫn với nhau, nên thực chất cái phi mâu thuẫn ở đây là ở chỗ, cái ngẫu nhiên là đối với từng sự kiện đơn nhất, từng sự vật đơn nhất, cụ thể, còn cái tất yếu là luật số lớn, luật bao quát. Từ những nhận xét trên, có thể đưa ra một kết luận rằng, chúng ta không thể hiểu được từng thành phần, từng yếu tố đơn nhất tham gia vào một tập hợp nào đó, nhưng lại vẫn có thể hiểu được quy luật vận động chung của cả tập hợp ấy. Điều này là hết sức quan trọng trong khoa học hiện đại, đặc biệt là trong vật lý học hiện đại, trong cơ học lượng tử. Trong cơ học lượng tử, chúng ta không thể nào nghiên cứu được sự vận động của từng hạt ánh sáng, nhưng vật lý thống kê lại có thể vạch ra quy luật vận động chung của cả khối khí, của cả tập hợp các hạt cơ bản. Ta hãy xét thí nghiệm về hiện tượng nhiễu xạ xảy ra khi cho một electron đi qua một lỗ nhỏ ở một màn chắn, sau đó rơi xuống một màn phát hiện (màn phát hiện có thể là một tấm kính ảnh). Quá trình diễn biến như sau: Cho dù người ta sử dụng những thiết kế kỹ thuật rất tinh vi để xác định chính xác trạng thái ban đầu của electron (lúc đi qua màn chắn) thì cũng không có cách nào để tiên đoán chính xác điểm rơi của electron trên màn phát hiện, mà chỉ có thể tiên đoán một cách xác suất dựa trên lý thuyết cơ- lượng tử. Đây là một hiện tượng khác hẳn so với cơ học cổ điển, bởi theo quyết định luận cổ điển, người ta có thể tiên đoán chính xác điểm rơi của

hạt. Nhưng nếu cho rất nhiều electron đi qua lỗ nhỏ, trong cùng một lúc hoặc lần lượt thì các electron rơi xuống màn phát hiện một cách xác định, tạo thành các vân nhiễu xạ (đó là các vòng trắng, vòng đen đồng tâm trên tấm kính ảnh).

Hiện tượng trên được giải thích theo nhiều quan điểm khác nhau, như các quan điểm siêu hình, thực chứng, quan điểm dựa trên các tham số ẩn, v.v.. Những người theo quan điểm siêu hình coi các electron như là những hạt cổ điển, nên khi thấy chúng không vận động theo quyết định luận cổ điển thì họ kết luận là không có sự hoạt động của nguyên lý nhân quả và cho rằng electron có "tự do ý chí". Điều đó cũng có nghĩa là trong thế giới vi mô không có quyết định luận. Xuất phát từ lập trường duy tâm chủ nghĩa, những người theo phái thực chứng đã phủ nhận tính khách quan của các mối liên hệ nhân quả không chỉ trong vật lý học hiện đại, mà cả trong vật lý học cổ điển. Để giải thích nguồn gốc của tính thống kê trong cơ học lượng tử, họ cho là do đặc điểm của quá trình tương tác giữa các vi hạt với dụng cụ vĩ mô, mà quá trình này về nguyên tắc là không thể kiểm tra được. Đi đôi với việc thừa nhận trên, phái thực chứng cho rằng, các quy luật thống kê của cơ học lượng tử là có tính vô định, có nghĩa là vi hạt có một sự tự do lựa chọn bẩm sinh và như vậy, trong thế giới vi mô, không có sự hoạt động của nguyên lý nhân quả.

Theo quan điểm duy vật biện chứng, nguyên lý nhân quả hoạt động cả trong thế giới vi mô, có điều là chúng ta cần

phải hiểu sự hoạt động của nguyên lý nhân quả ở đó diễn ra như thế nào. Chủ nghĩa duy vật biện chứng đã giải thích tính thống kê của cơ học lượng tử trên cơ sở phân tích các mối liên hệ nhân quả trong chuỗi nhân quả, từ sau khi electron qua lỗ nhỏ ở màn chắn đến khi rơi xuống màn phát hiện mà người ta nhận biết được, là nhờ một chuỗi nhân quả và đưa đến một kết quả vĩ mô có thể nhìn thấy được. Chuỗi nhân quả đó diễn ra như sau: thứ nhất, electron tác động lên màn chắn có lỗ nhỏ là nguyên nhân, kết quả là electron chuyển sang trạng thái sóng được biểu diễn bởi hàm sóng theo phương trình:

$x = a \cos 2\pi \left(\frac{t - y}{T - \lambda} \right)$, trong đó a : biên độ; T : chu kỳ $= \frac{1}{\gamma}$; γ : tần số; λ : bước sóng; t : thời gian.

Ở thời điểm này, hạt tồn tại dưới dạng tiềm năng, không có tính xác định về vị trí. Thứ hai, đầu sóng của electron tác động với một số lượng rất lớn các vi hạt trong kính ảnh của màn phát hiện. Còn hạt tiềm năng trong sóng electron thì qua đó, tương tác với vô số vi hạt trong màn phát hiện; các vi hạt này luôn luôn ở trong tình trạng chuyển động hỗn loạn và tạo ra vô số nguyên nhân khả năng. Trong đó, nguyên nhân khả năng nào có điều kiện thích hợp mới chuyển thành nguyên nhân hiện thực và gây ra kết quả là sự thay đổi về mặt vật lý và hóa học của vi hạt trên kính ảnh. Từ đó, sinh ra một phản ứng hóa học dây chuyền, lan ra một số cực lớn các nguyên tử và nhờ vậy, người quan sát nhận thấy được vị trí rơi của electron (từ

trạng thái tiềm năng không thể xác định trở thành hiện thực ở vị trí nhất định, nhưng không thể tiên đoán được). Nhưng, khi có sự ra đời của rất nhiều electron trên kính ảnh thì theo cơ chế nói trên, quy luật số lớn sẽ phát huy tác dụng và làm cho các điểm rơi được sắp xếp theo một trật tự xác định, tạo thành vân nhiễu xạ.

Như vậy, tính thống kê của cơ học lượng tử là do sự phân phối có tính xác suất trong hàm sóng; nó xuất hiện sau mối liên hệ nhân quả thứ nhất, cộng với sự chi phối của điều kiện nguyên nhân, khi đầu sóng tiếp xúc với các vi hạt của màn phát hiện.

Tóm lại, càng ứng dụng rộng rãi toán học, chúng ta càng nhận thấy một điều là, trong thực tế, những tính toán cho kết quả tuyệt đối chính xác là rất hiếm. Ngay cả với những trường hợp có công thức chính xác để tính toán thông qua các hàm sơ cấp, nhiều khi cũng phải bằng lòng với một kết quả là số gần đúng. Chính vì vậy, trong tình hình phát triển hiện nay của toán học, vai trò của các đại lượng ngẫu nhiên tăng lên một cách nhanh chóng là điều dễ hiểu. Từ đó, lý thuyết xác suất và thống kê ngày càng khẳng định vị trí quan trọng của mình trong các lĩnh vực khoa học. Xét về thực tiễn, lý thuyết xác suất và thống kê đã vượt lên hàng đầu trong số các môn có nhiều ứng dụng nhất và trở thành một công cụ tối cần thiết cho rất nhiều ngành khoa học và kỹ thuật khác nhau. □