

Dự báo khả năng chịu nén đúng tâm của cột bê tông cốt thanh sợi polymer dựa trên mô hình cây hồi quy M5P

Prediction of axial capacity of concrete columns reinforced with fiber reinforced polymer bars based on the M5P tree model

> THS DÂN QUỐC CƯƠNG¹, PGS.TS NGUYỄN NGỌC PHƯƠNG², PGS.TS ĐẶNG VŨ HIỆP³

¹GV Khoa Công nghệ Thông tin, Trường ĐH Kiến trúc Hà Nội, Email: cuongdq@hau.edu.vn

²GV Khoa Xây dựng, Trường ĐH Kiến trúc Hà Nội, Email: ngocphuong.nguyen@hau.edu.vn

³GV Khoa Xây dựng, Trường ĐH Kiến trúc Hà Nội, Email: hiepdv@hau.edu.vn

TÓM TẮT

Bài báo này đề xuất công thức có độ tin cậy khi xem xét đầy đủ các biến đầu vào để dự báo khả năng chịu nén đúng tâm của cột bê tông cốt sợi polymer (FRP). Công thức dự báo được đề xuất dựa trên các dữ liệu thực nghiệm từ các nghiên cứu trước đây và mô hình cây hồi quy M5P, đồng thời được so sánh với bốn công thức của các tác giả trên thế giới. Nghiên cứu cho thấy, công thức đã cho kết quả dự báo tốt nhất với hệ số xác định (R^2) bằng 0.955. Dựa trên mô hình cây hồi quy M5P, ba biến số gồm các biến diện tích tiết diện cột bê tông (A_c), mô đun đàn hồi của cốt FRP (E_{frp}) và cường độ chịu nén của bê tông (f'_c) là các biến số có ảnh hưởng lớn đến kết quả dự báo.

Từ khóa: Cột bê tông; thanh cốt sợi polymer; khả năng chịu nén đúng tâm; cây hồi quy M5P.

ABSTRACT

This study proposes a highly-reliable formula that considers all possible input variables to predict the axial load capacity of FRP-reinforced concrete columns. The proposed formula is based on experimental data from previous studies and the M5P regression tree model, and it is compared with four formulas from other authors worldwide. The results show that the proposed formula demonstrates the best prediction with a coefficient of determination (R^2) of 0.955. Based on the M5P model, three variables including Cross-sectional area of concrete columns (A_c); Elastic modulus of FRP (E_{frp}) and Axial load capacity of concrete (f'_c) have a significant impact on the prediction results.

Keywords: Concrete column; fiber reinforced polymer (FRP); axial capacity; M5P tree regression.

1. TỔNG QUAN

Thanh cốt sợi polymer (FRP) có hình dáng bên ngoài giống như thanh thép, được làm bằng các sợi liên tục ngâm tẩm trong chất kết dính bằng nhựa polymer. Tùy thuộc vật liệu sợi sẽ hình thành các loại thanh FRP khác nhau như: Thanh cốt sợi thủy tinh (GFRP), thanh cốt sợi cacbon (CFRP), thanh cốt sợi aramit (AFRP),... Các nghiên cứu thực nghiệm và lý thuyết về ứng xử của cấu kiện dầm, sàn, móng, liên kết sàn-cột bê tông cốt FRP hoặc cốt hỗn hợp FRP-thép đã được nhiều nhà nghiên cứu quan tâm [1], [2], [3], [4], [5]. Thiết kế cấu kiện chịu uốn bê tông cốt FRP đã được tiêu chuẩn Hoa Kỳ [6] và chỉ dẫn thiết kế của Canada [7] đề cập. Tiêu chuẩn Hoa Kỳ ACI 440.11-22 cho phép thiết kế cấu kiện chịu nén đúng tâm cốt FRP huy động từ 80% 85% khả năng chịu nén của tiết diện bê tông mà không kể đến cốt FRP [6]. Trong khi đó, một số chỉ dẫn cũ như ACI 440.1R-06 [8] và CAN/CSA S806-12 [9] không khuyến nghị sử dụng thanh FRP thay thế cốt thép chịu nén. Điều này là do cường độ nén giới hạn của thanh FRP thấp hơn đáng kể so với cường độ kéo giới hạn của nó. Một số nghiên cứu thực nghiệm cho thấy khi thay thế các thanh cốt thép dọc bằng thanh GFRP với cùng hàm lượng thì khả năng chịu nén đúng tâm của cột giảm từ 13% 16% so với cột sử dụng cốt thép [10], [11], [12]. Do sự khác biệt về thành phần và công nghệ chế tạo nên giới hạn về cường độ chịu nén cốt FRP chưa đạt được sự thống nhất trong các nghiên cứu. Từ đó dẫn đến việc chưa có công thức tổng quát dự báo khả năng chịu nén đúng tâm cột bê tông cốt FRP nào được khuyến nghị trong các tài liệu trên.

Dự báo khả năng chịu lực của cột bê tông cốt FRP bằng phương pháp phần tử hữu hạn (FEM) cũng được một số nhà nghiên cứu thực hiện [13], [14]. Các nghiên cứu này đã cho thấy rằng việc mô phỏng FEM có thể xác định chính xác ứng xử và đặc tính kết cấu của cột bê tông cốt FRP. Mô hình FEM giúp tiết kiệm thời gian và chi phí so với làm thí nghiệm để xây dựng các mô hình tính toán phù hợp trong việc xác định khả năng chịu lực của cột bê tông cốt FRP. Tuy nhiên, ở cấp độ thực hành thiết kế, mô hình FEM đòi hỏi các kỹ sư sử dụng được công cụ phân tích chuyên sâu, các tham số vật liệu đầu vào cần độ chính xác cao. Những năm gần đây việc ứng dụng thuật toán học máy (ML) trong lĩnh vực xây dựng để giải quyết bài toán hồi quy phi tuyến đã ngày càng phổ biến. Có thể liệt kê một số ứng dụng

như sử dụng mạng nơ ron nhân tạo để dự báo cường độ chịu nén của bê tông bị kiểm chế nở ngang bởi tấm sợi FRP bọc dán ngoài [15]; sử dụng lập trình diễn tả gen để dự báo khả năng chịu uốn của dầm cốt FRP [16]; dự báo cường độ chịu nén của bê tông từ thí nghiệm không phá huỷ theo thời gian thực bằng các thuật toán kết hợp (ensemble) [17]... Để các thuật toán trên có thể áp dụng rộng rãi trong thực tế cần xây dựng một công thức thực nghiệm.

Vì vậy, thiết lập công thức thực nghiệm có độ tin cậy là cần thiết để dự báo khả năng chịu nén đúng tâm của cột bê tông cốt FRP bằng mô hình cây hồi quy M5P. Các thông số như tiết diện cột, vật liệu chế tạo, khoảng cách các đai, độ mảnh cột được sử dụng. Đồng thời, so sánh công thức đề xuất với kết quả thực nghiệm và bốn công thức từ những nghiên cứu trước. Ngoài ra, dựa trên thuật toán M5P, ảnh hưởng của các biến đầu vào đến kết quả dự báo được xem xét trong nghiên cứu này.

2. MÔ HÌNH CÂY HỒI QUY M5P

Mô hình cây hồi quy M5P là mô hình mở rộng của mô hình cây quyết định M5 được đề xuất bởi R. Quinlan và Yong Wang [18], [19]. Mô hình M5P kết hợp được cây quyết định với mô hình hồi quy tuyến tính tại các nút cây. Điều đó có nghĩa là thay vì chỉ dự báo được một giá trị tại mỗi nút cây, M5P có thể dự báo được nhiều giá trị. Để xây dựng mô hình M5P thường trải qua 3 bước:

- Bước 1: Khởi tạo cây dựa vào đặc trưng các biến đầu vào. Phân chia các nhánh cây dựa trên độ lệch chuẩn (SD) giữa các mẫu ở các nhánh cây. Tại mỗi nhánh cây, mô hình sẽ kiểm tra các thuộc tính và chọn thuộc tính dựa trên việc giảm độ lệch chuẩn trên tập dữ liệu con (SDR). Trong bài báo này quá trình chia tách nhánh cây dừng khi giá trị độ lệch chuẩn trong các tập con thay đổi nhỏ hơn 0.1 theo công thức sau.

$$SDR = SD(T) - \sum_i \left| \frac{T_i}{T} \right| \times SD(T_i) \quad (1)$$

Trong đó: T là kích thước tập dữ liệu ban đầu; T_i là kích thước tập dữ liệu con sau khi chia nhánh.

- Bước 2: Tỉa cây. Để tránh bị quá khớp trong quá trình tạo cây, phương pháp tỉa cây trước được sử dụng. Theo đó kích thước mẫu tối thiểu ở mỗi nút được lựa chọn mặc định là 4 và ngưỡng thay đổi độ lệch chuẩn đặt là 0.1.

- Bước 3: Làm mịn. Để giảm sự thay đổi đột ngột kết quả dự báo tại các lá với các nút bên trong, quá trình làm mịn được xác định theo công thức (2) [19].

$$p' = \frac{np + kq}{n + k} \quad (2)$$

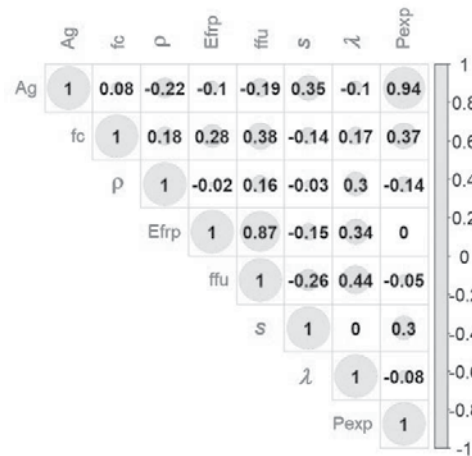
Trong đó: p' là giá trị dự đoán cho nút cây bên trên; p là giá trị dự báo cho các nút cây bên dưới; n số lượng mẫu huấn luyện cho nút bên trên; k là hằng số, lấy bằng 15.

3. ĐỀ XUẤT MÔ HÌNH CÂY HỒI QUY

Trong bài báo này, nhóm tác giả sử dụng dữ liệu thu thập được từ các nghiên cứu [20] và [21]. Tổng cộng có 125 cột bê tông cốt FRP hình chữ nhật/hình vuông được thí nghiệm chịu nén đúng tâm đến khi bị phá hoại. Có hai loại cốt FRP được sử dụng cho cả cốt dọc và cốt đai là: cốt thanh sợi thủy tinh (GFRP) và cốt thanh sợi các bon (CFRP). Chi tiết về các thí nghiệm này có thể xem thêm trong các tài liệu trên. Từ các kết quả thực nghiệm, 7 biến đầu vào được lựa chọn, bao gồm: diện tích tiết diện ngang cột, A_g (mm²); cường độ chịu nén bê tông thường mẫu trụ, f_c (MPa); hàm lượng cốt dọc FRP, ρ (%); mô đun đàn hồi cốt dọc E_{frp} (GPa); cường độ chịu kéo cốt dọc, f_{fu} (MPa); khoảng cách cốt đai, s (mm); độ mảnh cột, λ và một biến đầu ra là khả năng chịu nén đúng tâm của cột, P_{exp} . (kN). Bảng 1 trình bày tóm tắt thông tin cho bộ dữ liệu thực nghiệm.

Bảng 1: Thông tin bộ dữ liệu thực nghiệm

Biến đầu vào	Min.	Max.	Trung bình	Lệch chuẩn
A_g (mm ²)	22500.00	372100.00	71163.36	61006.35
f_c (MPa)	25.60	90.00	39.85	12.47
ρ (%)	0.37	4.66	1.97	0.77
E_{frp} (GPa)	39.00	151.00	69.54	35.34
f_{fu} (MPa)	574.00	2000.00	1183.00	413.30
s (mm)	30.00	305.00	93.52	47.86
λ	10.00	42.00	19.62	6.26
Biến đầu ra				
P_{exp} . (kN)	468.00	15235.00	2763.10	2266.37



Hình 1. Tương quan giữa các biến dựa trên dữ liệu thực nghiệm

Hình 1 thể hiện bản đồ mối tương quan giữa các biến đầu vào và đầu ra trong bộ dữ liệu thực nghiệm. Từ hình 1, có thể thấy rằng diện tích tiết diện ngang và khả năng chịu lực của cột có mối quan hệ mạnh với nhau với hệ số tương quan Pearson bằng 0.94. Ngược lại mô đun đàn hồi của thanh FRP và khả năng chịu lực của cột không có mối quan hệ nào. Từ đó dẫn đến khả năng có thể xem xét loại bỏ bớt biến E_{frp} khi xác định khả năng chịu lực của cột bê tông cốt FRP chịu nén đúng tâm. Ảnh hưởng của các biến đầu vào sẽ được bàn luận thêm ở mục 4.

Sử dụng ngôn ngữ lập trình mở R kết hợp với chuyển dữ liệu sang dạng logarit và các bước xây dựng cây hồi quy trình bày trong mục 2, ta thu được công thức hồi quy dạng lũy thừa như sau:

$$LM1: P_{exp.} = 7.85 \times 10^{-1} \times (A_g)^{1.0511} \times (f_c')^{0.8953} \times (\rho)^{0.1093} \times (E_{frp})^{0.0805} \times (s)^{-0.0363} \times (\lambda)^{-0.0933} \quad (3)$$

Để đánh giá độ chính xác của công thức (3), một số chỉ số thống kê kê như sai số tuyệt đối trung bình (MAE), sai số tương đối (MAPE), căn bậc hai của bình phương sai số trung bình (RMSE) và hệ số xác định R^2 được tính toán như các công thức tương ứng (4), (5), (6) và (7).

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |P_{exp.} - P_{pred.}| \quad (4)$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{P_{exp.} - P_{pred.}}{P_{exp.}} \right| \quad (5)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_{exp.} - P_{pred.})^2} \quad (6)$$

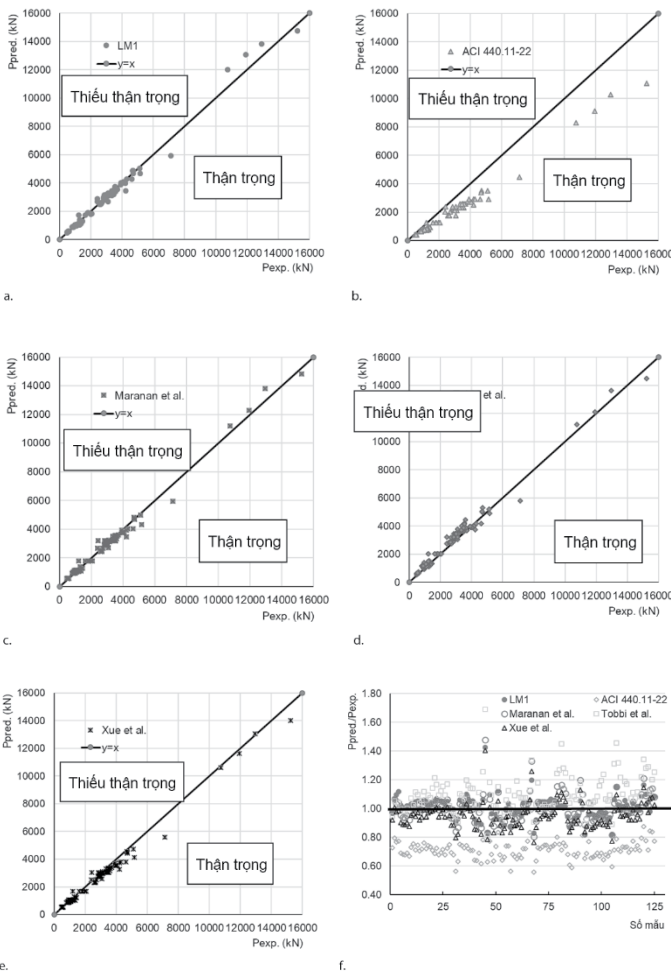
$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (P_{exp.} - P_{pred.})^2}{\sum_{i=1}^n (P_{exp.})^2} \quad (7)$$

Trong đó: n là tổng số mẫu thí nghiệm; $P_{exp.}$, $P_{pred.}$ lần lượt là giá trị thí nghiệm và giá trị dự báo.

Bảng 2: So sánh các chỉ số thống kê của các công thức dự báo

Tác giả/Chỉ dẫn	Công thức dự báo	MAE (kN)	MAPE	RMSE (kN)	R ²
Nghiên cứu này	LM1: Công thức đề xuất (3)	154.3	0.059	262.80	0.995
ACI 440.11-22	$P_{pred.} = 0.68f'_c A_g$	796.1	0.284	1011.78	0.920
Maranan et al. [22]	$P_{pred.} = 0.9f'_c(A_g - A_{FRP}) + 0.002E_{FRP}A_{FRP}$	161.5	0.067	249.76	0.995
Tobbi et al. [11]	$P_{pred.} = 0.85f'_c(A_g - A_{FRP}) + 0.35f_{tu}A_{FRP}$	254.3	0.117	335.67	0.991
Xue et al. [23]	$P_{pred.} = 0.85f'_c(A_g - A_{FRP}) + 0.002E_{FRP}A_{FRP}$	214.5	0.081	321.26	0.992

Kết quả dự báo theo các công thức trên được thể hiện ở hình 2:



Hình 2. Kết quả dự báo: a) mô hình LM1 (M5P); b) ACI 440.11-22; c) Maranan et al.; d) Tobbi et al.; e) Xue et al.; f) tỷ số $P_{pred.}/P_{exp}$

Dựa vào kết quả từ 4 chỉ số thống kê nêu trên cho thấy, tiêu chuẩn ACI 440.11-22 cho kết quả dự báo với sai số lớn nhất ($R^2=0.920$); công thức đề xuất (3) và công thức do Maranan et al cho chất lượng dự báo tương đương và tốt nhất trong phạm vi bộ dữ liệu ($R^2=0.995$).

Đồng thời, các kết quả trên được so sánh với các kết quả từ các công thức trong ACI 440.11-22 [6] và một vài công thức thực nghiệm khác được liệt kê trong bảng 2, có thể nhận thấy rằng công thức của Maranan et al. [22] và Xue et al. [23] không xem xét ảnh hưởng của cường độ chịu kéo của thanh FRP. Ngược lại công thức của Tobbi et al. [11] có kể đến ảnh hưởng của cường độ chịu kéo cốt FRP.

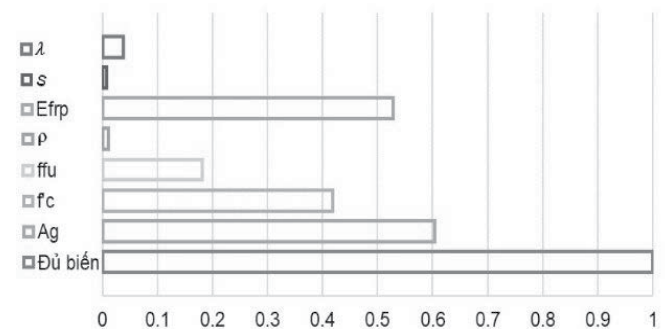
Từ hình 2 có thể thấy được công thức đề xuất (3) cho tỷ số $P_{pred.}/P_{exp.}$ thay đổi trong khoảng (0.82÷1.43), công thức của Maranan et al cho tỷ số này thay đổi trong phạm vi lớn hơn (0.80÷1.48). Điều này cũng thể hiện qua hệ số biến động của tỷ số $P_{pred.}/P_{exp.}$ khi dự báo theo công thức đề xuất (3) là 0.080 so với 0.094 khi dự báo theo công thức của Maranan et al. Hệ số biến động này chỉ ra kết quả dự báo từ công thức đề xuất (3) có tính đồng nhất cao hơn. Như vậy, công thức đề xuất (3) cho kết quả dự báo có chất lượng tốt nhất vì có xét tới ảnh hưởng đầy đủ các tham số.

4. PHÂN TÍCH TẦM QUAN TRỌNG CỦA CÁC BIẾN

Trong nghiên cứu này, tầm quan trọng của các biến được xác định bằng phương pháp loại bỏ dần từng biến trong bộ dữ liệu. Lần lượt từng biến đầu vào được loại bỏ và thiết lập mô hình dự báo tương ứng. Hệ số xác định cho mỗi mô hình được tính toán và so sánh với trường hợp mô hình có đầy đủ các biến đầu vào. Chỉ số tầm quan trọng của mỗi biến được xác định bằng cách chuẩn hoá hệ số xác định theo công thức (8).

$$Imp_i = 1 - \frac{R_i^2}{R^2} \quad (8)$$

Trong đó: R_i^2 là hệ số xác định của mô hình dự báo sau khi loại bỏ biến thứ i; R^2 là hệ số xác định của mô hình dự báo ban đầu (có sự tham gia đầy đủ các biến).



Hình 3. Chỉ số tầm quan trọng của các biến

Hình 3 thể hiện kết quả tính toán chỉ số tầm quan trọng của các biến trong mô hình M5P đã đề xuất. Có thể thấy rằng biến số A_g , E_{FRP} và f'_c là 3 biến có ảnh hưởng lớn đến kết quả dự báo. Biến có ít ảnh hưởng nhất đến kết quả dự báo là khoảng cách cốt đai trong cột. Kết quả cũng chỉ ra rằng hai biến đầu vào là hàm lượng cốt dọc và

độ mảnh của cột ảnh hưởng ít đến chất lượng dự báo. Như đã đề cập ở mục 3, từ phân tích dữ liệu thực nghiệm cho thấy không có mối liên hệ giữa khả năng chịu nén dọc trục và mô đun đàn hồi của cốt FRP, E_{FRP} . Tuy nhiên phân tích tầm quan trọng các biến chỉ ra điều ngược lại, biến E_{FRP} đóng góp nhiều vào khả năng chịu tải của cột. Do đó có thể rút ra nhận xét rằng phân tích tương quan dữ liệu đầu vào và ra chỉ thể hiện sơ bộ xu hướng các mối liên hệ giữa các biến, giúp cho việc xây dựng mô hình dự báo chính xác hơn.

5. KẾT LUẬN

Từ kết quả nghiên cứu trên về khả năng chịu nén đúng tâm của cột bê tông tiết diện chữ nhật sử dụng cốt FRP dựa trên các kết quả thực nghiệm và mô hình cây hồi quy M5P cho thấy:

- Tiêu chuẩn ACI 440.11-22 dự báo khả năng chịu nén đúng tâm của cột bê tông cốt FRP chỉ xét đến ảnh hưởng của diện tích tiết diện ngang cột và cường độ chịu nén của bê tông với kết quả mang tính an toàn cao nhất với sai số tuyệt đối trung bình lớn nhất là 796.1 kN;

- Các công thức của Maranan et al., Tobbi et al., Xue et al. đều xét ảnh hưởng của các yếu tố đặc trưng vật liệu và cho kết quả dự báo với độ chính xác cao có hệ số xác định R^2 thay đổi trong khoảng (0.991÷0.995);

- Chỉ số tầm quan trọng của các biến là khác nhau, trong đó biến số A_g , E_{FRP} và f'_c là 3 biến có ảnh hưởng lớn nhất đến kết quả dự báo.

- Công thức đề xuất (3) xét đến ảnh hưởng của hầu hết các tham số đầu vào và cho chất lượng dự báo tốt nhất cả khi xét theo các chỉ số thống kê MAE, MAPE và R^2 . Công thức đề xuất này có độ tin cậy và có thể được sử dụng để dự báo khả năng chịu nén đúng tâm của cột bê tông tiết diện hình chữ nhật sử dụng cốt FRP.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Barris C, Torres L, Vilanova I, Miàs C, Llorens M. Experimental study on crack width and crack spacing for Glass-FRP reinforced concrete beams. *Engineering Structures*. 2017;131:231-42. doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.11.007>.
- Al-Sunna R, Pilakoutas K, Hajirasouliha I, Guadagnini M. Deflection behaviour of FRP reinforced concrete beams and slabs: An experimental investigation. *Composites Part B: Engineering*. 2012;43(5):2125-34. doi: <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2012.03.007>.
- Vu Dang H, Nguyen Phan D. Experimental investigation and analysis of pure bending plastic hinge zone in hybrid beams reinforced with high reinforcement ratio under static loads. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*. 2022;26(13):6188-210. doi: [10.1080/19648189.2021.1934553](https://doi.org/10.1080/19648189.2021.1934553).
- Mohamed Eladawy MH, Brahim B. Experimental Study of Interior Glass Fiber-Reinforced Polymer-Reinforced Concrete Slab-Column Connections under Lateral Cyclic Load. *ACI Structural Journal*. 116(6). doi: [10.14359/51716803](https://doi.org/10.14359/51716803).
- Doostmohamadi A, Karamloo M, Vatani Oskouei A, Shakiba M, Kheyroddin A. Enhancement of punching strength in GFRP reinforced single footings by means of handmade GFRP shear bands. *Engineering Structures*. 2022;262:114349. doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.114349>.
- ACI CODE-440.11-22 Building Code Requirements for Structural Concrete Reinforced with Glass Fiber-Reinforced Polymer (GFRP) Bars-Code and Commentary: American Concrete Institute; 2022.
- ISIS Canada (2001). "Reinforcing Concrete Structures with Fibre Reinforced Polymers". Manual # 3. Canada.2001.
- Committee ACI. 440.1R-06: Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with FRP Bars. Technical Documents.
- CAN/CSA S806-12 R, ON, Canada. 2012. Design and construction of building components with fiber reinforced polymers.2012.
- Antonio De Luca FM, Antonio N. Behavior of Full-Scale Glass Fiber-Reinforced Polymer Reinforced Concrete Columns under Axial Load. *ACI Structural Journal*. 107(5). doi: [10.14359/51663912](https://doi.org/10.14359/51663912).
- Hany Tobbi ASF, Brahim B. Concrete Columns Reinforced Longitudinally and

Transversally with Glass Fiber-Reinforced Polymer Bars. *ACI Structural Journal*. 109(4). doi: [10.14359/51683874](https://doi.org/10.14359/51683874).

- Hadi Muhammad NS, Karim H, Sheikh MN. Experimental Investigations on Circular Concrete Columns Reinforced with GFRP Bars and Helices under Different Loading Conditions. *Journal of Composites for Construction*. 2016;20(4):04016009. doi: [10.1061/\(ASCE\)CC.1943-5614.0000670](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000670).

- Elchalakani M, Karrech A, Dong M, Mohamed Ali MS, Yang B. Experiments and Finite Element Analysis of GFRP Reinforced Geopolymer Concrete Rectangular Columns Subjected to Concentric and Eccentric Axial Loading. *Structures*. 2018;14:273-89. doi: <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2018.04.001>.

- Piscosa B, Attard MM, Samani AK. 3D Finite element modeling of circular reinforced concrete columns confined with FRP using a plasticity based formulation. *Composite Structures*. 2018;194:478-93. doi: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.04.039>.

- Cascardi A, Micelli F, Aiello MA. An Artificial Neural Networks model for the prediction of the compressive strength of FRP-confined concrete circular columns. *Engineering Structures*. 2017;140:199-208. doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2017.02.047>.

- Murad Y, Tarawneh A, Arar F, Al-Zu'bi A, Al-Ghwairi A, Al-Jaafreh A, et al. Flexural strength prediction for concrete beams reinforced with FRP bars using gene expression programming. *Structures*. 2021;33:3163-72. doi: <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2021.06.045>.

- Arora HC, Bhushan B, Kumar A, Kumar P, Hadzima-Nyarko M, Radu D, et al. Ensemble learning based compressive strength prediction of concrete structures through real-time non-destructive testing. *Scientific Reports*. 2024;14(1):1824. doi: [10.1038/s41598-024-52046-y](https://doi.org/10.1038/s41598-024-52046-y).

- Quinlan JR. Learning with Continuous Classes. *Proceedings of Australian Joint Conference on Artificial Intelligence*. 1992;Hobart 16-18 November 1992:343-8.

- Wang Y, Witten IH. Induction of model trees for predicting continuous classes. *Working Paper*. 1996 Contract No.: 96/23.

- Duy NP, Anh, V.N., Hiep, D.V., Anh, N.M.T. Strength of concrete columns reinforced with Glass fiber reinforced polymer. *Magazine of Civil Engineering*. 2021;101(1). doi: [10.18720/MCE.101.8](https://doi.org/10.18720/MCE.101.8).

- Bakouregui AS, Mohamed HM, Yahia A, Benmokrane B. Explainable extreme gradient boosting tree-based prediction of load-carrying capacity of FRP-RC columns. *Engineering Structures*. 2021;245:112836. doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.112836>.

- Maranan GB, Manalo AC, Benmokrane B, Karunasena W, Mendis P. Behavior of concentrically loaded geopolymer-concrete circular columns reinforced longitudinally and transversely with GFRP bars. *Engineering Structures*. 2016;117:422-36. doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.03.036>.

- Weichen Xue FP, Zhiqing F. Behavior and Design of Slender Rectangular Concrete Columns Longitudinally Reinforced with Fiber-Reinforced Polymer Bars. *ACI Structural Journal*. 115(2). doi: [10.14359/51701131](https://doi.org/10.14359/51701131).