

MÔ HÌNH BOSON TƯƠNG TÁC VÀ PHỔ NĂNG LƯỢNG HẠT NHÂN Yb VÀ Os

INTERACTING BOSON MODEL AND ENERGY SPECTRA OF NUCLEI Yb AND Os

NGUYỄN DUY LÝ(*) và NGUYỄN THỊ THU QUYÊN(**)

TÓM TẮT: Bài viết trình bày một số kết quả sử dụng mô hình Boson tương tác mô tả phổ năng lượng hạt nhân, xét cho các hạt nhân nặng ${}^{170}\text{Yb}_{100}$ và ${}^{178}\text{Os}_{102}$. Dùng kết quả phân tích cách tính trị riêng của toán tử Casimir đơn giản hóa đã tính trong [7, tr.110], [8, tr.1] và làm khớp phổ tính toán theo mô hình với số liệu thực nghiệm cho một số hạt nhân bền và không bền mới phát hiện được nêu ở trên. So sánh cho thấy các phổ lý thuyết và thực nghiệm phù hợp nhau.

Từ khóa: mô hình Boson tương tác; IBM; hạt nhân chẵn-chẵn; phổ năng lượng hạt nhân.

ABSTRACTS: The article presents several results of applying the interacting Boson model to interpret the energy spectra of nuclei ${}^{170}\text{Yb}_{100}$ and ${}^{178}\text{Os}_{102}$. The findings are used to analyze the method of computing the simplifying eigenvalues for Casimir operators of Hamiltonian and fit the spectra of the model with the experimental data for some stable and unstable nuclei which were recently discovered. The comparison of experimental spectra with theoretical ones gives good fitting results.

Key words: interacting Boson model; IBM; even-even nuclei; energy spectra of nuclei.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Mô hình Boson tương tác do A. Arima và F. Iachello nêu ra vào năm 1975 [1], [2, tr.1069], [3], [4] dựa trên chuyển động tập thể của hạt nhân đạt được rất nhiều kết quả đáng khích lệ khi mô tả phổ năng lượng của nhiều hạt nhân. Có thể hình dung, mô hình là hệ mà trong đó chuyển động tập thể dạng đơn cực và tứ cực đóng vai trò chủ yếu. Mô hình cho thấy đặc biệt hiệu quả khi khảo sát các hạt nhân trung bình và nặng.

Bài viết trình bày một số kết quả mới mà các tác giả đã tính toán trong việc sử

dụng mô hình để giải thích phổ năng lượng của hạt nhân bền và không bền và xét cụ thể cho các hạt nhân ${}^{170}\text{Yb}_{100}$ và ${}^{178}\text{Os}_{102}$.

2. NỘI DUNG

2.1. Mô hình Boson tương tác

Khi mô tả chuyển động tập thể của hạt nhân bằng phương pháp biến số tập thể, thực tế chỉ xét đến một số bậc đa cực λ . Khi biến dạng hạt nhân là nhỏ có thể chỉ giới hạn xét hạng thức đa cực bậc $\lambda = 2$ (chuyển động tứ cực) và hạng thức đa cực bậc $\lambda = 0$ (chuyển động đơn cực). Hạng

(*) ThS. Trường Đại học Văn Lang, nguyenduyly@vanlanguni.edu.vn, Mã số: TCKH11-05-2018

(**) ThS. Trường Đại học Văn Lang, nguyenthuyquyen@vanlanguni.edu.vn

thức $\lambda = 1$ (chuyển động lưỡng cực) không có mặt vì dịch chuyển khối tâm là tầm thường, từ hạng thức $\lambda = 3, 4, \dots$ (chuyển động 8, 16 cực, ...) trở đi có thể bỏ qua vì các đóng góp này quá nhỏ [5, tr.110].

Hạt nhân là một hệ các fermion. Xét hạt nhân chẵn-chẵn trong đó, chuyển động tập thể của hạt nhân được xét như một hệ gồm 2 loại boson lấp đầy, các s -boson có mômen $\lambda = 0$ và các d -boson có mômen $\lambda = 2$. Các boson này hình thành từ hiệu ứng kết nhóm của các proton và neutron. Do hiệu ứng này khối chất lỏng Fermi đã trở thành khối chất lỏng Bose đơn giản hóa.

Mô hình Boson tương tác có các toán tử hủy và sinh boson đa cực bậc không ký hiệu là s và s^+ ($\lambda = 0$), các toán tử hủy và sinh đa cực bậc hai ký hiệu là d_μ và d_μ^+ ($\mu = 0, \pm 1, \pm 2$). Các toán tử này tuân theo hệ thức giao hoán Bose [1, 4].

$$\begin{aligned} [s, s^+] &= 1, [d_\mu, d_\nu^+] = \delta_{\mu\nu}, \\ [s, d_\mu^+] &= 0, [d_\mu, d_\nu] = 0, [d_\mu^+, d_\nu^+] = 0 \end{aligned} \quad (1a)$$

Từ 6 toán tử hủy và 6 toán tử sinh nói trên lập được 36 tích song tuyến, mỗi tích gồm một toán tử sinh và toán tử hủy: 25 toán tử dạng $d_\mu^+ d_\mu$, 5 toán tử dạng $d_\mu^+ s$, 5 toán tử dạng $s^+ d$ và 1 toán tử dạng $s^+ s$.

36 vi tử này là các vi tử của nhóm đối xứng của hệ và là nhóm $U(6)$. Để thuận tiện cho việc trình bày, các toán tử hủy và sinh ký hiệu chung là b_μ và b_μ^+ ($1 \leq \mu \leq 6$). Chúng là các toán tử boson và tuân theo các hệ thức giao hoán sau:

$$\begin{aligned} [b_\mu, b_\nu^+] &= \delta_{\mu\nu}, \\ [b_\mu, b_\nu] &= [b_\mu^+, b_\nu^+] = 0 \end{aligned} \quad (1b)$$

Các vi tử của nhóm $U(6)$ có thể chọn là $B_{\mu\nu} = b_\mu^+ b_\nu$.

Toán tử Hamilton của hạt nhân chẵn-chẵn có dạng:

$$\begin{aligned} H_B &= \sum_L \varepsilon_L \sum_\mu \left(b_\mu^+ \times \tilde{b}_\mu \right)_M^L \\ &+ \sum_L \sum_{\mu, \nu, \alpha, \beta} u_{\mu\nu\alpha\beta}^L \left[\left(b_\mu^+ \times \tilde{b}_\nu \right)^L \times \left(b_\alpha^+ \times \tilde{b}_\beta \right)^L \right]^0 \end{aligned} \quad (2)$$

Trong đó các công thức sau đây của phần hạt nhân lõi mô tả bằng mô hình boson tương tác:

$$\begin{aligned} \text{Các toán tử số boson: } \hat{n}_s &= (s^+ \times s)^0, \\ \hat{n}_d &= \sqrt{5} (d^+ \times \tilde{d})^0 \quad (3a), \text{ toán tử mômen} \\ \text{xung lượng: } \hat{L}_\mu &= \sqrt{10} (d^+ \times \tilde{d})_\mu^1, \end{aligned}$$

$$\hat{L}^2 = -10\sqrt{3} \left[(d^+ \times \tilde{d})^1 \times (d^+ \times \tilde{d})^1 \right]^0 \quad (3b),$$

toán tử mômen tứ cực :

$$\begin{aligned} \hat{Q}_\mu &= [s^+ \times \tilde{d} + d^+ \times \tilde{s} + \chi d^+ \times \tilde{d}]_\mu^2, \\ \hat{Q}^2 &= \sqrt{5} [\hat{Q} \times \hat{Q}]^0 = \sum_m \hat{Q}_m \hat{Q}_m = \sum_m (-1)^m \hat{Q}_m \hat{Q}_{-m} \end{aligned} \quad (3c)$$

Các biến đổi của (2) và (3) đã được trình bày trong [7, tr.110], [8, tr.1], [9, tr.1].

Với hạt nhân chẵn-chẵn mô tả bởi nhóm $U(6)$, toán tử Hamilton với đối xứng động lực là tổ hợp tuyến tính của các toán tử Casimir bậc hai. Khi hạ cảm nhóm $U(6)$ xuống nhóm $O(2)$, thu được ba xích nhóm bất khả quy. Mỗi xích nhóm sẽ cho một biểu thức của một kiểu chuyển động tập thể của hạt nhân.

Xích nhóm đầu tiên: loại tất cả các vi tử liên quan đến s -boson, ta còn 25 vi tử có dạng $(d^+ \times \tilde{d})^L$ được mô tả bằng nhóm $U(5)$. Sau đó bỏ 15 vi tử d -boson liên quan đến

$L = 0, 2, 4$, ta còn 10 vi tử được mô tả bằng nhóm $O(5)$. Cuối cùng loại 7 vi tử liên quan đến $L = 3$, còn 3 vi tử d -boson liên quan đến $L = 1$, được mô tả bởi nhóm $O(3)$ và hình chiếu của nó được mô tả bởi nhóm $O(2)$:

$$U(6) \supset U(5) \supset O(5) \supset O(3) \supset O(2) \quad (4a)$$

Với xích nhóm thứ hai ta xét $1 + 3 + 5 = 9$ vi tử đơn cực, hai cực và tứ cực

$$\hat{N} = \hat{n}_s + \hat{n}_d = (s^+ \times s)^0 + \sqrt{5}(d^+ \times \tilde{d})^0,$$

\hat{L}_μ và \hat{Q}_μ , được mô tả bởi nhóm $U(3)$. Số hạng liên quan đến boson có thể bỏ qua, khi đó ta còn 8 vi tử liên quan đến toán tử hai cực và tứ cực tương ứng với nhóm $SU(3)$, làm tương tự như trên ta thu được xích nhóm:

$$U(6) \supset SU(3) \supset O(3) \supset O(2) \quad (4b).$$

Cuối cùng lấy $3 + 7 + 5 = 15$ vi tử

$$\hat{L}_\mu, (d^+ \times \tilde{d})_\mu^3, (d^+ \times s)_\mu^2 - (s^+ \times d)_\mu^2,$$

tương ứng với nhóm $O(6)$, bỏ 5 vi tử cuối cùng ta thu được nhóm $O(5)$, xích nhóm có dạng:

$$U(6) \supset O(6) \supset O(5) \supset O(3) \supset O(2) \quad (4c).$$

Phổ hạt nhân liên quan đến xích nhóm (4c) - xích nhóm không bền gamma đã được trình bày trong [5, tr.110], công trình này chỉ khảo sát các hạt nhân có phổ liên quan đến chuyển động quay, tương ứng với xích nhóm (4b).

$$U(6) \supset SU(3) \supset O(3) \supset O(2) \quad (4b)$$

Vì xét hạt nhân cố định nên trị riêng của toán tử Casimir của nhóm đầu xích $U(6)$ là một hằng số, còn nhóm cuối xích $O(2)$ không tạo nên năng lượng của hạt nhân nếu không có lực từ. Do đó, chỉ có hai toán tử Casimir bậc hai của hai nhóm trong lòng xích tham gia chủ yếu vào phổ năng lượng hạt nhân là các nhóm $SU(3)$ và $O(3)$, ký hiệu lần lượt là $C_{2SU(3)}$ và $C_{2O(3)}$ [1], [6].

Như vậy, toán tử Hamilton của hạt nhân khi tính đến các nhóm đối xứng động lực sẽ có dạng:

$$\hat{H} = aC_{2U(6)} + bC_{2SU(3)} + cC_{2O(3)} \quad (5)$$

Casimir bậc hai của các nhóm: nhóm $SU(3)$:

Gồm hai vi tử \hat{L}_μ và \hat{Q}_μ , toán tử Casimir:

$$\hat{C}_{2SU(3)} \equiv 2\hat{Q}^2 + \frac{3}{4}\hat{L}^2, \text{ trị riêng của toán tử này:}$$

$$C_{2SU(3)} = \lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3(\lambda + \mu) \quad (6).$$

Trong đó \hat{Q}^2 là tương tác tứ cực-tứ cực, (λ, μ) là các cặp số đánh dấu trạng thái cơ sở được xác định theo quy tắc: $\lambda = 2N - 6l - 2\mu$, với $l = 0, 1, \dots$; $\mu = 0, 2, 4, \dots, N$.

Nhóm $O(3)$: Vi tử \hat{L}^2 , toán tử Casimir:

$$\hat{C}_{2O(3)} \equiv \hat{L}^2, \text{ trị riêng } C_{2O(3)} = L(L + 1) \quad (7).$$

Thay các trị riêng đã rút gọn của các toán tử Casimir vào (5) ta được biểu thức sau đây cho phổ năng lượng:

$$E = E_0 + a[\lambda(\lambda + 3) + \mu(\mu + 3) + \lambda\mu - 2N(2N + 3)] + bL(L + 1) \quad (8)$$

Trong đó, L là số lượng tử mômen của hạt nhân còn N là số boson và là cố định khi xét một hạt nhân ($N = n_s + n_d$, n_s là số s -boson và n_d là số d -boson). Biểu thức phụ thuộc hai hệ số hằng số là a, b .

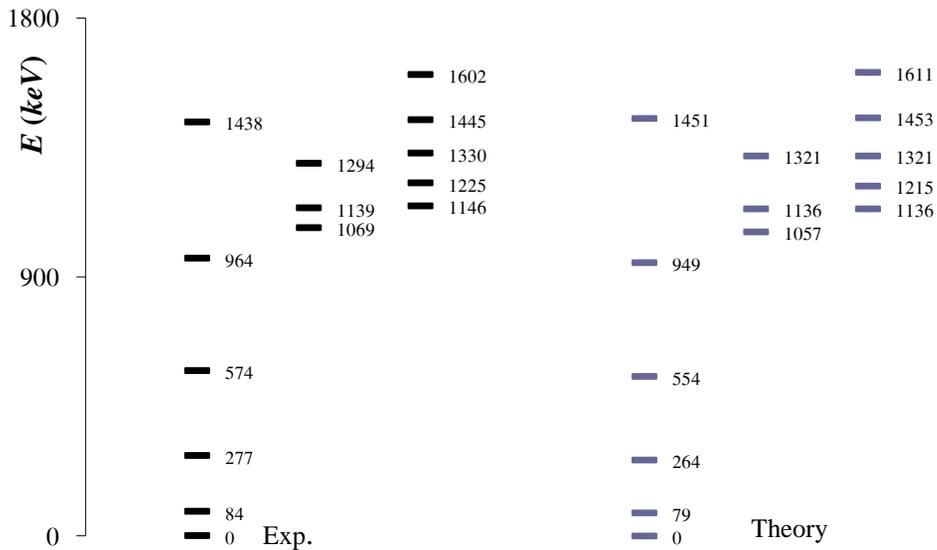
2.2. Giải thích phổ năng lượng của các hạt nhân chẵn-chẵn

Như đã nêu trên, số lượng các hạt nhân bền và không bền phát hiện đến thời điểm này đã vượt quá con số 3200, bài toán đặt ra ở đây là phải giải thích cấu trúc và phổ năng lượng của chúng. Các tác giả đã áp dụng mô hình Boson tương tác phân tích hàng loạt hạt nhân chẵn-chẵn ở các vùng bền và không bền, và báo cáo này nêu hai trong số đó.

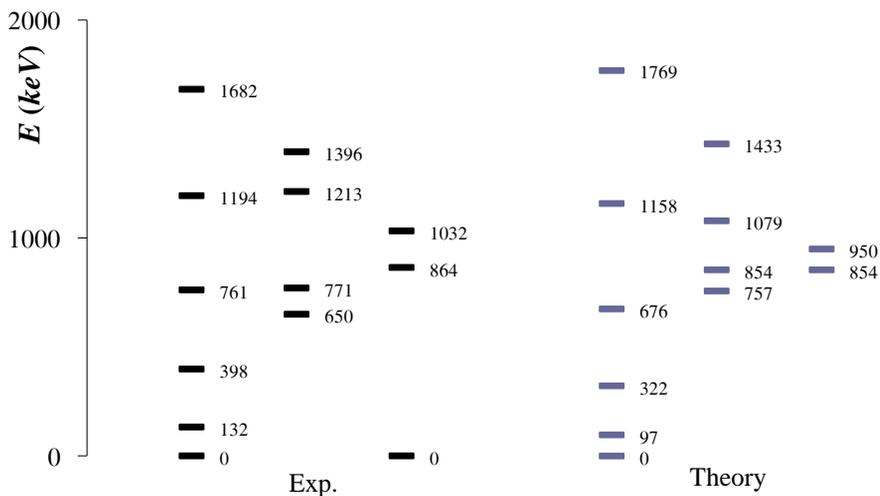
Các kết quả tính toán và đo được nêu và so sánh trong Hình 1 và Hình 2. Số liệu thực nghiệm được lấy từ [10]. Tính toán liên quan đến (8) thực hiện cho các hạt nhân chẵn-chẵn tuân theo mô hình Boson tương tác.

Các hạt nhân $^{170}_{70}\text{Yb}_{100}$ và $^{178}_{76}\text{Os}_{102}$ được chọn vì có phổ năng lượng thể hiện rõ tính chất của hạt nhân đối xứng quay, trong đó

hạt nhân $^{170}_{70}\text{Yb}_{100}$ bền và hạt nhân $^{178}_{76}\text{Os}_{102}$ không bền có các mức năng lượng mới được xác định gần đây, các tính toán lý thuyết còn xác định một số mức nữa như là một tiên đoán các mức có thể xuất hiện. Các hình vẽ cho thấy, các kết quả tính toán lý thuyết phù hợp với thực nghiệm. Nói cách khác, các hạt nhân được khảo sát mô tả tốt bởi mô hình Boson tương tác.



Hình 1. Phổ năng lượng của $^{170}_{70}\text{Yb}_{100}$ với các hệ số $a = 4,76155; b = 13,187$



Hình 2. Phổ năng lượng của $^{178}_{76}\text{Os}_{102}$ với các hệ số $a = 5,04746, b = 16,0847$

3. KẾT LUẬN

Trên đây, chúng tôi đã chọn hai hạt nhân cho thấy sự phù hợp của phổ năng lượng với mô hình Boson tương tác mang tính chất điển hình. Cấu trúc của các hạt nhân này thể hiện rõ tính đúng đắn của mô hình Boson tương tác.

Hiện tại, chưa thể đòi hỏi lý thuyết và thực nghiệm phù hợp nhau với độ chính xác cao, vì đây là một mô hình mới đưa ra và chưa sử dụng các hiệu chỉnh bổ sung. Chắc chắn, còn thiếu một hoặc một vài số hạng nào đó vừa có ý nghĩa vật lý căn bản, vừa để làm khớp thực nghiệm tốt hơn các số liệu về phổ năng lượng tính toán.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] F. Iachello, A. Arima (2006), *The Interacting Boson Model*, Cambridge Univ. Press - New York.
- [2] A. Arima, F. Iachello (1975), *Phys. Rev. Lett*, 35.
- [3] F. Iachello, P. van Isacker (2005), *The Interacting Boson-Fermion Model*, Cambridge Univ. Press – New York.
- [4] W. Pfeiffer (1998), *An Introduction to the Interacting Boson Model of the Atomic Nucleus*, Hochschulverlag – Zurich.
- [5] Lương Duyên Phu, Nguyễn Duy Lý, Trần Quốc Lâm (2007), *Mô hình boson tương tác và phổ năng lượng hạt nhân*, Trường Đại học Đà Lạt.
- [6] F. Iachello (2006), *Lie Algebras and Applications*, Springer - Berlin.
- [7] Lương Duyên Phu, Nguyễn Duy Lý (2008), *Siêu đối xứng động lực và phổ năng lượng hạt nhân*, Trường Đại học Đà Lạt.
- [8] Lương Duyên Phu, Nguyễn Duy Lý (2008), *Dynamical Supersymmetry and Energy Spectra of Nuclei Ba and W*, Nuclear Science and Technology 4.
- [9] Lương Duyên Phu, Nguyễn Duy Lý (2014), *Siêu đối xứng động lực và phổ năng lượng hạt nhân, xét cho các cặp nhân đồng hành ${}^{172}_{70}\text{Yb}_{102}$ – ${}^{171}_{70}\text{Yb}_{101}$ và ${}^{168}_{68}\text{Er}_{100}$ – ${}^{169}_{68}\text{Er}_{101}$* , Thông báo khoa học, Trường Đại học Thủ Dầu Một.
- [10] R.B. Firestone, Shirley (1996), *Table of Isotopes*, Lawrence Berkeley National Laboratory - University of California.

Ngày nhận bài: 02-5-2018. Ngày biên tập xong: 04-9-2018. Duyệt đăng: 24-9-2018