

Phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học liên quan các bài toán thực tiễn trong dạy học Chủ đề Phương trình, Bất phương trình mũ và lôgarit cho học sinh lớp 11

Nguyễn Thanh Tùng*

*ThS. Phó Hiệu trưởng, Trường THPT Cái Bè, huyện Cái Bè, tỉnh Tiền Giang

Received: 13/10/2024; Accepted: 22/10/2024; Published: 31/10/2024

Abstract: Mathematics education creates connections between mathematical ideas, between Mathematics and practice, between Mathematics and other subjects and educational activities, especially with Science, Natural Sciences, Physics, Chemistry, Biology, Technology, Informatics to implement STEM education. Therefore, developing the ability to solve practical problems in teaching the topic “Equations, exponential inequalities and logarithms” is very important and necessary. The article contributes to clarifying the typical manifestations and measures to develop students’ ability to solve practical problems when teaching this topic.

Keywords: Equations, exponential and logarithmic inequalities, practical problems.

1. Đặt vấn đề

Chương trình Giáo dục phổ thông năm 2018, khẳng định: “Giáo dục toán học góp phần hình thành và phát triển cho học sinh (HS) các phẩm chất chủ yếu, năng lực (NL) chung và NL toán học - biểu hiện tập trung của NL tính toán với các thành phần sau: tư duy và lập luận toán học, mô hình hoá toán học, giải quyết vấn đề toán học (GQVĐTH), giao tiếp toán học, sử dụng các công cụ và phương tiện học toán; phát triển kiến thức, kỹ năng (KN) then chốt và tạo cơ hội để HS được trải nghiệm, vận dụng toán học vào thực tiễn (TT). Giáo dục toán học tạo lập sự kết nối giữa các ý tưởng toán học, giữa Toán học với TT, giữa Toán học với các môn học và hoạt động giáo dục khác, đặc biệt với các môn Khoa học, Khoa học tự nhiên, Vật lý, Hoá học, Sinh học, Công nghệ, Tin học để thực hiện giáo dục STEM”.

NL GQVĐTH là một trong năm thành tố cốt lõi của NL toán học cần được hình thành và phát triển cho HS trong dạy học toán. Trong chương trình Toán 11, Tập hai (Chân trời sáng tạo), nội dung Chương “Hàm số mũ và hàm số lôgarit” có nhiều ứng dụng trong giải quyết các bài tập (BT). Vì vậy, dạy học theo hướng “Phát triển năng lực (PTNL) GQVĐTH liên quan các bài tập thực tiễn (BTTT) trong dạy học chủ đề phương trình, bất phương trình mũ (PT, BPTM) và lôgarit cho HS lớp 11” là rất quan trọng và cần thiết. Bài viết góp phần làm sáng tỏ các biểu hiện đặc trưng và các biện pháp PTNL giải quyết các BTTT của HS khi dạy học chủ đề này.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Các biểu hiện của NL GQVĐTH liên quan các BTTT trong dạy học chủ đề PT, BPTM và lôgarit

(1). HS Nhận biết, phát hiện được các BT có yếu tố TT liên quan chủ đề PT, BPTM và lôgarit

HS nhận biết và nhớ lại các công thức hàm số mũ và hàm số lôgarit đã được tiếp nhận. Từ đó, HS khám phá, nhận biết ý nghĩa, vai trò về kiến thức PT, BPTM và lôgarit trong cuộc sống. Giáo viên (GV) gợi mở để HS nhớ lại các đối tượng, khái niệm, định nghĩa và tính chất của các BTTT liên quan lĩnh vực Sinh học, Hóa học và Vật lý về chủ đề này, được thực hành một cách quen thuộc.

(2). HS Lựa chọn, đề xuất được cách thức, giải pháp giải quyết các BTTT liên quan chủ đề PT, BPTM và lôgarit

HS kết nối, tích hợp được kiến thức về PT, BPTM và lôgarit để giải quyết các vấn đề về lĩnh vực Sinh học, Hóa học và Vật lý, nhằm tạo được những kết nối trong cách biểu đạt, đọc, giải thích được các kí hiệu toán học và hiểu mối quan hệ của các kiến thức về Sinh học, Hóa học và Vật lý liên quan đến Toán học. HS hiểu được ý nghĩa của thông tin, diễn đạt được thông tin theo ý hiểu của cá nhân.

(3). HS sử dụng được các kiến thức, KN toán học tương thích (bao gồm các công cụ và thuật toán) để giải quyết các BTTT đặt ra trong chủ đề PT, BPTM và lôgarit

HS vận dụng các kiến thức về hàm số mũ và hàm số lôgarit, để giải quyết các BTTT liên quan đến PT, BPTM và lôgarit. GV hướng dẫn và hình thành cho HS những công cụ toán học, để giải quyết các BT

liên môn trong lĩnh vực Sinh học, Hóa học, Vật lý và các lĩnh vực khoa học khác có liên quan. GV tạo cho HS khả năng suy luận, suy diễn, góp phần phát triển tư duy logic, khả năng sáng tạo toán học gắn với TT và hình thành khả năng sử dụng các thuật toán.

(4). HS đánh giá được giải pháp đề ra và khái quát hoá được cho vấn đề tương tự, xem xét, phân tích, lí giải và đánh giá các BTTT về chủ đề PT, BPTM và lôgarit

GV đánh giá khả năng phân tích, lí giải có hiệu quả các kiến thức và KN thông qua việc xem xét, diễn giải và giải quyết các BTTT, tích hợp, liên môn của HS. Từ đó, HS vận dụng và phát triển tư duy toán học để giải quyết các BTTT về PT, BPTM và lôgarit, đáp ứng nhu cầu đời sống hiện tại và tương lai một cách linh hoạt. GV đề xuất, hướng dẫn HS ứng dụng các kiến thức và KN toán học phổ thông cơ bản vào các tình huống TT; trao đổi thông tin hiệu quả thông qua việc đặt ra, hình thành và giải quyết các tình huống, hoàn cảnh khác nhau, trong đó chú trọng quy trình, kiến thức và hoạt động.

2.2. Các biện pháp PTNL GQVĐTH liên quan các BTTT trong dạy học chủ đề PT, BPTM và lôgarit

2.2.1. Biện pháp 1: HS nhận biết được các BTTT có liên quan đến chủ đề PT, BPTM và lôgarit

- Mục đích của biện pháp: Giúp HS làm quen, nhận dạng được nội dung toán học liên quan đến lĩnh vực Sinh học trong tình huống TT, có vấn đề phải giải quyết.

- Ví dụ 1: Sau khi sinh vật chết, lượng đồng vị phóng xạ carbon-14 trong cơ thể cứ sau 5730 năm thì giảm đi một nửa do quá trình phân rã. Đây là cơ sở của phương pháp xác định tuổi của hóa thạch bằng carbon phóng xạ carbon-14 trong khảo cổ học. Việc tính toán tuổi của hóa thạch được thực hiện như thế nào?

GV: Thông qua thông tin về xác định tuổi của hóa thạch dựa vào đồng vị phóng xạ carbon-14, tạo sự tò mò và hứng thú cho HS khám phá kiến thức về chủ đề này.

HS: Làm việc cá nhân, thảo luận cả lớp, trả lời câu hỏi ở những mức độ khác nhau (có thể không trả lời được). Câu hỏi nhằm mục đích kích thích sự tò mò và tạo hứng thú của HS.

- BT này, giải như sau: Lượng carbon-14 trong hóa thạch được tính theo công thức $M = M_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}}$,

trong đó M_0 là lượng carbon-14 có trong cơ thể sinh vật khi chết, t là thời gian tính theo năm kể từ khi

sinh vật chết đến khi khảo sát. Từ đây nếu biết M và M_0 thì tìm được t , đây là BT phương trình mũ cơ bản có liên quan đến TT cuộc sống.

Qua BT này, GV PTNL giải quyết các BTTT về lĩnh vực Sinh học của HS, giúp HS nhận biết được tình huống có vấn đề, chia sẻ sự am hiểu vấn đề với HS khác.

2.2.2. Biện pháp 2: HS nêu được cách thức giải quyết BTTT, tăng cường khả năng phân tích, suy luận, lập luận, khái quát hóa và phát hiện được những tri thức toán học ẩn dấu bên trong các tình huống, các sự kiện liên quan chủ đề PT, BPTM và lôgarit

- Mục đích của biện pháp: HS vận dụng kiến thức và KN đọc để hiểu nhiều tài liệu khác nhau mà HS có khả năng sẽ gặp trong cuộc sống hàng ngày, khả năng vận dụng kiến thức Toán học vào BTTT liên quan đến lĩnh vực Hóa học. Giúp HS vận dụng kiến thức khoa học để hiểu và giải quyết các tình huống khoa học.

- Ví dụ 2: Độ pH của một dung dịch được tính theo công thức $pH = -\log x$, trong đó x là nồng độ ion H^+ tính bằng mol/L. Biết sữa có độ pH là 6,5. Nồng độ H^+ của sữa bằng bao nhiêu?

GV: Thông qua giải BTTT liên quan đến độ pH của dung dịch, HS làm quen với phương trình lôgarit cơ bản và cách giải phương trình lôgarit cơ bản.

HS: làm việc cá nhân, thảo luận nhóm, trình bày lời giải của mình, nhận xét lời giải của bạn.

- BT này, được giải như sau: Ta có $6,5 = -\log x \Leftrightarrow \log x = -6,5 \Leftrightarrow x = 10^{-6,5}$ (mol/L).

Qua BT này, GV phát triển được khả năng phân tích, suy luận, lập luận của HS, giúp HS phát hiện được những tri thức toán học liên quan đến lĩnh vực Hóa học.

2.2.3. Biện pháp 3: HS thực hiện và trình bày được cách thức giải quyết BTTT, khả năng tư duy logic và sáng tạo liên quan chủ đề PT, BPTM và lôgarit

- Mục đích của biện pháp: Giúp HS nghiên cứu sâu hơn về toán học, nhằm hình thành những công cụ toán học để giải quyết các vấn đề TT của toán học và các lĩnh vực khoa học khác có liên quan. GV tạo cho HS khả năng suy luận, suy diễn, góp phần phát triển tư duy logic, khả năng sáng tạo toán học và hình thành khả năng sử dụng các thuật toán.

- Ví dụ 3: Số lượng cá thể vi khuẩn của một mẻ nuôi cấy tuân theo công thức $P(t) = 50.10^{kt}$, trong đó t là thời gian tính bằng giờ kể từ thời điểm nuôi cấy, k là hằng số. (Nguồn: Sinh học 10, NXB Giáo dục Việt Nam, năm 2017, trang 101).

a) Ở những thời điểm nào thì số lượng cá thể vi khuẩn vượt quá 50 000?

b) Ở những thời điểm nào thì số lượng cá thể vi khuẩn vượt quá 50 000 nhưng chưa vượt quá 100 000?

GV: Thông qua BT về nuôi cấy vi khuẩn theo công thức $P(t) = 50 \cdot 10^{0,3t}$, HS làm quen với bất phương trình mũ cơ bản và cách giải bất phương trình mũ.

HS: làm việc cá nhân, thảo luận nhóm, trình bày lời giải của mình, nhận xét lời giải của bạn.

- BT này, giải như sau:

a) Ta có $50 \cdot 10^{0,3t} > 50\ 000 \Leftrightarrow 10^{0,3t} > 10^3 \Leftrightarrow 0,3t > 3$ (do hàm số $y = 10^x$ đồng biến trên \mathbb{R}).

Hay $t > 10$. Vậy số lượng cá thể vi khuẩn vượt quá 50 000 khi thời gian hơn 10 giờ.

b) Ta có $50 \cdot 10^{0,3t} \leq 100\ 000 \Leftrightarrow 10^{0,3t} \leq 2\ 000$

$\Leftrightarrow 0,3t \leq \log 2000 \Leftrightarrow t \leq \frac{1}{3} \log 2000 \approx 11$.

Vậy số lượng cá thể vi khuẩn vượt quá 50 000 nhưng chưa vượt quá 100 000 khi thời gian từ hơn 10 giờ đến không quá 11 giờ.

2.2.4. Biện pháp 4: HS kiểm tra được giải pháp đã thực hiện, phân tích, tổng hợp, suy luận, lập luận hợp lý các BTTT về chủ đề PT, BPTM và lôgarit

- Mục đích của biện pháp: GV yêu cầu HS nhận dạng tình huống, phát hiện và trình bày, mô tả, giải thích các thông tin, mục tiêu; thu thập, lựa chọn, sắp xếp thông tin và kết nối với kiến thức đã có. HS vận dụng kiến thức về hàm số lôgarit để giải quyết BT về Vật lí, Hóa học và sản phẩm của các dự án học tập mang tính tích hợp.

- **Ví dụ 4:** Mức cường độ âm L được tính bằng công thức $L = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$ (dB), trong đó I là cường độ

của âm tính bằng W/m^2 và $I_0 = 10^{-12} W/m^2$. (Nguồn: Vật lí 12, NXB Giáo dục Việt Nam, năm 2017, trang 52). Mức cường độ âm trong nhà xưởng thay đổi trong khoảng từ 75 dB đến 90 dB. Cường độ âm trong nhà xưởng này thay đổi trong khoảng nào?

GV: Vận dụng việc giải bất phương trình lôgarit vào tình huống TT liên quan đến cường độ âm trong nhà xưởng.

HS: làm việc cá nhân, thảo luận nhóm, trình bày lời giải của mình, nhận xét lời giải của bạn.

- BT này, giải như sau:

Ta có $75 < 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) < 90$

$\Leftrightarrow 7,5 < \log \left(\frac{I}{I_0} \right) < 9 \Leftrightarrow 10^{7,5} < \frac{I}{I_0} < 10^9$

$\Leftrightarrow 10^{-4,5} < I < 10^{-3}$.

Vậy cường độ âm trong nhà xưởng thay đổi trong khoảng từ $10^{-4,5} (W/m^2)$ đến $10^{-3} (W/m^2)$.

Ví dụ 5: Nước uống đạt tiêu chuẩn phải có độ pH nằm trong khoảng từ 6,5 đến 8,5 (theo Quy chuẩn Việt Nam QCVN 01:2009/BYT). Nồng độ H^+ trong nước uống tiêu chuẩn phải nằm trong khoảng nào?

GV: Giúp HS vận dụng bất phương trình lôgarit vào tình huống TT liên quan đến độ pH của dung dịch.

- BT này, giải như sau: Ta có

$6,5 \leq -\log x \leq 8,5 \Leftrightarrow -8,5 \leq \log x \leq -6,5 \Leftrightarrow 10^{-8,5} \leq x \leq 10^{-6,5}$

Vậy nồng độ H^+ trong nước đạt tiêu chuẩn nằm trong khoảng từ $10^{-8,5} \text{ mol/L}$ đến $10^{-6,5} \text{ mol/L}$.

Qua hai BT trên, giúp HS biết đề xuất, lựa chọn cách thức, quy trình giải quyết BT Vật lí, BT Hóa học liên quan kiến thức bất phương trình lôgarit. HS biết đánh giá giải pháp đã thực hiện và khái quát hoá cho vấn đề tương tự. Qua đó, góp phần hình thành và PTNL GQVĐTH và sáng tạo của HS, thông qua việc nhận biết được tình huống có vấn đề; chia sẻ sự am hiểu vấn đề với người khác; biết đề xuất, lựa chọn cách thức, quy trình vận dụng bất phương trình lôgarit giải quyết các BT liên môn liên quan đến TT của sống.

3. Kết luận

NL GQVĐTH liên quan các BTTT khi học chủ đề này, giúp HS hình thành và PTNL ứng dụng toán học vào TT; giúp HS tập dượt, rèn luyện khả năng tư duy toán học về lý thuyết, về thực hành khi giải các BTTT. NL giải quyết các BTTT, còn thể hiện ở việc học sinh phải huy động kiến thức, KN, thái độ, kinh nghiệm để giải thích, giải quyết các tình huống xảy ra trong đời sống hằng ngày.

Tài liệu tham khảo

1. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018), *Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018*, Hà Nội.

2. Nguyễn Tiến Trung (Chủ biên) và cộng sự, *Giáo dục toán thực, nghiên cứu và vận dụng* (2021), NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.

3. Trần Nam Dũng (Tổng Chủ biên), Trần Đức Huyền, Nguyễn Thành Anh (đồng Chủ biên), Nguyễn Cam, Ngô Hoàng Long, Phạm Hoàng Quân, Phạm Thị Thu Thủy (2023), *Sách giáo khoa (Chân trời sáng tạo) Toán 11, Tập hai*, NXB Giáo dục Việt Nam.

4. Trần Đức Huyền, Nguyễn Thành Anh (đồng Chủ biên), Ngô Hoàng Long, Phạm Hoàng Quân, Phạm Thị Thu Thủy (2023), *Sách Giáo viên (Chân trời sáng tạo) Toán 11*, NXB Giáo dục Việt Nam.