



## DẠY HỌC TOÁN BẰNG TRANH LUẬN KHOA HỌC

*Lê Thái Bảo Thiên Trung\**

Ngày Tòa soạn nhận được bài: 14-10-2016; ngày phản biện đánh giá: 28-10-2016; ngày chấp nhận đăng: 06-01-2017

### TÓM TẮT

*Tổ chức tranh luận khoa học trong một lớp học Toán sẽ thúc đẩy các giao tiếp toán học của học sinh. Hình thức dạy học này góp phần phát triển những năng lực xã hội cần thiết cho cuộc sống cộng đồng của học sinh, đồng thời cho phép họ tự xây dựng các chân lí toán học với nhau. Bài báo này, chúng tôi sẽ trình bày những lợi ích và cách thức tổ chức tranh luận khoa học.*

**Từ khóa:** tranh luận khoa học, đồ án dạy học, giao tiếp toán học, dạy học Toán.

### ABSTRACT

#### *Teaching mathematics through scientific debate*

*Scientific debate in a mathematic class will promote the mathematic communications of student. This form of teaching contributes to the development of social competence essential for the life of human communities, while allowing students to build the mathematical truth together. In this paper, we will present the benefits and ways of organizing the scientific debate.*

**Keywords:** Scientific debate, didactic engineering, mathematics communication, teaching mathematics.

### 1. Khái niệm tranh luận khoa học

Legrand (1993), giới thiệu thuật ngữ *tranh luận khoa học* (trong dạy học toán) từ hai quan điểm đối với người học. Giới hạn trong dạy học ở bậc phổ thông, chúng tôi phát biểu hai quan điểm đó như sau:

- Học sinh không nhất thiết sẽ trở thành một nhà toán học chuyên nghiệp;
- Tuy nhiên, là một người học toán, với mục tiêu học hiệu quả môn toán (theo nghĩa: Phát triển trí tuệ để hiểu những gì ta đang học, giữ lại những điều cốt lõi học được ngay cả khi chúng ta không sử dụng kiến thức này hằng ngày), học sinh cần tạm thời trở thành nhà toán học. Muốn làm

được điều này, lớp học nên được tổ chức như một cộng đồng khoa học.

Từ đó, Legrand định nghĩa: “*tranh luận khoa học là tiến hành một đồ án dạy học thể hiện hai quan điểm trên*” (Legrand, 1993, p. 1).

#### **1.1. Đồ án dạy học: Một phương pháp luận đặc trưng của Didactic Toán**

Vào đầu những năm 80, Artigue giới thiệu khái niệm *đồ án dạy học* trong phạm vi của Didactic Toán. Theo đó, đồ án dạy học một kiểu công việc sư phạm có thể so sánh với công việc của một kỹ sư: Để thực hiện một công việc với kế hoạch xác định, người kỹ sư phải dựa vào những kiến thức

\* Khoa Toán-Tin học - Trường Đại học Sư phạm TPHCM; Email: letbttrung@gmail.com

khoa học trong lĩnh vực của mình, phải chấp nhận bị kiểm soát bởi khoa học, nhưng đồng thời bắt buộc phải làm việc trên những đối tượng phức tạp hơn rất nhiều những đối tượng thuần túy của khoa học.

Việc dạy học Toán cũng vậy, giáo viên với những tri thức toán học và phương pháp của mình cùng với những phương tiện khác phải tiến hành giải quyết nhiều vấn đề không thuộc lĩnh vực của toán học thuần túy.

Phạm vi nghiên cứu của đồ án dạy học có thể được mô tả bằng một quy trình gồm 4 giai đoạn:

*Giai đoạn 1: Phân tích ban đầu*

Những phân tích ban đầu (phân tích tri thức luận, phân tích thể chế...) nhằm làm xuất hiện những tri thức gắn với lĩnh vực nghiên cứu và nhằm chuẩn bị cho việc xây dựng các tình huống dạy học với những mục tiêu sư phạm xác định.

*Giai đoạn 2: Xây dựng và phân tích tình huống dạy học*

Trong giai đoạn thứ hai, nhà nghiên cứu sẽ thực hiện những lựa chọn sư phạm nhằm xây dựng tình huống dạy học phù hợp với mục tiêu nghiên cứu của mình.

Phân tích tiên nghiệm cho thấy bằng cách nào mà những lựa chọn của nhà nghiên cứu cho phép điều khiển những hành vi của học sinh và ý nghĩa của những hành vi này. Phân tích tiên nghiệm phải dựa trên những giả thuyết về kiến thức người học.

Việc hợp thức hóa những giả thuyết này được thực hiện bằng cách đối chiếu giữa phân tích tiên nghiệm và phân tích hậu nghiệm. Ta gọi đây là sự hợp thức hóa nội tại - một trong những nét đặc trưng của đồ án dạy học.

*Giai đoạn 3: Thực nghiệm*

Nhằm làm rõ mục tiêu của nghiên cứu, thực nghiệm phải cho phép thu thập các dữ liệu theo các kiểu khác nhau: Quan sát khi thực nghiệm, sản phẩm của học sinh làm trên lớp và làm ngoài lớp. Những kiểu dữ liệu này được thu thập tại nhiều thời điểm khác nhau thông qua: bảng câu hỏi, phỏng vấn cá nhân hay nhóm nhỏ.

*Giai đoạn 4: Phân tích hậu nghiệm và đánh giá*

Phân tích hậu nghiệm dựa trên tập hợp các dữ liệu thực nghiệm và đối chiếu với phân tích tiên nghiệm để hợp thức các giả thuyết đã nêu.

Việc hợp thức hóa nội tại trong phạm vi của một đồ án không có nghĩa là những giả thuyết được phát biểu tường minh trong đồ án sẽ luôn đúng. Chúng cần có một quá trình dạy học lâu dài để xác nhận.

**1.2. Lí do nên tổ chức tranh luận khoa học trong lớp học Toán**

Theo Legrand (2000), dạy học Toán bằng tranh luận khoa học cho phép nối kết hai phương châm đào tạo kiến thức khoa học cho con người.

*- Phương châm xây dựng - xã hội: nếu nhiệm vụ chính của kiến thức khoa học là cung cấp cho con người*

*khả năng thấu hiểu các tình huống phức tạp để hành động một cách hợp lý thì học sinh phải học đưng đầu với những xung đột giữa những điều có lý (theo lẽ thông thường) với những lý lẽ khoa học.*

**- Phương châm đạo đức - xã hội:**  
*nên tạo cơ hội để mọi học sinh đều có thể hiểu sâu sắc những gì mà người thầy cố gắng dạy cho họ. (p. 2)*

Dạy học Toán bằng tranh luận khoa học góp phần thực hiện triết lý sư phạm của nhà trường.

“Trường học không chỉ là nơi để tiếp thu các tri thức khoa học và đạt bằng cấp mà còn là nơi quan trọng để phát triển tiềm năng của mỗi cá nhân và rèn luyện thói quen cho cuộc sống cộng đồng: Khả năng hiểu những tranh luận của người khác, đưa ra và phát triển những lý lẽ của mình, bảo vệ lý lẽ của mình trước người khác, ngay cả khi người đối thoại giỏi chuyên môn hơn, quyền lực hơn, nhiều tuổi hơn hay thông thái hơn ta.” ( Legrand ,2000, p. 2)

## **2. Giao tiếp toán học trong một tranh luận khoa học**

Trong tác phẩm *Giao tiếp và học tập*, Radford và Demers (2004) giải thích thuật ngữ *giao tiếp trong lớp học toán* từ một quan điểm tương đồng với Legrand (2000). Theo quan điểm này, việc xem xét học sinh có sử dụng đúng cú pháp và các quy ước của toán học hay không là cần thiết nhưng

chưa đủ. Chúng ta cần phải nghiên cứu giao tiếp trong lớp học Toán ở những hoạt động đặc thù, đó là: *thảo luận, trao đổi và tranh luận*. Các tác giả xuất phát từ quan điểm sư phạm rằng không nên trình bày toán học như một tập hợp các tri thức cố định buộc phải học. Với học sinh, toán học nên là một cuộc phiêu lưu (ta không biết sẽ đi đến đâu), một trải nghiệm hay một trong những cách để nhận ra ý nghĩa của thế giới xung quanh.

Trong buổi học, những người học được xem như một cộng đồng các nhà toán học với mục đích tranh luận một cách khoa học xoay quanh chủ đề được giáo viên đưa ra. Họ được khuyến khích để phát biểu các dự đoán và nhận ra những dự đoán đúng. Sự đúng sai được người học nhận thức trong dạy học bằng tranh luận khoa học có khác biệt cơ bản với những giao ước thông thường trong lớp học. Nghĩa là, chân lý không đến từ phán quyết của giáo viên hay những gì đã in trong sách mà phải được người học tự xây dựng với nhau.

- Trước tiên người học phải tin vào những gì mình đã dự đoán;

- Kế đến, họ phải phát triển các lý lẽ hợp lý để thuyết phục rằng các dự đoán này hợp lý;

- Sau cùng, họ phải tìm những từ ngữ, công thức, định lý và các ẩn dụ có thể để thuyết phục người khác.

## **4. Những điều kiện cần và quy trình dạy học thúc đẩy giao tiếp toán học**

### **4.1. Cần xuất phát từ một tình huống**

### ***gợi vấn đề***

Đây chính là điểm chung của nhiều hình thức dạy học. Vấn đề đặt ra trong tình huống có thể là các câu hỏi, các nhiệm vụ cho học sinh mà việc giải quyết chúng giải thích cho lí do tồn tại của tri thức. Những câu hỏi hay nhiệm vụ này phải dễ hiểu (nhưng chắc chắn không dễ trả lời) và gợi tính tò mò ở học sinh. Vấn đề làm sao tìm được những tình huống như vậy có thể được trả lời thông qua Lí thuyết tình huống trong Didactic Toán của Brousseau.

Radford và Demers (2004), gọi một tình huống gợi vấn đề là một hoạt động. Khi đó, ta hiểu hoạt động là một dãy các vấn đề hay các câu hỏi xoay quanh một chủ đề hay một khái niệm. Hai tác giả này đưa ra các yêu cầu đối với hoạt động.

- Hoạt động phải hiệu quả, nghĩa là:
  - + không quá dễ nhưng nó cho học sinh thấy lợi ích của việc giải quyết vấn đề trong hoạt động và gợi tính tò mò của học sinh;
  - + cần đến những phương tiện cụ thể (các kí hiệu chứa đối tượng toán học hay đối tượng vật chất);
  - + tạo điều kiện cho học sinh vận động (hành động, thao tác, di chuyển);
  - + phải từ những kiến thức đã có của học sinh sau đó họ biến đổi kiến thức của mình tốt hơn để hiểu thế giới xung quanh;
- Hoạt động phải thúc đẩy giao tiếp, nghĩa là:
  - + cho phép học sinh giao tiếp đa dạng hơn là chỉ trả lời “có” hay “không”,

cho phép học sinh đối thoại với nhau;

- + có thể bắt đầu bằng một “tình huống không thể” để khơi mào cuộc tranh luận. (Ví dụ: ta có thể vẽ một tam giác có 3 góc 45, 45 và 100 hay không? Ta có thể dựng một tam giác có độ dài các cạnh lần lượt là 1cm, 2cm và 5cm hay không;g?),

- + thuyết phục học sinh rằng giao tiếp và chia sẻ ý tưởng sẽ mang đến thành quả.

### ***4.2. Những quy tắc của tranh luận toán học***

Theo Arzac et al. (1992), để thực hiện tranh luận khoa học trong lớp học Toán, chúng ta cần hình thành ở học sinh và thúc đẩy họ sử dụng những quy tắc tranh luận toán học sau đây:

- Một phát biểu toán học sẽ chỉ hoặc đúng hoặc sai;
- Một phản ví dụ đủ để bác bỏ một phát biểu;
- Trong toán học, để tranh luận người ta dựa vào một số tính chất hay định nghĩa đã được phát biểu một cách rõ ràng và được thừa nhận;
- Trong toán học, người ta không thể quyết định tính hợp thức của một phát biểu bằng cách dựa vào sự kiện là đa số những người có mặt tin rằng phát biểu ấy đúng;
- Trong toán học, có những ví dụ xác nhận một phát biểu nào đó không đủ để chứng tỏ rằng phát biểu đó đúng;
- Trong toán học một điều được ghi nhận trên hình vẽ không đủ để chứng tỏ rằng một phát biểu hình học là đúng.

Quy tắc đầu tiên tuân theo luật bài

trung của lí thuyết mệnh đề trong logic cổ điển, nghĩa là một phát biểu toán học không thể vừa đúng vừa sai. Ngoài ra chúng ta đang bàn đến các phát biểu toán học có miền hợp thức là một tập vô hạn, nghĩa là có vô số ví dụ thỏa phát biểu toán học đang xét.

#### **4.3. Cần có một quy trình dạy học hợp lí**

Theo Arsac et al. (1992), giới hạn trong tình huống xem xét tính đúng sai của một mệnh đề toán học, chúng ta có thể tổ chức một tranh luận khoa học được diễn ra theo bốn giai đoạn.

##### *Giai đoạn 1: Làm việc cá nhân*

Mỗi học sinh sẽ làm việc độc lập trên mệnh đề đặt ra. Đây là thời gian để mỗi học sinh có thể hiểu rõ mệnh đề mà không bị những học sinh khác lĩnh hội nhanh hơn làm rối loạn.

##### *Giai đoạn 2: Nghiên cứu theo nhóm*

Giáo viên sẽ chia lớp thành nhóm nhỏ (mỗi nhóm tối đa 4 học sinh). Các nhóm sẽ đưa ra lựa chọn : mệnh đề đúng, mệnh đề sai hay ý kiến khác. Mục tiêu của giai đoạn này là soạn thảo ý kiến của nhóm để trình bày trước lớp chuẩn bị cho giai đoạn tranh luận tập thể.

Đây là giai đoạn thiết lập các lập luận của nhóm. Mỗi nhóm sẽ chọn người phát ngôn, thảo luận trong nhóm về tính đúng sai của mệnh đề và phát triển các lí lẽ để thuyết phục cho lựa chọn của mình. Nghiên cứu theo nhóm sẽ kết thúc bằng việc tạo ra một câu trả lời duy nhất và như vậy việc một số lí lẽ sẽ được củng cố và

một số khác sẽ bị loại bỏ.

Việc yêu cầu các nhóm soạn thảo một áp phích đem đến những lợi ích như sau:

- Các lí lẽ bằng lời được củng cố khi thảo luận nhóm sẽ được soạn thảo thành văn bản. Sản phẩm viết này rất quan trọng đối với việc tranh luận;

- Tạo thuận lợi cho sự liên kết của nhóm bởi vì toàn nhóm có một mục đích chung;

- Làm tăng thêm tính được thua đối với học sinh vì các em biết rằng áp phích của mình sẽ được các bạn khác đọc, phê phán và bình luận;

- Làm cho việc tổ chức pha tranh luận được thực hiện dễ dàng vì các lời giải được đề nghị tranh luận sẽ ít hơn.

Trong giai đoạn này, giáo viên không can thiệp. Nếu có học sinh thắc mắc về nội dung toán học thì giáo viên sẽ giải thích cho nhóm. Nếu có thắc mắc về tổ chức lớp học, giáo viên yêu cầu học sinh xem những chỉ dẫn đã ghi trên bảng.

##### *Giai đoạn 3: Tranh luận chung trong lớp*

Lúc này, học sinh được khuyến khích tranh luận để tìm ra chân lí của mệnh đề. Vai trò của học sinh và giáo viên trong giai đoạn 3 như sau:

- *Vai trò của học sinh:* Tìm hiểu những lập luận của nhóm khác, đưa ra những lập luận mới, thay đổi ý kiến của mình khi nghe các lập luận và phản đối những lập luận. Họ cũng có thể phạm sai

lâm tuy nhiên họ được bày tỏ ý tưởng toán học của mình.

- *Vai trò của giáo viên:* Khởi đầu cuộc tranh luận, phát biểu rõ lại nhưng tuyệt đối trung thành những lập luận của học sinh, nhấn mạnh những lập luận khác biệt và đôi khi dẫn dắt học sinh tập trung lại vào một lập luận nào đó. Giáo viên không nói hay ám chỉ chân lí của mệnh đề nhưng phải dùng nhiều cách thức để duy trì cuộc tranh luận. Chẳng hạn, giáo viên có thể đề nghị nghiên cứu một trường hợp cụ thể đã xuất hiện trong các lập luận nhưng với hình thức tổng quát.

Arsac et al. (1992), lưu ý giáo viên khi tổ chức tranh luận chung trong lớp như sau:

- Giáo viên phải tìm hiểu và cố gắng hình dung trước về thực chất của cuộc tranh luận do mỗi áp phích gợi ra. Giáo viên nên chọn áp phích đầu tiên với nội dung vừa rõ ràng vừa sai. Vì kiểu áp phích này sẽ làm cho cuộc tranh luận diễn ra sôi nổi với sự xuất hiện của nhiều *kiểm chứng*<sup>1</sup> khác nhau.

- Khi giới thiệu áp phích với cả lớp, giáo viên yêu cầu học sinh tìm hiểu áp phích và đặt câu hỏi chỉ liên quan đến việc hiểu nội dung áp phích.

- Học sinh trong nhóm có áp phích được đưa ra cần phải thể hiện rõ các em có đồng ý hay không với một kết quả và sự giải thích kết quả ấy. Học sinh trong nhóm không bị bắt buộc phải nhất trí với nhau. Một người phát ngôn nêu lại quan điểm

của mỗi thành viên trong nhóm. Giáo viên ghi lên bảng các lí lẽ đã được trình bày, sau đó cuộc tranh luận được thiết lập ở cấp độ lớp.

- Tranh luận về tính hợp thức của các lí lẽ cần được tập trung hơn là tính đúng sai của áp phích. Giáo viên phải chọn lọc các lí lẽ cần được tranh luận theo ý đồ của việc học tập.

- Không cần thiết phải đưa tất cả các áp phích ra tranh luận, giáo viên có thể chọn vài áp phích (hoặc thậm chí duy nhất một áp phích). Vì lợi ích và các mục tiêu sư phạm của tranh luận có thể đã đạt được sau khi học sinh làm việc với một số áp phích đầu tiên. Ngoài ra, nếu lớp học đông thì không đủ thời gian để làm việc với tất cả các áp phích.

#### *Giai đoạn 4 :Thế chế hóa*

Từ những khám phá chưa có hệ thống và thường chưa đầy đủ của học sinh thông qua tranh luận, giáo viên tổng kết thành tri thức mới bằng cách viết lại một cách ngắn gọn nhưng hàm chứa ý nghĩa tổng quát. Thế chế hóa tương ứng với phần lí thuyết trong sách giáo khoa và như vậy, ta có thể gọi đây là giai đoạn *xây dựng lí thuyết*.

Theo Legrand (2000), mục tiêu của tranh luận khoa học là đặt học sinh vào một tình huống thích đáng cho lí do tạo ra một tri thức mới. Khi kết thúc tranh luận khoa học, điều cần thiết là phải đưa vào các yếu tố tri thức luận đã xác định.

Arsac et al. (1992), lưu ý giáo viên

khi tổ chức thể chế hóa như sau:

- Tùy theo bài toán đặt ra, tùy theo tình hình tranh luận, giáo viên nhấn mạnh một số quy tắc tranh luận toán học và tính không đầy đủ của một số kiểm chứng thực dụng. Chẳng hạn, nếu học sinh dựa trên một vài ví dụ để chứng thực tính hợp thức của một phỏng đoán thì giáo viên phải nhấn mạnh: *một vài ví dụ không cho phép chứng minh tính hợp thức tổng quát của một phát biểu.*

- Nếu việc tranh luận bị sa lầy vì học sinh không thống nhất được với nhau về một số định nghĩa hay tính chất. Đây là dịp để giáo viên tận dụng cơ hội này xác định rõ quy tắc sau: *Trong phạm vi một cuộc tranh luận, cần thiết phải thống nhất về các tính chất và các định nghĩa mà ta sử dụng.*

## **5. Những lưu ý khi phân tích tiên nghiệm tình huống dạy học bằng tranh luận khoa học**

### **5.1. Danh sách các câu hỏi cần làm rõ trong phân tích tiên nghiệm**

Phân tích tiên nghiệm những tình huống dạy học bằng tranh luận khoa học thường khá phức tạp.

"Một số cuộc tranh luận có thể bị rút ngắn, hoặc là do học sinh nhanh chóng nhất trí với nhau, hoặc là do các em không thể tạo ra được những kiểm chứng. Vì vậy trước khi đưa ra cho lớp một tình huống hợp thức hóa, thì cần thiết phải dự kiến trước những gì sẽ xảy ra. Công việc này

không phải bao giờ cũng dễ dàng. Và đó chính là công việc mà chúng tôi gọi phân tích tiên nghiệm một tình huống". (Arsac et al., 1992, p. 2)

Arsac et al. (1992), đề nghị một danh sách câu hỏi cần làm rõ trong phân tích tiên nghiệm. Chúng tôi phát biểu lại các câu hỏi này như sau:

- Mục tiêu sư phạm của tình huống này là gì?

- Học sinh có dễ dàng chấp nhận giải bài toán hay không? Các em sẽ làm phép thử? Các em sẽ phỏng đoán? Các em có thể đưa ra những phỏng đoán nào? Có thể xảy ra khả năng tất cả các em đều cùng tạo ra một phỏng đoán không?

- Các được thua nào sẽ thúc đẩy các em hợp thức hóa phỏng đoán của mình?

- Học sinh có các phương tiện để chứng minh phỏng đoán của mình không?

- Những quy tắc tranh luận nào sẽ được thể chế hóa?

### **5.2. Tiếng ồn trong giờ tranh luận**

Việc tổ chức lớp học theo hình thức tranh luận khoa học không đơn giản vì cả thầy lẫn trò chưa quen với kiểu làm việc này. Khi tổ chức lần đầu, giáo viên thường đánh giá một cách bi quan (trong khi học sinh lại phấn khởi). Thật vậy, giáo viên dễ phản ứng với tiếng ồn ào trong lớp hơn là cảm nhận những kiểm chứng được học sinh tạo ra. Hoạt động dạy học kiểu này sẽ tạo ra không khí ồn ào hơn so với kiểu dạy học truyền thống.

Chúng ta cần nhìn nhận tiếng ồn

trong lớp học khi dạy học bằng tranh luận khoa học là điểm tích cực. Vì tiếng ồn ở đây không phải do sự quấy phá âm ỉ gây nên, mà là sự ồn ào thường có ở các hội nghị, ở đây, trong khi tranh luận, mọi người đều hăng hái bảo vệ lập trường của mình.

“Cũng nên lưu ý rằng, với một chút kinh nghiệm, học sinh sẽ học được tính kỉ luật tự giác, biết chú ý đến lời ăn tiếng nói của mình và chú ý đến những ý kiến của người khác... Đây là nhận xét của một nhóm học sinh lớp đệ ngũ về vấn đề này: “Chúng em đã hiểu rằng muốn thuyết phục người khác thì trước hết cần phải biết lắng nghe họ nói”. (Arsac et al., 1992, p. 27)

Như vậy tiếng ồn mang tính tích cực trong dạy học bằng tranh luận khoa học cần phải được nhà nghiên cứu và giáo viên dự kiến trước.

## **6. Nghiên cứu một ví dụ**

### **6.1. Một số yếu tố phân tích tiên nghiệm**

Chúng tôi đã nghiên cứu một đề án dạy học bằng tranh luận khoa học với mệnh đề sau:

*Nếu  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$  thì  $f(2)$  có luôn luôn bằng 5 không?*

*Giải thích rõ câu trả lời của bạn.*

Mệnh đề được đưa ra tranh luận liên quan đến khái niệm giới hạn hàm số. Khái niệm này được chọn lựa vì chúng tôi đã thực hiện những phân tích ban đầu về nó bao gồm: phân tích tri thức luận và phân

tích các sách giáo khoa Toán hiện hành của Việt Nam (Le Thai Bao Thien Trung, 2012).

Phân tích tri thức luận cho phép xác định nhiều chương ngại liên quan đến tiến trình “vô hạn” của khái niệm giới hạn. Một trong những chương ngại tri thức luận được chúng tôi chọn lựa để xây dựng đề án dạy học bằng tranh luận khoa học là sự khó khăn để xác định câu trả lời chính xác cho câu hỏi: *một giới hạn có đạt tới hay không?*. Nghĩa là, trong quá trình lĩnh hội khái niệm giới hạn, người học sẽ khó để trả lời chính xác câu hỏi: nếu  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$  thì có tồn tại giá trị nào của  $x$  sao cho  $f(x) = L$  hay không?

Phân tích các sách giáo khoa Toán Việt Nam hiện hành kết hợp với việc điều tra học sinh cho thấy, chỉ có kiểu nhiệm vụ tính giới hạn hàm số là thực sự được dạy học. Những khía cạnh khác về bản chất tri thức giới hạn chưa được hệ thống dạy học nước ta quan tâm, trong đó có chương ngại tri thức luận đã nêu. Từ đó, chúng tôi có thể dự đoán trong phân tích tiên nghiệm sẽ xuất hiện những câu trả lời đối lập nhau “Có” và “Không”. Như vậy, việc tranh luận sẽ diễn ra một cách tự nhiên.

### **6.2. Một số yếu tố phân tích hậu nghiệm**

Thực nghiệm đã được thực hiện trong một lớp học có 24 học sinh đã học khái niệm giới hạn hàm số với thời gian 90 phút.

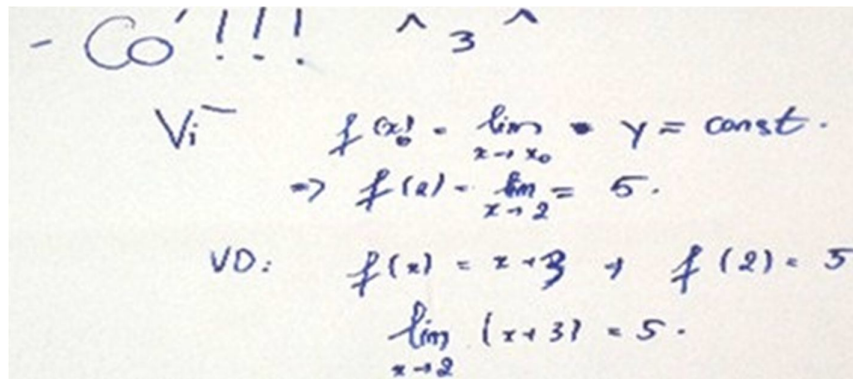
- Khi làm việc cá nhân, 20 học sinh trả lời “Không” và 4 học sinh trả lời “Có” cùng với những lí lẽ ban đầu. Điều này



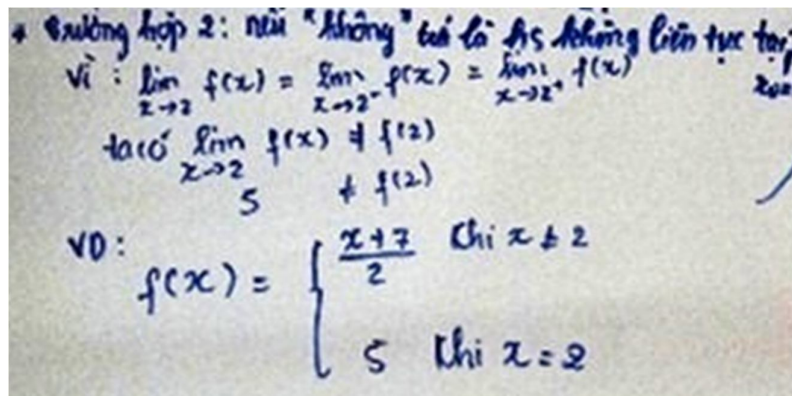
chứng tỏ các em hiểu câu hỏi trong tình huống.

- Sau khi nghiên cứu theo nhóm (lớp học được chia thành 6 nhóm, mỗi nhóm 4

học sinh), một nhóm học sinh trình bày áp phích với câu trả lời “Có” và tạo ra các ví dụ về hàm số có giới hạn là 5 khi x tiến về 2:



Năm nhóm còn lại trả lời “Không” và tìm cách xây dựng những phản ví dụ. Một nhóm đã thành công:



- Giáo viên bắt đầu cuộc tranh luận chung trong lớp với áp phích trả lời “Có” và kết thúc với áp phích trả lời “Không” đã xây dựng thành công phản ví dụ. Những lí lẽ được học sinh đưa ra rất đa dạng và không khí lớp học sôi động như đã dự kiến. Sau đây là một đoạn lí lẽ bác bỏ câu trả lời “Có”:

“**HS:** Em không đồng ý vì trong

trường hợp  $f(x)$  không xác định tại  $x = 2$  thì câu trả lời của bạn là sai.

**GV:** Như vậy đối với hàm số của nhóm bạn cho thì  $f(x)$  có xác định tại  $x=2$  không?

**HS:** Có, em nghĩ trong trường hợp dạng  $\frac{0}{0}$  thì không đúng.”

- Để tổng kết, giáo viên hỏi ý kiến học

sinh về câu trả lời cuối cùng sau khi tranh luận chung. Những học sinh xung phong phát biểu đều trả lời “Không” với giải thích: “Thưa cô, lim của  $f(x)$  khi  $x$  dần về 2 bằng 5 thì  $f(2)$  có thể bằng 5 hoặc không bằng 5”. Tất cả các học sinh còn lại đều giơ tay khi được hỏi: “Vậy những bạn nào có câu trả lời giống như câu trả lời của các bạn thì giơ tay lên nào?”.

Quy tắc tranh luận toán học “một phần ví dụ đủ để bác bỏ một phát biểu” đã được giáo viên tổng kết với yêu cầu giải thích tại sao tất cả lại chọn câu trả lời “Không”. Một học sinh phát biểu: “Thưa cô, nếu ta có câu trả lời là “Không” thì chỉ cần đưa ra một ví dụ minh họa cho điều đó là đủ”. Tất cả những học sinh còn lại đều đồng ý với học sinh này.

## 7. Kết luận

Với hình thức dạy học bằng tranh

luận khoa học, lớp học được tổ chức như một cộng đồng khoa học và học sinh sẽ tạm thời đóng vai các nhà toán học để thực hiện các giao tiếp toán học xoay quanh một (hay những) tình huống có vấn đề.

Lợi ích của hình thức dạy học này là người học tự xây dựng chân lí của các mệnh đề khoa học so với việc dạy học thông thường khi mà chân lí thường đến từ phán quyết của giáo viên hay những gì đã in trong sách. Ngoài ra, thông qua cuộc tranh luận những quy tắc tranh luận toán học xuất hiện và được củng cố ở người học.

Những lợi ích này phù hợp với định hướng phát triển năng lực mà hệ thống dạy học Việt nam đang hướng tới trong tương lai. Đặc biệt là năng lực hợp tác, năng lực ngôn ngữ và năng lực phân biện.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Arsac, G., Chapiron, G., Colonna, A., Germain, G., Guichard, Y. & Mante, M. (1992), *Initiation au raisonnement déductif au collège: une suite de situations permettant l'appropriation des règles du débat mathématique*, Presses Universitaires Lyon.
2. Artigue, M. (1990), “Ingénierie didactique”, *Recherche en didactique des mathématiques*, Vol. 9.3 pp. 281-307, La Pensée Sauvage, Grenoble, 1990.
3. Bessot, A., Comiti, C., Lê Thị Hoài Châu, Lê Văn Tiến (2009), *Những yếu tố cơ bản của didactic toán (Éléments fondamentaux de didactique des mathématiques) - Sách song ngữ Việt-Pháp*, Nxb Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh.
4. Bruner, J. S. & Hickmann, M. (1983), *La conscience, la parole et la “zone proximale” : réflexions sur la théorie de Vygotsky*, Presses universitaires de France.
5. Radford, L. & Demers S. (2004), *Communication et apprentissage - Repères conceptuel et pratiques pour la salle de classe de mathématiques*, Imprimeur de la Reine pour l’Ontario.
6. Legrand, M. (1993), “Débat scientifique en cours de mathématiques”, *Repères IREM*, n°10, Topiques Editions.

7. Legrand, M. (2000), “Scientific debate in mathematics course”, *International Newsletter on the teaching and learning of mathematical proof*, La lettre de la Preuve.
8. Le Thai Bao Thien Trung (2012), “Notion de limite et décimalisation des nombre réels: le cas d’enseignement secondaire au Viet Nam”, *Petit x*, n<sup>o</sup> 89, IREM de Grenoble.
9. Stewart J. (2012), *Calculus: Early Transcendentals*, 7<sup>th</sup> edition, Cengage Learning.

---

<sup>1</sup> Trong tác phẩm của mình, các tác giả đã làm rõ thuật ngữ “kiểm chứng”, đó là những lập luận để giải thích được một nhóm người chấp nhận. Chẳng hạn, nếu nhóm học sinh quyết định chọn một vài ví dụ để giải thích mà cả nhóm đã đồng thuận thì đây là một *kiểm chứng thực dụng*. Các tác giả cũng làm rõ rằng chứng minh là “kiểm chứng được các nhà toán học chấp nhận” (trang 6). Để phân biệt với kiểm chứng thực dụng, chứng minh có thể được gọi là một *kiểm chứng trí tuệ*.