

PHÂN TÍCH TĨNH PHI TUYẾN KHUNG PHẪNG BÊ TÔNG CỐT THÉP CHỊU ĐỊA CHẤN

NONLINEAR STATIC ANALYSIS OF THE SEISMIC-RESISTANT REINFORCED CONCRETE FLAT FRAMES

HOÀNG QUỐC THANH^(*)

TÓM TẮT: Đánh giá kết cấu chịu địa chấn có xét phân tích phi tuyến hình học và phi tuyến vật liệu, đây là hướng phân tích kết cấu phản ánh sát với sự làm việc của cả hệ và được xem là một trong những phân tích quan trọng cũng như đánh giá mức độ an toàn của kết cấu. Trong bài viết này, chúng tôi sử dụng phương pháp MPA (Modal Pushover Analysis) là phương pháp tĩnh sử dụng các lực ngang tương đương có xét đến các dạng dao động bậc cao và phương pháp phân tích phản ứng phi tuyến theo miền thời gian NL-RHA (Nonlinear Response History Analysis) để so sánh, đánh giá kết quả khung bê tông cốt thép chịu địa chấn.

Từ khóa: khung bê tông cốt thép chịu địa chấn; phân tích phi tuyến đẩy dần chuẩn; phân tích tĩnh phi tuyến xét đến dao động bậc cao; phân tích phi tuyến theo miền thời gian.

ABSTRACT: Assessing seismic-resistant structure considering geometric and material nonlinear analysis, this is the direction of structural analysis reflected closely to the working of the whole system and is considered one of the important analysis and assessing the safety of a structure as well. In this study, we use the method of MPA (Modal Pushover Analysis), it is a static method using equivalent horizontal forces taking into account the higher order oscillations and non-linear response analyzing method in accordance with NL-RHA time domain (Nonlinear Response History Analysis) in order to compare and evaluate the result of seismic-resistant reinforced concrete frame.

Key words: seismic-resistant reinforced concrete frame; standard pushover nonlinear analysis; nonlinear analysis taking into account the higher order oscillations; nonlinear analysis in accordance with time domain.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Phương pháp NL-RHA thường được thực hiện cho việc đánh giá mức độ an toàn của kết cấu, xác định phản ứng không đàn hồi của hệ khi phải chịu một trận động đất mạnh. Phương pháp này là thước đo phản ánh thực tế đáp ứng của kết cấu khi chịu động đất. Cơ sở lý thuyết của phương pháp NL-RHA đòi hỏi tính chính xác của mô hình kết cấu. Tuy nhiên, do khối lượng tính toán quá lớn, vì vậy khó áp dụng vào thực tế thiết kế. Để khắc phục nhược điểm trên, nhiều nhà nghiên cứu cố gắng phát triển nhiều phương

pháp phân tích hợp lý để có thể đạt được sự cân bằng thỏa đáng giữa độ tin cậy và tính ứng dụng cho việc sử dụng thiết kế hằng ngày. Do đó, các phương pháp gần đúng, gọi là phương pháp tĩnh phi tuyến (NSPs) được bắt nguồn từ lý thuyết động học công trình đã được phát triển như là một sự lựa chọn thay thế cho phương pháp NL-RHA. Một số phương pháp NSPs được tiêu chuẩn trong ATC-40 (ATC, 1996) [2] và FEMA-356 (ASCE, 2000) [3] bằng cách mô phỏng kết cấu chịu tải ngang theo chiều cao tăng dần cho đến khi đạt được chuyển vị mục tiêu đã xác định trước.

^(*) ThS. Trường Đại học Văn Lang, thanh.hq@vlu.edu.vn, Mã số: TCKH24-01-2020

Chuyển vị mục tiêu được xác định từ sự biến dạng của hệ một bậc tự do (SDF) tương đương.

Tuy nhiên, các phương pháp NSPs dựa trên các mẫu tải bất biến chỉ đánh giá phản ứng địa chấn chính xác các công trình thấp và trung tầng, nơi mà đóng góp phản ứng của các dạng dao động cao hơn là không đáng kể và có thể bỏ qua. Để khắc phục hạn chế này, một phương pháp cải tiến phương pháp NSPs, được gọi là phương pháp phân tích tĩnh sử dụng lực ngang dựa trên dạng dao động có xét đến đóng góp của các dạng dao động cao MPA (phương pháp phân tích đẩy dần theo dạng dao động), được đề xuất bởi Chopra và Goel (2001) [6]. Bài viết này ứng dụng phương pháp MPA vào đánh giá phản ứng địa chấn cho kết cấu khung phẳng BTCT 6, 12, 20 tầng có xét đến tính chất phi tuyến vật liệu và mô hình hóa phi tuyến vật liệu bằng mô hình liên kết dầm - cột có khớp thớ. Kết quả phân tích được so sánh với phương pháp đẩy dần chuẩn (SPA) và phương pháp NL-RHA.

2. NỘI DUNG

2.1. Các phương pháp nghiên cứu

2.1.1. Phương pháp phân tích theo miền thời gian (NL-RHA)

Phương pháp NL-RHA được xác định dựa trên phương trình động lực học phi tuyến:

$$\ddot{\mathbf{m}}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{f}_s(\mathbf{u}, \text{sign}\dot{\mathbf{u}}) = -\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}}_g(t) \quad (1)$$

Trong đó: \mathbf{u} là vector của chuyển vị; \mathbf{m} và \mathbf{c} là ma trận khối lượng và ma trận cản của hệ; $\mathbf{1}$ là vector ảnh hưởng mà mỗi phần tử bằng đơn vị.

2.1.2 Phương pháp phân tích tĩnh sử dụng lực ngang có xét đến dao động bậc cao (MPA) [4], [5]

Năm 2002, Chopra và Goel đã đề xuất phương pháp MPA theo 9 bước:

- 1) Tính các tần số tự nhiên ω_n , và các dạng dao động (mode shape) ϕ_n , của các công trình đàn hồi tuyến tính.
- 2) Đối với dạng dao động thứ n, xây dựng đường cong pushover biểu diễn mối quan hệ giữa lực cắt đáy - chuyển vị mái ($V_{bn} - u_{mn}$) bằng phân tích tĩnh phi tuyến của công trình, dùng lực phân phối $s_n^* = \mathbf{m}\phi_n$.

3) Lý tưởng hóa đường cong pushover như một đường cong song tuyến tính (Hình 1a).

4) Chuyển đổi đường cong lý tưởng pushover qua mối quan hệ lực - biến dạng $F_{sn} / L_n - D_n$ của hệ một bậc tự do tương đương cho dạng dao động thứ n không đàn hồi (Hình 1b) bởi công thức $\frac{F_{sn}}{L_n} = \frac{V_{bn}}{M_n^*}; D_n = \frac{u_{mn}}{\Gamma_n \phi_m}$ (2)

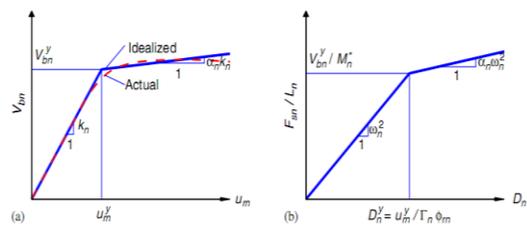
5) Tính biến dạng đỉnh $D_n = \max |D_n(t)|$ của hệ một bậc tự do không đàn hồi tương đương do lực kích thích nền $\ddot{u}_g(t)$ bằng cách phương trình phi tuyến sau: $\ddot{D}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{D}_n + \frac{F_{sn}}{L_n} = -\ddot{u}_g(t)$ (3)

6) Tính toán chuyển vị đỉnh u_{mo} của hệ nhiều bậc tự do ứng với mode thứ n hệ không đàn hồi từ công thức: $u_{mo} = \Gamma_n \phi_m D_n$ (4)

7) Rút ra kết quả phản ứng mong muốn r_{no} , dữ liệu pushover khi chuyển vị mái bằng chuyển vị u_{mo} .

8) Lặp lại bước 2 đến bước 7 cho nhiều dạng công trình.

9) Xác định phản ứng tổng, r_{MPA} , bằng cách kết hợp phản ứng của nhiều dạng dao động theo tổ hợp SRSS: $r_{MPA} = \sqrt{\sum_{n=1}^j r_{no}^2}$, với j là số dạng dao động tham gia (5).



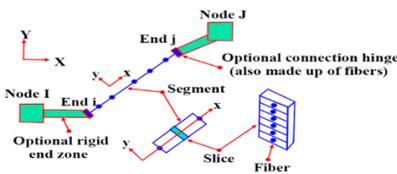
Hình 1. Hệ SDF không đàn hồi từ đường cong đẩy dần: (a) Lý tưởng hóa đường cong đẩy dần; (b) Quan hệ giữa lực-chuyển vị của hệ SDF

2.2. Mô hình liên kết dầm - cột có khớp thớ “type 15” trong drain-2dx [1], [7]

“Type 15” là một phần tử không đàn hồi cho mô hình hóa dầm và dầm - cột. Nó có thể được sử dụng để mô hình thép, bê tông cốt thép, hoặc các vật liệu composite. Các phần tử có một hoặc nhiều lựa chọn và có thể được sử dụng trong nhiều cách khác nhau. Trong đó, mô hình vật liệu để tính cho quá

trình dẻo của thép, gồm sự tăng bền cơ học cho nứt, nén vỡ của bê tông, có thể kể đến sự suy giảm độ bền sau khi bị nén vỡ và độ cứng kéo của bê tông. Sự liên kết phi tuyến dẻo có thể được xem xét ở 2 đầu phần tử, để mô hình hóa liên kết thép nửa cứng hay ảnh hưởng do trượt giữa thép và bê tông tại vị trí khớp nối. Biến dạng cắt có thể được xét đến nhưng các ứng xử do cắt được giả định là đàn hồi.

Phần tử biến dạng được chia thành một số phân đoạn. Ứng xử được theo dõi tại mặt cắt trọng tâm tại mỗi đoạn. Các thuộc tính mặt cắt ngang được giả định là không đổi trong từng phân đoạn, nhưng có thể khác nhau từ phân đoạn này đến phân đoạn kia (Hình 2).



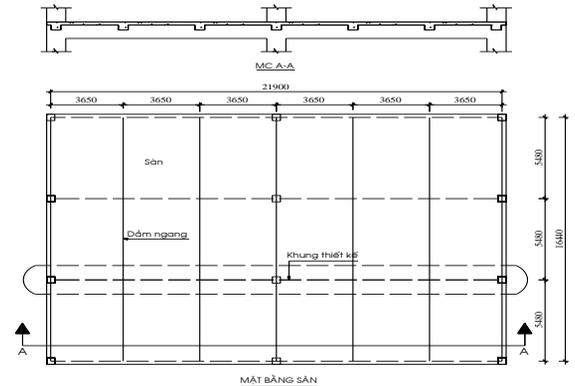
Hình 2. Phần tử dầm-cột cho “Type 15” của Drain-2dx [1]

Mỗi mặt cắt ngang được xem là đàn hồi hoặc được chia thành các “fibers” (thớ). Các “fibers” có thể có mối quan hệ ứng suất biến dạng dọc phi tuyến cho từng loại vật liệu.

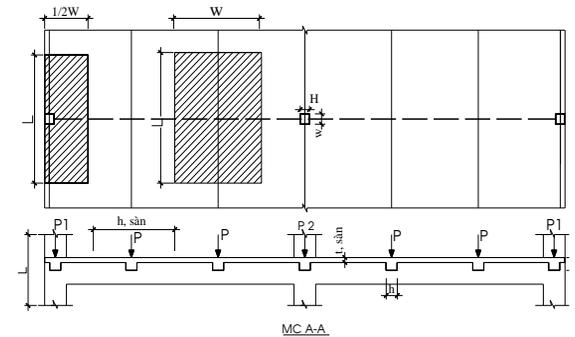
2.3. Mô hình phân tích

Để đánh giá độ chính xác của các phương pháp NSPs trong việc dự đoán phản ứng địa chấn của công trình. Mô hình tính toán trong bài viết này là khung bê tông cốt thép cao 6, 12 và 20 tầng là mô hình thực tế đã

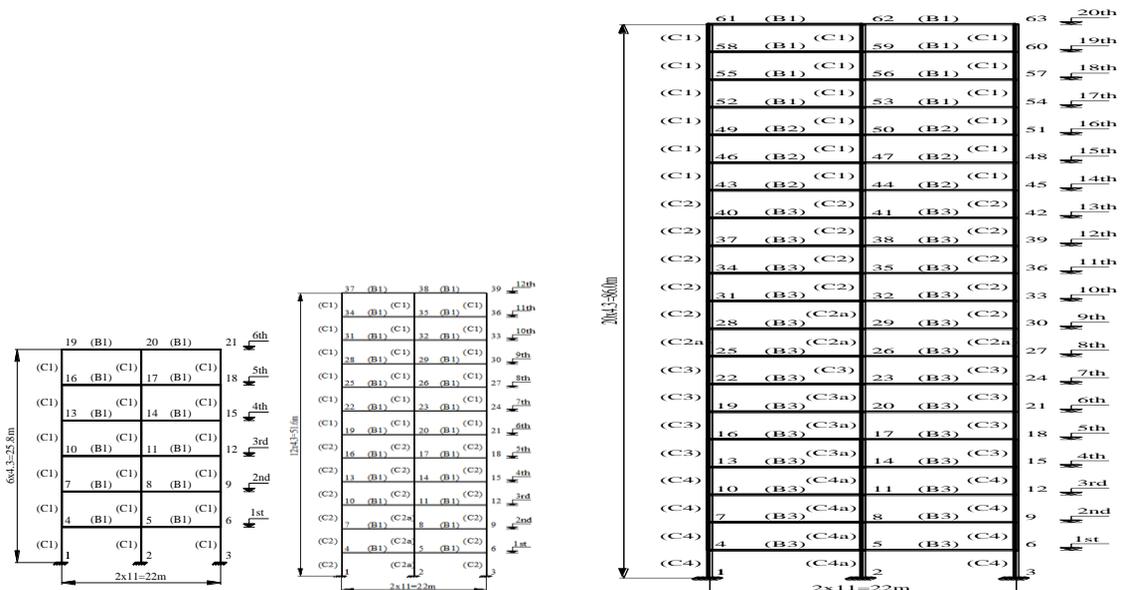
đưa vào sử dụng và được nghiên cứu bởi R.Martino, E Spacone, và G. Kingsley [8] (Hình 3 đến Hình 5 và số liệu tải trọng như Bảng 1). Địa điểm xây dựng công trình tại Los Angeles, California, trên đất nền loại D, chịu ảnh hưởng động đất vùng 4. Hệ số cản của kết cấu là 5%. Công trình được thiết kế để chịu xác suất xảy ra động đất là 10% trong 50 năm (LA10in50) như Bảng 2.



Hình 3. Mặt bằng chung cho các khung 6, 12 và 20 tầng



Hình 4. Sơ đồ tính tải trọng của khung 6, 12 và 20 tầng



Hình 5. Mặt đứng của khung 6, 12 và 20 tầng

2.4. Dữ liệu địa chấn

Bảng 1. Tải trọng ứng với tiết diện

Cấu kiện	Kích thước	H(m)	W(m)	L(m)	TLBT (kN/m ³)	P1(N)	P2(N)	P(N)
B1	450x660	0.660	0.457	3.65	23.6	12,899	26,243	26,243
B2	510x710	0.711	0.508	3.65	23.6	15,568	31,136	31,136
B3	560x810	0.812	0.558	3.65	23.6	19,571	39,142	39,142
C1	510x510	0.508	0.508	4.267	23.6	25,798	25,798	0.0
C2, C2a	610x610	0.609	0.609	4.267	23.6	37,363	37,363	0.0
C3, C3a	710x710	0.711	0.711	4.267	23.6	50,707	50,707	0.0
C4, C4a	812x812	0.812	0.812	4.267	23.6	66,275	66,275	0.0

Tải trọng động đất dùng để phân tích trong bài viết này lấy từ số liệu ghi nhận các trận động đất xảy ra trong lịch sử. Bộ dao động LA10/50 tương ứng với xác suất xảy ra 10% trong 50 năm, bộ dao động này được thực hiện bởi dự án SAC địa điểm tại Los Angeles,

California. Bài viết chọn 10 trận động đất bộ LA10/50 để phân tích. Bảng 2, cung cấp các thông tin ghi nhận về địa điểm ghi nhận, độ lớn động đất, khoảng cách, gia tốc đỉnh (PGA) của 10 trận động đất ghi nhận.

Bảng 2. Dữ liệu trận động đất tần suất xảy ra 10% trong 50 năm

Trận	Địa điểm ghi nhận	Độ lớn	Khoảng cách (km)	PGA (cm/s ²)
LA01	1940, Imperial Valley, EL Centro	6.9	10	452.0
LA02	1979, Imperial Valley, Array #05	6.5	4.1	386.0
LA03	1992, Landers, Barstow	7.3	36	413.0
LA04	1992, Landers, Yermo	7.3	25	509.7
LA05	1989, Loma Prieta, Gilroy	7.0	12	950.9
LA06	1994, Northridge, Newhall	6.7	6.7	644.5
LA07	1994, Northridge, Rinaldi RS	6.7	7.5	523.3
LA08	1994, Northridge, Sylmar	6.7	6.4	558.4
LA09	1994, Northridge, Sylmar	6.7	6.4	801.4
LA10	1986, North Palm Springs	6.0	6.7	967.6

2.5. Kết quả nghiên cứu

Một số quy ước chung về độ trôi tâng của ba phương pháp trong việc xác định phản ứng địa chấn cho các tòa nhà chịu động đất như sau:

$$\Delta_{NL-RHA}, \Delta_{SPA} \text{ và } \Delta_{MPA}.$$

Từ kết quả phản ứng đối với mỗi trận địa chấn, tỷ số phản ứng được định nghĩa:

$$\Delta_{SPA}^* = \Delta_{SPA} / \Delta_{NL-RHA} \text{ và } \Delta_{MPA}^* = \Delta_{MPA} / \Delta_{NL-RHA}$$

Giá trị trung bình của các phản ứng nhận được từ Δ_{SPA} , Δ_{MPA} , Δ_{NL-RHA} , Δ_{SPA}^* và Δ_{MPA}^* thì được xác định theo công thức:

$$\bar{x} = \exp \left[\frac{\sum_{i=1}^n \ln x_i}{n} \right] \quad (6)$$

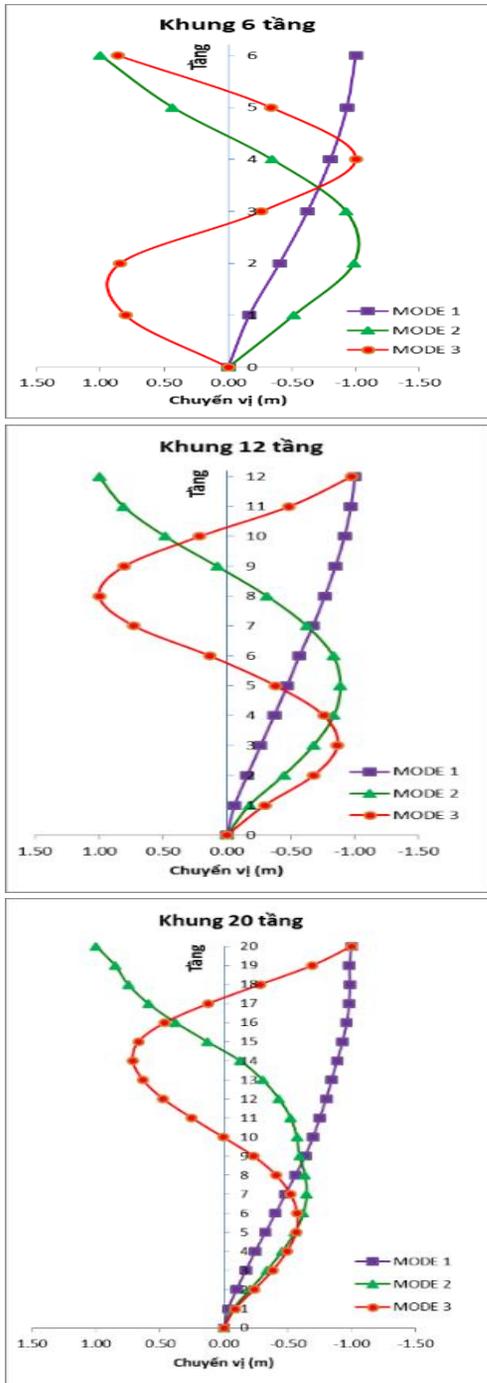
Bảng 3 và 4 thể hiện chi tiết kết quả của chu kỳ dao động và khối lượng tham gia của từng dạng dao động của khung 6, 12, 20 tầng.

Bảng 3. Chu kỳ dao động T_n (s) tự nhiên của hệ khung

Khung	Mode 1	Mode 2	Mode 3
6 tầng	1.5310	0.4950	0.2826
12 tầng	2.4839	0.8830	0.5096
20 tầng	3.1241	1.0140	0.7526

Bảng 4. Thành phần khối lượng tham gia cho từng mode (%)

Khung	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Tổng cộng
6 tầng	82.99	9.99	3.83	96.81
12 tầng	77.61	11.47	3.92	93.0
20 tầng	79.13	7.60	3.77	90.5

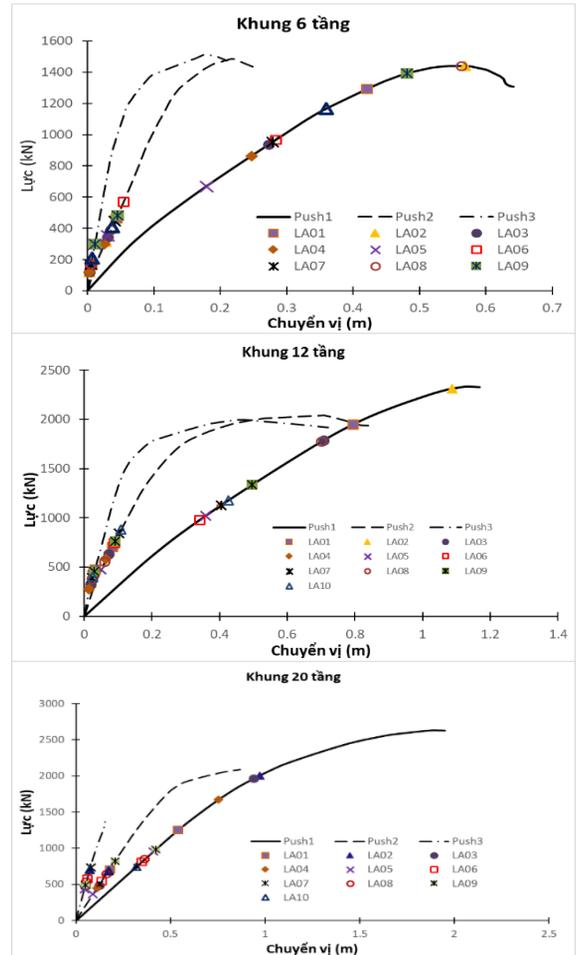


Hình 6. Chu kỳ dao động

2.5.1. Phản ứng chuyển vị đỉnh

Ứng với từng dạng dao động có các chuyển vị đỉnh tương ứng với từng dạng dao động của các hệ khung như Hình 7. Tùy theo độ mềm của hệ khung sẽ cho các đường cong đẩy dần có hệ số góc ở giai đoạn đàn hồi khác nhau. Khi độ lớn các trận động đất khác nhau,

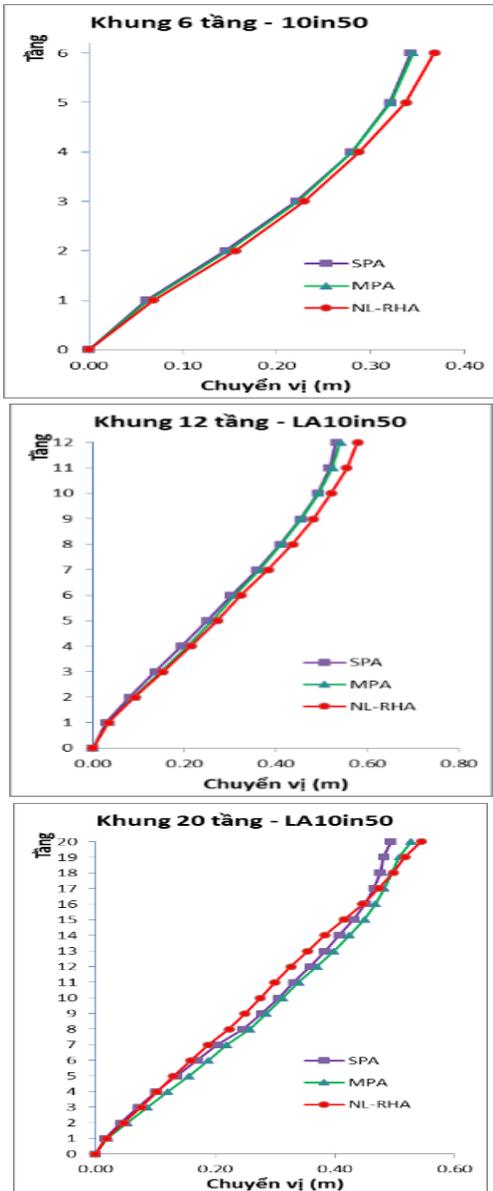
ở mỗi hệ khung có các chuyển vị đỉnh không giống nhau. Với hệ khung càng cao, giá trị chuyển vị đỉnh càng lớn và lực đẩy dần càng nhỏ. Đây chính là kết quả chuyển vị đỉnh mục tiêu của phương pháp SPA.



Hình 7. Đường cong đẩy dần ở ba dạng dao động đầu tiên ứng với các khung 6, 12 và 20 chịu các trận động đất ở Los Angeles

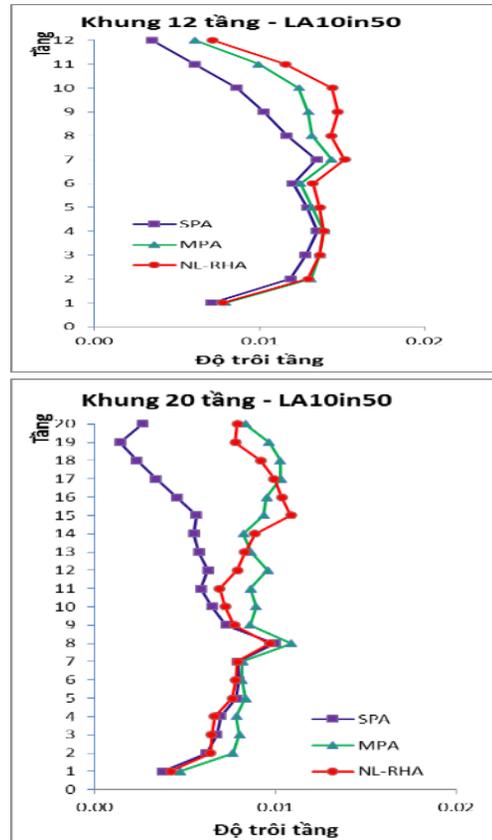
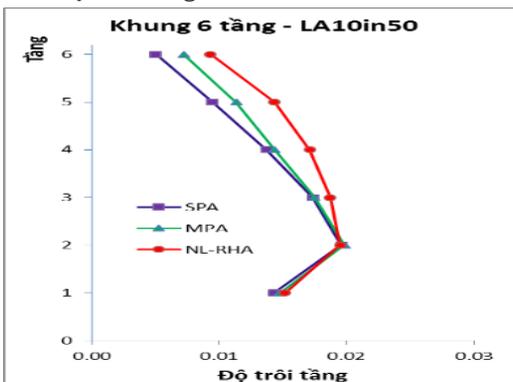
2.5.2. Chuyển vị tầng

Để đánh giá chính xác hơn giữa ba phương pháp cho 10 trận động đất, ta có phân tích trên Hình 8. Đối với hệ khung 6, 12 và 20 tầng có sự đóng góp của ba dạng dao động tham gia khi được xem xét để ước tính phản ứng địa chấn. Kết quả chuyển vị tầng chia chiều cao nhà (%) từ ba phương pháp được thể hiện trong phần kết luận.



Hình 8. Chuyển vị trung bình các hệ khung bằng phương pháp NL-RHA, SPA và MPA chịu 10 trận động đất xác suất 10% trong 50 năm

2.5.3. Độ trôi tầng



Hình 9. Độ trôi tầng trung bình của các hệ khung bằng phương pháp NL-RHA, SPA và MPA chịu 10 trận động đất xác suất 10% trong 50 năm

Độ trôi tầng: Độ trôi tầng được xác định từ tỷ số chênh lệch của chuyển vị chia cho

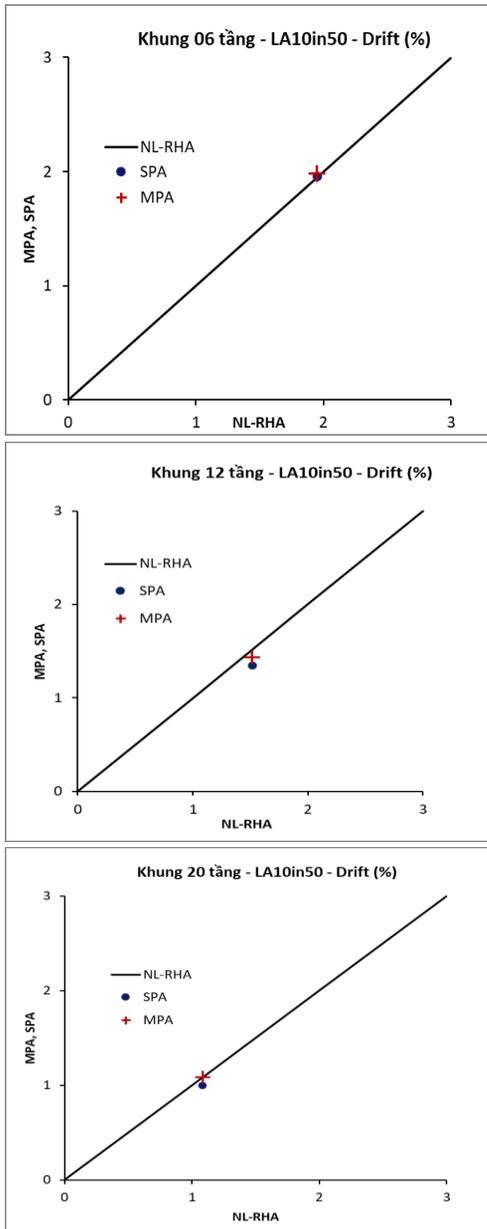
$$\text{chiều cao tầng } \Delta_{SDF} = \frac{u_{n+1} - u_n}{h} \quad (3.14)$$

u_{n+1} , u_n : lần lượt là chuyển vị tầng thứ $n+1$ và n ; h : chiều cao tầng

Không giống như chuyển vị tầng và chuyển vị mái, việc đóng góp của các dạng dao động cao sẽ thấy rõ hơn trong phương pháp MPA. Hình 9 trình bày độ trôi tầng trung bình cho các hệ khung 6, 12 và 20 tầng được xác định bởi phương pháp SPA, MPA và theo phương pháp chính xác NL-RHA.

Độ trôi tầng lớn nhất: Để xác minh một thiết kế xây dựng hoặc đánh giá một kết cấu hiện có, các tiêu chuẩn xây dựng thường yêu cầu độ trôi tầng lớn nhất ở bất kỳ tầng nào là phải nhỏ hơn một giá trị cho phép nào đó của vật liệu. Hình 10 thể hiện tất cả các độ trôi tầng

lớn nhất ở tất cả tầng được xác định bởi hai phương pháp.



Hình 10. Độ trôi tầng lớn nhất của các hệ khung bằng phương pháp NL-RHA, SPA và MPA chịu 10 trận động đất xác suất 10% trong 50 năm

Giá trị trung bình và độ phân tán của tỷ lệ độ trôi tầng: Chi tiết hơn, ta xem xét giá trị trung bình và độ phân tán (phương sai) của tỷ lệ độ trôi tầng từ hai phương pháp SPA, MPA là Δ_{SPA} , Δ_{MPA} , so với nghiệm chính xác từ phương pháp NL-RHA, Δ_{NL-RHA} tại Los Angeles được thể hiện qua các bảng Bảng 5 và Bảng 6.

Bảng 5. Giá trị Δ^* giữa phương pháp SPA và MPA so với phương pháp NL-RHA

Trận động đất	SPA			MPA		
	6 tầng	12 tầng	20 tầng	6 tầng	12 tầng	20 tầng
LA.01	0.64	0.65	0.39	0.86	0.93	1.11
LA.02	0.72	0.78	0.52	0.80	0.94	1.05
LA.03	0.60	0.84	0.71	0.81	1.12	1.14
LA.04	0.51	0.66	0.50	0.67	1.10	0.93
LA.05	0.29	0.41	0.40	0.60	0.81	1.11
LA.06	0.54	0.29	0.25	0.98	0.75	1.07
LA.07	0.37	0.31	0.21	0.60	0.72	1.14
LA.08	0.68	0.73	0.27	0.81	0.97	1.11
LA.09	0.70	0.30	0.23	0.98	0.58	0.85
LA.10	0.53	0.33	0.19	0.72	0.75	1.10

Bảng 6. Giá trị độ sai lệch độ trôi tầng δ (%) giữa phương pháp SPA và MPA so với phương pháp NL-RHA

Trận động đất	SPA			MPA		
	6 tầng	12 tầng	20 tầng	6 tầng	12 tầng	20 tầng
LA.01	7.72	8.84	3.63	4.54	2.72	1.14
LA.02	12.93	14.23	10.01	1.67	3.18	0.10
LA.03	4.82	16.44	17.31	1.85	8.34	1.77
LA.04	2.36	8.91	9.15	6.44	7.82	2.82
LA.05	28.33	5.03	4.06	11.01	1.37	1.18
LA.06	0.09	15.39	6.78	10.67	3.69	0.20
LA.07	16.42	13.39	11.21	11.18	5.20	1.72
LA.08	10.44	12.09	4.78	2.17	3.84	1.18
LA.09	11.86	14.77	8.83	10.74	11.68	5.13
LA.10	0.75	11.94	12.56	3.01	3.95	0.85

3. KẾT LUẬN

Kết luận dưới đây đánh giá tính chính xác của phương pháp MPA trong đánh giá nhu cầu địa chấn của hệ khung 6, 12 và 20 tầng chịu 10 trận động đất có xác suất 10% trong 50 năm. Kết luận này dựa trên kết quả so sánh giữa ba kết quả SPA, MPA và nghiệm chính xác từ phương pháp NL-RHA. 1) Khối lượng tập trung chủ yếu ở dạng dao động đầu tiên nên khi xét chuyển vị thì ứng với dạng dao động đầu sẽ cho kết quả lớn hơn các dạng dao động còn lại. Do đó, phương pháp SPA chỉ xét sự tham gia của dạng dao động đầu tiên. Tổng khối lượng tham gia vào 3 dạng dao động giảm dần khi công trình càng cao chứng tỏ khung càng cao thì đóng góp của các dao động bậc cao càng nhiều. 2) Đối với hệ khung 6 tầng

phần trăm sai lệch của chuyển vị mái giữa phương pháp SPA, MPA so với phương pháp NL-RHA không chênh lệch nhiều có sai số dưới 12%. Do đó, chỉ cần dùng phương pháp SPA là đủ tin cậy. Tuy nhiên, khi số tầng càng cao thì có sự khác biệt càng lớn và phương pháp MPA cho sai số ít hơn phương pháp SPA. Các khung 12 và 20 tầng thì phương pháp MPA cho kết quả tốt hơn phương pháp SPA với sai số đa phần nhỏ hơn 10%. 3) Chuyển vị tầng chia chiều cao nhà (%) cho thấy sự đóng góp của các dạng dao động bậc cao của phương pháp MPA giúp làm giảm sự sai lệch kết quả hơn so với phương pháp SPA trong việc so sánh với kết quả chính xác từ phương pháp NL-RHA. Đối với khung 6 tầng, cả hai phương pháp SPA và MPA cho kết quả chuyển vị tầng là gần như nhau, vì vậy, có thể chỉ sử dụng phương pháp SPA. Riêng ở hệ

khung 12 và 20 tầng có sự sai lệch lớn nhất giữa kết quả từ phương pháp MPA và SPA khi có sự tách biệt rõ ràng. Kết quả chuyển vị tầng của phương pháp MPA và phương pháp NL-RHA có độ sai lệch nhỏ hơn của SPA. Do đó, phương pháp MPA có xét đến các dạng dao động bậc cao cho chuyển vị tầng của khung cao tầng sẽ có sai số ít hơn. 4) Đa phần giá trị độ trôi tầng trung bình của phương pháp MPA gần bằng phương pháp chính xác NL-RHA (≥ 0.75). Trong khi đó, hầu hết các giá trị độ trôi tầng trung bình phương pháp SPA không vượt quá 0.75 giá trị của phương pháp NL-RHA. Tuy nhiên phương sai thì ngược lại, phương pháp SPA có giá trị chênh lệch lên đến 28.33% trong khi giá trị của phương pháp MPA thì không vượt quá 11.68%. Điều đó cho thấy phương pháp MPA chính xác hơn.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Allahabadi, R., and Powell, G.H. (1988), *DRAIN-2DX user guide*, Report No. UCB/EERC-88/06, Earthquake Engineering Research Center (EERC), University of California at Berkeley.
- [2] Akkar, S. and Metin, A. (2007), *Assessment of improved nonlinear static procedures in FEMA-440*. Journal of structural engineering, ASCE 133(9).
- [3] American Society of Civil Engineers (ASCE) (2000). *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings*. Washington (DC): FEMA-356, Federal Emergency Management Agency.
- [4] An Hong Nguyen, Chatpan Chintanapakdee and Toshiro Hayashikawa (2010), *Assessment of current nonlinear static procedures for seismic evaluation of BRBF buildings*. Journal of Constructional Steel Research, Vol.66.
- [5] Chatpan Chintanapakdee và Anil K. Chopra (2004), *Evaluation of The Modal Pushover Analysis Procedure Using Vertically Regular and Irregular Generic Frames*, Earthquake Spectra: Vol. 20.
- [6] Chopra AK, Goel RK (2001), *A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands for buildings*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics.
- [7] Fabio F. Taucer, Enrico Spacone and Filip C. Filippou (1991), *A fiber beam-column element for seismic response analysis of reinforced concrete structure*. Earthquake Engineering Research Center, UCB/EERC-91/17.
- [8] R.Martino, E Spacone, và G. Kingsley, *Nonlinear pushover analysis of reinforced concrete structures*, University of Colorado, Boulder.

Ngày nhận bài: 18-5-2020. Ngày biên tập xong: 10-11-2020. Duyệt đăng: 27-11-2020