

ỔN ĐỊNH TUYỆT ĐỐI MẠNG NƠON MỜ

ABSOLUTE STABILITY FOR A FUZZY NEURAL NETWORK

TRẦN LƯU CƯỜNG(*)

TÓM TẮT: Bài viết đưa ra khái niệm mạng nơon mờ bất định mở rộng trên cơ sở phát triển mô hình mạng nơon Hopfield. Với những hệ thống này, phương pháp đánh giá ổn định phi tuyến bền vững được xây dựng dựa trên lý thuyết về tính thụ động. Các ưu điểm chính của phương pháp đề ra là tính tổng quát cao có thể ứng dụng cho nhiều lớp mạng nơon khác nhau, có thể hiện đồ thị trực quan và có biểu diễn tường minh các tiêu chuẩn.

Từ khóa: mạng nơon mờ; ổn định tuyệt đối; nơon Hopfield.

ABSTRACT: This paper proposes the concept of extended uncertain fuzzy neural network based on development of Hopfield's model of neuron networks. With this system, sustainable nonlinear stability assessment method is built on the theory of passivity. The main advantages of the proposed method are the high generalization that can be applied to many different neural network layers, which can display graphs visually and have explicit representations of standards.

Keywords: fuzzy neuron network; absolute stability; Hopfield's neuron.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Trong thời gian gần đây, các mạng nơon nhân tạo trở thành đối tượng nghiên cứu hấp dẫn, thu hút được sự quan tâm của đông đảo các nhà khoa học. Trong số các mạng nơon, mạng Hopfield [2], [5] là thông dụng nhất, cấu trúc của nó bao gồm mạng nơon một tầng với các liên hệ ngược phi tuyến tổng quát và tuyến tính giữa các nơon. Mô hình mạng Hopfield được biểu diễn bằng hệ phương trình sau:

$$x_i = -c_i x_i + \sum_{j=1}^n a_{ij} u_j + I_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (1)$$

$$u_j = \varphi_j(x_j), \quad j = 1, \dots, n.$$

Trong đó: n - số nơon trong mạng; x_j - biến trạng thái của nơon thứ j ; u_j - tín hiệu ra của nơon thứ j ; c_i - hệ số liên hệ ngược trực tuyến, $c_i > 0$, $i = 1, \dots, n$; $\varphi_j(x_j)$, $j = \overline{1, n}$ - hàm phi tuyến thể hiện liên hệ giữa trạng thái x_j của mạng nơon thứ j với đầu ra u_j của nó; $A = (a_{ij})$ - ma trận vuông bậc n thể hiện liên hệ giữa các nơon; I_i - tín hiệu ngoài, $I_i = \text{const}$; $i = 1, \dots, n$.

Đối với các hàm $\varphi_j(x_j)$, $j = 1, \dots, n$, thông thường giả thiết rằng, chúng là các hàm liên tục đơn trị thỏa mãn điều kiện:

$$\varphi_j(0) = 0 \text{ và } x_j \varphi_j(x_j) > 0; \text{ với } x_j \neq 0, j = \overline{1, n} \quad (2)$$

Mạng nơon Hopfield được sử dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực, trong đó có bài toán điều khiển. Để giải bài toán điều khiển nói chung và các bài toán tối ưu nói riêng, đòi hỏi hệ (1) có một trạng thái cân bằng duy nhất, tương ứng với nghiệm bài toán tối ưu, và trạng thái này là ổn định tiệm cận trong toàn cục. Có thể đảm bảo rằng nghiệm hệ (1) sẽ tiệm cận về nghiệm bài toán tối ưu với điều kiện ban đầu bất kỳ. Trong thực tế xuất hiện nhiều trường hợp khi các hàm $\varphi_j(x_j)$, $j = 1, \dots, n$, không được biết chính xác, chỉ biết chúng thuộc vào một trong những lớp nào đó. Ổn định của mạng nơon khi có liên quan gần gũi đến khái niệm quen thuộc về ổn định tuyệt đối hệ thống điều khiển.

(*) TS. Trường Đại học Văn Lang, tranluucuong@vanlanguni.edu.vn, Mã số: TCKH21-07-2020

Trong bài toán này, ổn định tuyệt đối được đề ra với lớp mạng nơron Hopfield tổng quát hơn: thứ nhất, mỗi quan hệ tuyến tính là một khâu động học tuyến tính tổng quát (không chỉ là khâu quán tính như (1)); thứ hai liên hệ ngược phi tuyến là một khâu động học mờ dạng:

Nếu y là X_i và y là Y_j thì φ là Z_k (3). Thực tế đã chứng minh được rằng, một lớp khá rộng rãi các khâu động học mờ (3) như vậy biểu diễn một ánh xạ phi tuyến có đặc tính thỏa mãn giới hạn:

$$\alpha \cdot y^2 \leq \varphi(y) \cdot y \leq \beta \cdot y^2, \quad \varphi(0) = 0, \quad (4)$$

$$y := y + \dot{y}.$$

Mô hình hệ thống mạng nơron mờ mở rộng thể hiện qua các phương trình sau:

$$x_i = \phi_i x_i + b_i + u_i,$$

$$y_i = c'_1 x_i, \quad (5)$$

$$u_i = I_i + \sum_{j=1}^n a_{ij} \varphi_j(y_j)$$

với: $i = \overline{1, n}$.

Hàm $x_i(t)$ là vector cỡ n_i , còn $u_i(t)$ và $y_i(t)$ là các hàm vô hướng.

Hàm phi tuyến $\varphi_j(y_j)$ thể hiện bản thân khâu động học mờ với giả thuyết:

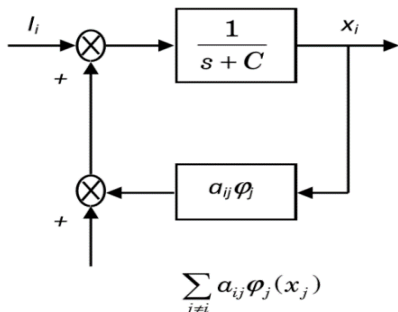
$$\alpha_i y_i \leq \varphi_j(y_j) y_j \leq \beta_j y_j^2, \quad (6)$$

$$\varphi_j(0) = 0.$$

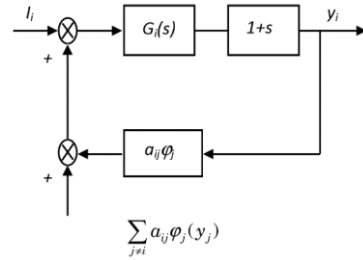
Nếu ký hiệu hàm truyền của hệ có tuyến tính thứ i là:

$$G_i(s) = \frac{Y_i(s)}{U_i(s)} = c'_i (sI - \phi_i)^{-1} b_i \quad (7)$$

Ta có sơ đồ cấu trúc mạng nơron mở rộng trên hình 1b. Để so sánh, trên hình 1a biểu diễn sơ đồ mạng nơron Hopfield (1) tương ứng.



Hình 1a. Mạng nơron Hopfield



Hình 1b. Mạng nơron mờ mở rộng

2. NỘI DUNG

2.1. Ổn định tuyệt đối mạng nơron mờ

Ký hiệu: $\tilde{G}_i(s) = (1+s)G_i(s)$,

$D(p, q)$ – đường tròn có tâm tại $(p^{-1} + q^{-1})/2$ và bán kính $(p^{-1} - q^{-1})/2$.

Định lý: Mạng nơron mờ mở rộng (3), (5) ổn định tuyệt đối nếu thỏa mãn các điều kiện sau:

1) Với các liên hệ tuyến tính:

a) Nếu $\tilde{G}_i(s)$ có các cực âm thỏa mãn một trong các điều kiện sau:

Đồ thị Nyquist $\tilde{G}_i(j\omega)$ không bao hoặc cắt đường tròn $D(p_i, q_i)$, trong đó $0 < p_i, q_i$, $p_i < q_i$;

Đồ thị Nyquist $\tilde{G}_i(j\omega)$ nằm bên trong đường tròn $D(p_i, q_i)$, trong đó $p_i < 0 < q_i$;

Đồ thị Nyquist $\tilde{G}_i(j\omega)$ nằm bên trong nửa mặt phẳng $\text{Re } s \geq \frac{1}{q_i}$, trong đó $0 = p_i < q_i$;

Đồ thị Nyquist $\tilde{G}_i(j\omega)$ nằm bên trong nửa mặt phẳng $\text{Re } s \leq \frac{1}{q_i}$, trong đó $p_i < q_i = 0$.

b) Nếu $\tilde{G}_i(s)$ có m cực dương: đồ thị Nyquist $\tilde{G}_i(j\omega)$ bao đường tròn $D(p_i, q_i)$, m lần theo ngược chiều kim đồng hồ, trong đó $0 < p_i < q_i$.

2) Với các liên hệ mờ phi tuyến:

Ma trận khoảng $L = \{l_{ij}\}_{i,j=1}^n$ là xác định âm với mọi t_i , trong đó:

$$l_{ij} = t_j \left(a_{ij} + t_i \sum_{k=1}^n \frac{a_{ki} a_{kj}}{q_k - p_k} \right)$$

$$\alpha_i + \frac{p_i}{a_{ii}} \leq t_i \leq \beta_i + \frac{p_i}{a_{ii}}, i = j,$$

$$\alpha_i \leq t_i \leq \beta_i, \alpha_j \leq t_j \leq \beta_j, i \neq j.$$

Định lý trên có tính tổng quát cao nhưng khó áp dụng trong thực tế do cần phải giải quyết bài toán xác định tính xác định âm của một ma trận có các phần tử thay đổi trong khoảng cho trước (tính xác định âm bền vững). Tuy nhiên, trong một số trường hợp riêng, có thể rút ra các kết luận cụ thể sau:

Tiêu chuẩn 1. Ổn định tuyệt đối mạng nơron mờ suy biến:

Mạng nơron mờ (3), (5) suy biến với $a_{ij} = 0, i \neq j$ là ổn định tuyệt đối nếu các mạng tuyến tính thỏa mãn điều kiện 1 của định lý và các mạch phi tuyến thỏa mãn bất đẳng thức sau:

$$0 \leq \alpha_i + \frac{p_i}{a_{ii}} \leq \beta_i + \frac{p_i}{a_{ii}} \leq q_i - p_i, i = \overline{1, n} \quad (10)$$

Tiêu chuẩn 2. Ổn định tuyệt đối mạng nơron Hopfield mờ: Mạng nơron Hopfield mờ (1),(2),(3) ổn định tuyệt đối nếu ma trận $A = \{a_{ij}\}$ là xác định âm.

Tiêu chuẩn 3. Điều kiện đủ ổn định tuyệt đối mạng nơron mờ mở rộng: Mạng nơron mờ mở rộng (3) – (5) là ổn định tuyệt đối nếu các mạch tuyến tính thỏa mãn điều kiện 1 trong định lý và các mạch phi tuyến mờ thỏa mãn điều kiện ma trận $L^* = \{l_{ij}^*\}$ xác định âm, trong đó:

$$l_{ii}^* = \max \left\{ \alpha_i \left(a_{ii} + \alpha_i \sum_{k=1}^n \frac{a_{ki}^2}{q_k - p_k} \right), \beta_i \left(a_{ii} + \beta_i \sum_{k=1}^n \frac{a_{ki}^2}{q_k - p_k} \right) \right\}, \quad (11)$$

$$l_{ij}^* = \max \left\{ \alpha_j \left(a_{ii} + \alpha_i \sum_{k=1}^n \frac{a_{ki} a_{kj}}{q_k - p_k} \right), \alpha_j \left(a_{ii} + \beta_i \sum_{k=1}^n \frac{a_{ki} a_{kj}}{q_k - p_k} \right), \beta_j \left(a_{ij} + \alpha_i \sum_{k=1}^n \frac{a_{ki} a_{kj}}{q_k - p_k} \right), \beta_j \left(a_{ij} + \beta_i \sum_{k=1}^n \frac{a_{ki} a_{kj}}{q_k - p_k} \right) \right\}, i \neq j \quad (9)$$

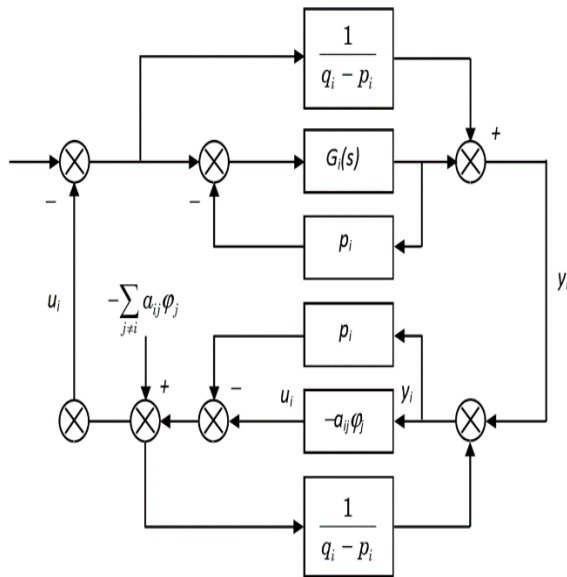
Tiếp theo ta mở rộng thêm bài toán với khái niệm mạng nơron mờ mở rộng bất định, trong đó các mạch tuyến tính, tham số các mô hình hàm truyền $G_i(s)$ không biết được xác định, chúng có thể thay đổi trong các khoảng xác định cho trước.

Ký hiệu $G_i(s, q^i)$, $q^i \in Q \subset R^{n_i}$, $i = 1, \dots, n$ là các hàm truyền bất định như vậy, trong đó q^i là vector các tham số bất định, Q – hộp. Khi đó, theo lý thuyết ổn định bền vững [6] ta có thể dựng các dòng niêm giá trị $F_i(w) = \tilde{G}(jw, Q^i)$, $\forall w \in R$. Các kết quả về ổn định tuyệt đối mạng nơron đề ra trên đây dễ dàng được triển khai thành ổn định tuyệt đối mạng nơron bền vững của lớp mạng nơron bất định như vậy.

Tiêu chuẩn 4. Ổn định tuyệt đối mạng nơron mờ bất định: Mạng nơron bất định là ổn định tuyệt đối bền vững nếu trong các định lý và tiêu chuẩn đề ra nói trên các đồ thị Nyquist $\tilde{G}(jw)$ được thay thế bằng các dòng miền giá trị $F_i(w)$.

2.2. Chứng minh các định lý

Để đưa ra kết luận về tính ổn định của hệ thống, có thể dựa trên lý thuyết về tính thụ động [1, tr.339-344], [4, tr.337-382]. Theo đó, để hệ thống kín có liên tục ngược âm là ổn định thì hệ thống con ở mạch thẳng và mạch phản hồi có tính thụ động. Trước tiên, ta đưa sơ đồ cấu trúc hệ thống trên hình 1b về sơ đồ cấu trúc tương đương trên hình 2.



Chú ý rằng t_j là các biến thức thay đổi trong khoảng xác định với các giá trị biên khác nhau tùy ý theo các giá trị của I, j . Do $Q = -\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n l_{ij} y_i y_j$ nên để $Q > 0, \forall y_i, y_j$ ma trận L phải là xác định âm, đó là điều phải chứng minh.

Chứng minh tiêu chuẩn 1:

Khi $a_{ij} = 0, i \neq j$, (các nơron độc lập với nhau) thì theo (8)

$$l_{ii} = t_i \left(a_{ii} + t_i \frac{a_{ii}^2}{q_i - p_i} \right) \quad (13)$$

Để ý rằng $\frac{a_{ii}^2}{q_i - p_i} \geq 0$ nên để $l_{ij} \leq 0$ với

$\forall t_i$ thì điều kiện (1) cần thỏa mãn.

Chứng minh tiêu chuẩn 2: Lúc này, một mặt ở các mạch tuyến tính $G_i(s) = \frac{1}{s+c}$ nên $p = 0, q = \infty$, mặt khác ở các mạch phản hồi mờ phi tuyến có tính chất $0 < \alpha_i < t_i < \beta_i$ nên để ma trận L , với $l_{ij} = t_j a_{ij}$ (14)

là xác định âm thì chỉ cần ma trận $A = \{a_{ij}\}$ xác định âm là đủ.

Kết quả này tương đương với kết quả nghiên cứu trong [3, tr.33-40].

Chứng minh tiêu chuẩn 3: Với các ký hiệu trên ta luôn có $l_{ij} \leq l_{ij}^*$ với mọi $t_j, j = 1, \dots, n$, trong giới hạn cho trước nên điều kiện ma trận L^* xác định âm là đủ để ma trận L xác định âm.

3. KẾT LUẬN

Bài viết đã phát triển mô hình lớp mạng nơron Hopfield với các khái niệm về lớp mạng nơron mở rộng và mạng nơron mở rộng bất định, cùng các khái niệm về ổn định tuyệt đối và ổn định tuyệt đối bền vững tương ứng. Trên cơ sở lý thuyết tính thụ động, một phương pháp đánh giá ổn định các lớp mạng như vậy đã được đề ra. Ưu điểm của phương pháp đề ra được thể hiện rõ nét ở nhiều mặt như tính tổng quát cao, chứa đựng nhiều lớp mạng nơron thông dụng và có thể hiện đồ họa tiện lợi...

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Calcev G., Goez R., De Negen M., (1998), *Passitivity approach to fuzzy control system*, Automatica 34(3).
- [2] Cichocki A., Unbehauen R., (1993), *Neuron Networks for Optimization and Signal Processing*, New-York, John Wiley and Sons.
- [3] Dudnikov E.E., Rybashov M.V. (1999), *Để ổn định mạng lưới tuyệt đối mạng nơron với các liên hệ ngược*, Automatika i Telemekhanika 12.
- [4] Hill D.J., Moylan P.J. (1977), *Stability results for nonlinear feedback systems*, Automatica.
- [5] Hopfield J.J (1984), *Neurons with graded response have collective computational properties like those of two-state neurons*, Proc. of the NAS USA 81.

Ngày nhận bài: 28-11-2019. Ngày biên tập xong: 11-5-2020. Duyệt đăng: 26-5-2020