

Ảnh hưởng của tầng cứng đến ứng xử động kết cấu nhà nhiều tầng chịu gia tốc nền động đất

The effects of outrigger on dynamic responses of multi-storey building structures to ground acceleration of earthquakes

> **KS BÙI MINH TRIẾT¹, TS BÙI VĂN HỒNG LĨNH²**

¹HVCH, Trường Đại học Mở TP.HCM; Email: bmtriet07@gmail.com

²Khoa Xây dựng, Trường Đại học Mở TP.HCM.

TÓM TẮT

Bài báo nghiên cứu ảnh hưởng của tầng cứng trong kết cấu nhà nhiều tầng lên ứng xử động lực học của kết cấu chịu tác dụng của gia tốc nền động đất. Kết cấu khung, vách nhà nhiều tầng với số tầng được chọn là 30, 35 và 40 tầng với tầng cứng được lắp đặt bằng các dạng tường được mô hình hóa bằng phương pháp phần tử hữu hạn. Phân tích ứng xử động lực học kết cấu chịu gia tốc nền động đất trong miền thời gian được giải với sự hỗ trợ của phần mềm SAP2000. Thông số để mô tả độ lớn của ứng xử động lực học kết cấu gồm có giá trị lớn nhất của chuyển vị đỉnh, mô men và lực cắt trong cột được suy ra. Kết quả số cho thấy rằng tầng cứng có ảnh hưởng đáng kể lên ứng xử động lực học với số lượng tầng cứng khá nhạy đến kết quả.

Từ khóa: Kết cấu nhà nhiều tầng; tầng cứng; ứng xử động lực học; gia tốc nền động đất.

ABSTRACT

The objective of this paper is to study the influence of outrigger in multi-storey building structures on dynamic responses of structures under ground acceleration of earthquakes. The selected structure from the multi-storey building with 30, 35 and 40 floors with outrigger based on vertical walls is modeled by finite element method. The dynamic problems of the multi-storey building structures to ground acceleration is analyzed in time domain solved with the support of SAP2000 software. The descriptive parameters of the dynamic response of system include the values of peak displacement, bending moment, and shear force in the column to be derived. The numerical results show that the outrigger has a significant effect on the dynamic responses of the this structures.

Keywords: Multi-storey building structure; outrigger system; dynamic response; ground acceleration.

1. GIỚI THIỆU

Trong những năm gần đây, tốc độ phát triển nhanh của xã hội đã tạo ra nhiều các khu kinh tế lớn dẫn đến sự xuất hiện ngày càng nhiều các tòa nhà văn phòng, trung tâm thương mại, chung cư... Đặc biệt ở các thành phố lớn có số mật độ nhà nhiều tầng phổ biến trung bình 30 - 40 tầng. Đặc trưng của nhà nhiều tầng là số tầng nhiều, độ cao lớn, trọng lượng nặng, chịu tác động của tải trọng ngang lớn đòi hỏi việc phân tích ứng xử kết cấu này chịu các tải trọng luôn là hướng nghiên cứu được các kỹ sư xây dựng và nhà nghiên cứu quan tâm.

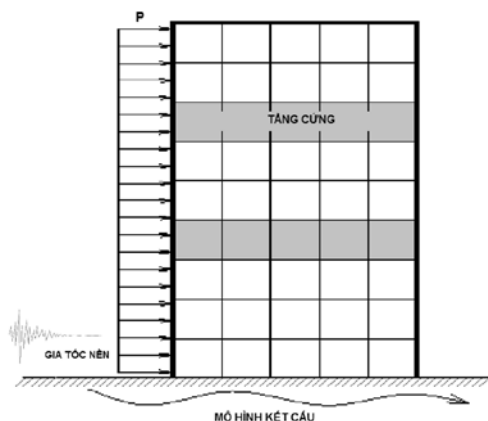
Trong bài toán kết cấu nhà cao tầng, yếu tố chính ảnh hưởng đến giải pháp kết cấu là các tải trọng ngang (tải trọng gió, động đất). Một trong những tiêu chí quan trọng trong thiết kế nhà cao tầng là chuyển vị tại đỉnh công trình do tải trọng ngang gây ra, sử dụng hệ kết cấu khung vách, lõi, lõi trong lõi để giảm chuyển vị đỉnh do tải trọng ngang, chuyển vị tương đối và giảm nội lực. Tuy nhiên khi công trình càng cao giải pháp kết cấu thông thường không đủ độ cứng đảm bảo chuyển vị đỉnh công trình trong giới hạn cho phép và nội lực chân cột, vách tầng rất nhanh. Từ đây, các kết cấu nhà cao tầng hệ kết cấu kết hợp với tầng cứng được sử dụng.

Hệ kết cấu có tầng cứng giúp kết nối lõi với cột biên bên ngoài thông qua các dầm có độ cứng lớn nhằm giảm chuyển vị xoay của lõi, làm giảm chuyển vị ngang trên đỉnh của lõi. Ngoài ra hệ kết cấu này còn làm giảm momen uốn trong lõi thông qua lực dọc trong cột nằm ở biên công trình khi chịu tải trọng ngang. Tầng cứng có thể làm từ thép, bê tông cốt thép hoặc vật liệu khác tương ứng. Thông thường là các dầm thép nằm trong tường hoặc các dầm cao bằng bê tông cốt thép. Trong kết cấu nhà cao tầng để đảm bảo yêu cầu về kiến trúc và công năng sử dụng vì vậy số lượng tầng cứng rất ít và bố trí không liên tục. Nên vị trí tầng cứng là vấn đề được quan tâm khi thiết kế nhà cao tầng có bố trí tầng cứng. Do lợi ích của tầng cứng mang lại, nên việc thiết kế tầng cứng cho các nhà cao tầng là xu hướng trong thời kỳ phát triển ngày nay. Cùng với khảo sát ảnh hưởng tải trọng ngang (đặc biệt là tải trọng không thường xuyên như tải trọng động đất) lên các nhà cao tầng được thiết kế tầng cứng.

Từ các tài liệu tham khảo trích dẫn, có thể thấy rằng khái niệm tầng cứng, tải trọng gió, động đất trong nhà cao tầng được quan tâm rất nhiều dưới các góc độ khác nhau. Ở Việt Nam, nghiên cứu về hướng này sơ lược trong tài liệu [1,2], các tác giả đã phân tích ứng xử tĩnh của kết cấu dưới tải trọng ngang qui đổi từ gió và động đất, kết quả cho thấy tầng cứng có ảnh hưởng đáng kể đến ứng xử thông qua chuyển vị và nội lực của kết cấu. Ở nước ngoài, có khá

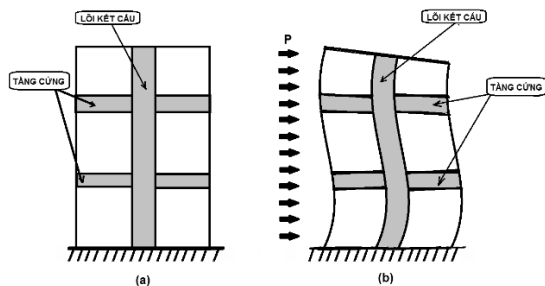
nhiều nghiên cứu liên quan đến nội dung này. Các nghiên cứu [3,4,5] trình bày về tầng cứng trong nhà nhiều tầng chịu tải trọng gió và [6] trình bày về sự cải tiến của tầng cứng lên ứng xử của kết cấu. Sự so sánh ứng xử khi dùng tầng cứng là dầm cứng, tường cứng hay hệ dầm cứng khi chịu động đất cũng được thực hiện trong thời gian khá gần đây [7,8,9] và kiến nghị một số giải pháp phù hợp. Trong [10, 11, 12], tối ưu vị trí của tầng cứng trong kết cấu nhà nhiều tầng chịu động đất cũng lần lượt được nghiên cứu và kết luận đây là thông số tương đối nhạy lên kết quả nội lực và chuyển vị của hệ. Dưới góc nhìn sâu hơn, nghiên cứu [13,14,15] trình bày các phương pháp phân tích tần số dao động riêng và dạng dao động khi kết cấu có tầng cứng cũng thật sự thú vị và thu hút sự quan tâm.

Từ các phần giới thiệu sơ lược liên quan đến chủ đề của bài báo này, có thể thấy rằng hầu hết các nghiên cứu là khảo sát cho bài toán tĩnh, hệ kết cấu chịu tác dụng của tải trọng tĩnh. Nhu cầu về sử dụng tầng cứng cho nhà nhiều tầng tại thời điểm kinh tế phát triển hiện nay có thực sự hiệu quả về tính chịu lực cũng như tính kinh tế khi có sự cố xảy ra cụ thể là động đất phải được quan tâm nhiều hơn nữa do quy mô của dự án và tài sản kể cả con người trong những kết cấu nhà này là rất lớn. Việc phân tích ứng xử động kết cấu nhà nhiều tầng có sử dụng tầng cứng chịu gia tốc nền là cơ sở và là mục tiêu nghiên cứu của bài báo này muốn tìm hiểu rõ một khía cạnh có thể xảy ra đối với kết cấu nhà nhiều tầng có sử dụng tầng cứng. Vì vậy việc phân tích ứng xử động lực học của kết cấu nhà cao tầng có tầng cứng khi chịu tác động của gia tốc nền động đất là mục đích của đề tài. Phương pháp phân tích động lực học theo thời gian là phần tử hữu hạn và tích phân từng bước dựa vào sự hỗ trợ của phần mềm phân tích kết cấu chuyên dụng SAP2000.



Hình 1. Mô hình nhà cao tầng có tầng cứng chịu tải trọng ngang

2. CƠ SỞ LÝ THUYẾT



Hình 2. Mô hình nhà cao tầng có sử dụng tầng cứng.

a Mô hình nhà cao tầng bố trí tầng cứng

b Mô hình nhà cao tầng bố trí tầng cứng chịu tải trọng ngang

Tầng cứng trong nhà cao được xác định như hệ dầm ngang có độ cứng rất cao (hệ dầm cứng, tường cứng hay dầm) hay một tầng

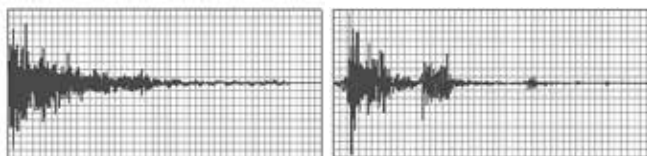
được thiết kế có bố trí vách có độ chịu lực cao hơn rất nhiều so với các tầng khác. Nguyên lý làm việc của tầng cứng khi có tải trọng ngang tác dụng vào công trình thì những tầng cứng có chuyển vị xoay bé nên giống như một ngàm trượt giúp truyền lực từ hệ dầm hoặc từ vách vào cột từ đó làm giảm đáng kể chuyển vị ngang tại đỉnh và giảm mô men uốn so với kết cấu nhà cao tầng tương tự không sử dụng tầng cứng. Tầng cứng trong nhà cao tầng là một trong những giải pháp làm tăng độ cứng cho nhà cao tầng thông qua việc kết nối dầm hoặc vách như một khối chung chịu lực lớn như trên hình 2.

Quá trình phân tích động lực học là xem kết cấu như hệ nhiều bậc tự do chịu tác dụng của gia tốc nền động đất thay đổi theo thời gian. Phương trình vi phân chủ đạo tính toán động lực học cho kết cấu nhà nhiều tầng chịu tải trọng động như sau

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{P}_t$$

Trong đó: $\mathbf{M}$ là ma trận khối lượng tổng thể, $\mathbf{C}$ là ma trận lực cản, $\mathbf{K}$ là ma trận độ cứng của kết cấu, các vector $\ddot{\mathbf{u}}$, $\dot{\mathbf{u}}$ và $\mathbf{u}$ phụ thuộc thời gian, đó là các vector chuyển vị, vận tốc, gia tốc của kết cấu và $\mathbf{P}_t$ là vectơ lực tổng thể gây ra. Đây là lý thuyết tổng quát, thực tế khi kết cấu phức tạp về số lượng phần tử thì việc thiết lập phương trình chuyển động này thường rất công phu và khó khăn. Với bài toán gia tốc nền động đất thì về phía của phương trình là ma trận khối lượng nhân với bằng gia tốc nền biến thiên khá phức tạp theo thời gian.

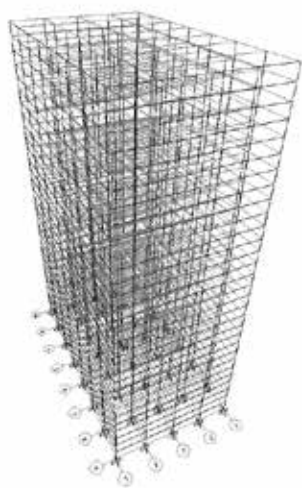
Bài toán trong miền không gian được rời rạc hóa bằng phương pháp phần tử hữu hạn và trong miền thời gian thì được rời rạc từng bước, với bước thời gian tương ứng với dữ liệu đầu vào của gia tốc nền. Công cụ SAP2000 được thiết lập để dùng giải quyết bài toán này và đây là phần mềm thương mại có độ tin cậy nhất định với kết cấu thực. Trong SAP2000, bài toán động lực học được giải bằng phương pháp số của Newmark trong miền thời gian. Phương pháp Newmark giải quyết bài toán Động lực học là từ giá trị của nghiệm đã biết tại thời điểm i suy ra giá trị của thời điểm tại $i+1$ bằng sự biến thiên tuyến tính của gia tốc trong từng bước thời gian. Phương trình vận tốc và chuyển vị $\mathbf{u}_{i+1}$ tại thời điểm $i+1$. Hình 3 thể hiện gia tốc nền của động đất theo thời gian Elcentro và Petrolia



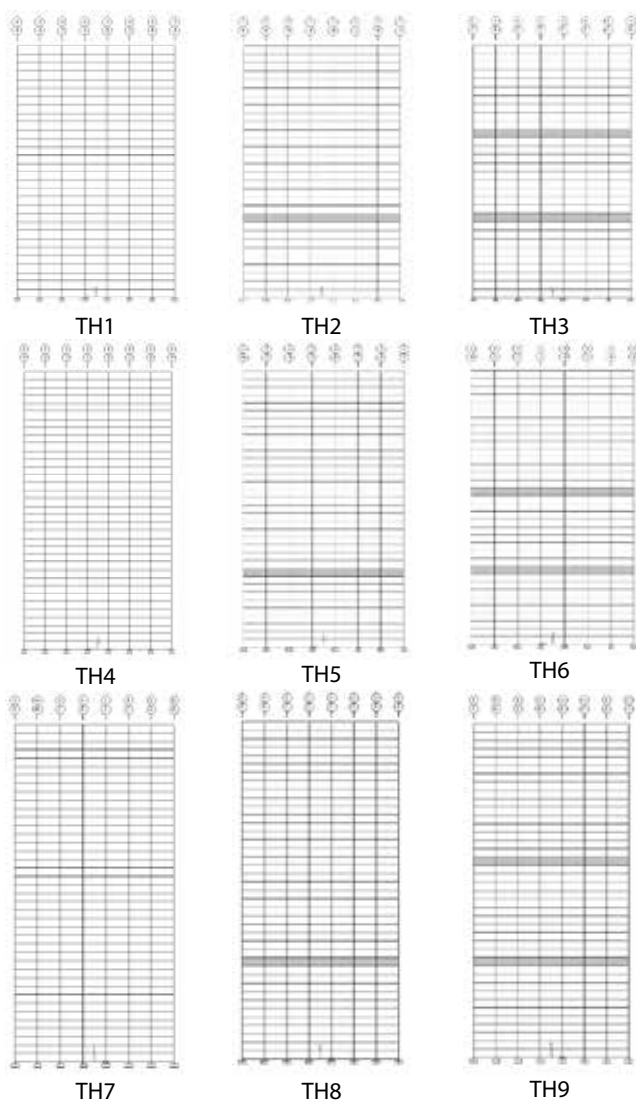
Hình 3. Gia tốc nền của động đất theo thời gian Elcentro và Petrolia

3. KẾT QUẢ SỐ

Phần này trình bày kết quả số của bài báo. Có 03 sơ đồ kết cấu nhà nhiều tầng với số tầng lần lượt là 30, 35 và 40 tầng được áp dụng để phân tích. Gia tốc nền của động đất được lựa chọn là 02 bằng gia tốc nền cũng tương đối phổ biến và đầy đủ dữ liệu là Elcentro và Petrolia như đã đề cập trên hình 3. Chi tiết về kết cấu được lựa chọn với các thông số đặc trưng như sau: cột 1000x1500 (mm) và dầm 700x400 (mm) cấu tạo bằng vật liệu bê tông cốt thép, chiều cao tầng 3 (m), chiều dài 7 nhịp khung, khoảng cách khung là 8 (m), chiều rộng 4 nhịp khung, khoảng cách khung là 8 (m). Tiết diện kết cấu được chọn để có độ cứng tổng thể phù hợp thông qua các tần số dao động riêng thấp nhất lần lượt là 0,2642 Hz cho kết cấu 30 tầng và 0,22795 Hz với kết cấu 40 tầng, sơ đồ không gian được thể hiện như trên Hình 4. Vị trí đặt tầng cứng được xem xét với số tầng cứng là 01 và 02 tầng cứng xuyên suốt theo chiều cao của tòa nhà. Bảng cách khai báo kết cấu nhà cao tầng trong phần mềm SAP2000 và bố trí tầng cứng ở các vị trí khác nhau cho từng trường hợp, từ đó khảo sát kết quả và đánh giá.



Hình 4. Kết cấu nhà nhiều tầng



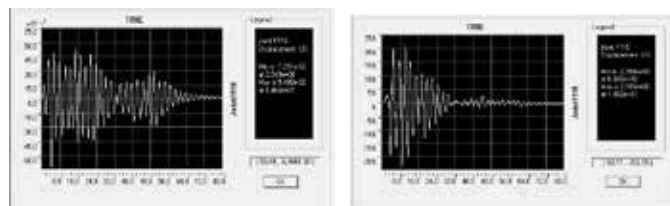
Hình 5. Toàn bộ 09 trường hợp kết cấu nhà được khảo sát

Mỗi kết cấu có 03 sơ đồ phân tích gồm có không tầng cứng, 01 tầng cứng và 02 tầng cứng. Toàn bộ 03 kết cấu với 09 trường hợp

phân tích được thể hiện lần lượt trên hình 5. Với kết cấu 30 tầng, TH1 là không bố trí tầng cứng, TH2 là bố trí 1 tầng cứng tại tầng 10 và TH3 là bố trí 2 tầng cứng tại tầng 10 và tầng 20. Tương tự như vậy cho kết cấu 35 và 40 tầng, TH4 là không bố trí tầng cứng tòa nhà 35 tầng, TH5 là bố trí 1 tầng cứng tại tầng 10 tòa nhà 35 tầng và TH6 là bố trí 2 tầng cứng tại tầng 10 và tầng 20 tòa nhà 35 tầng. Cuối cùng, TH7 là không bố trí tầng cứng tòa nhà 40 tầng, TH8 là bố trí 1 tầng cứng tại tầng 12 tòa nhà 40 tầng, TH9 là bố trí 2 tầng cứng tại tầng 12 và tầng 24 tòa nhà 40 tầng. 09 Trường hợp kết cấu này được thể hiện trên hình 5.

Thực hiện chi tiết các phân tích dựa trên 09 sơ đồ này ứng với 02 dữ liệu gia tốc nền khác nhau là Elcentro và Petrolia. Kết quả ứng xử động của hệ được suy ra bởi sự hỗ trợ của SAP2000. Các đại lượng đặc trưng cơ bản của ứng xử động quan tâm trong bài báo là chuyển vị đỉnh, lực cắt ở cột tầng trệt và mô men uốn của cột tầng trệt. Tất cả các đại lượng này đều phụ thuộc vào thời gian do gia tốc nền của động đất tác động, đây là điểm khác biệt của bài báo so với những nghiên cứu trước đây. Hình 6 thể hiện chuyển vị theo thời gian của đỉnh kết cấu 30 tầng có 02 tầng cứng ứng với 02 trận động đất khác nhau. Có thể thấy rằng chuyển vị hay đặc trưng phản ứng động biến thiên theo gia tốc nền khá phức tạp.

Nên để thuận lợi cho việc lượng hóa phản ứng động, bài báo chọn giá trị lớn nhất cả đỉnh dương và đỉnh âm của chuyển vị, lực cắt và mô men động để làm cơ sở đánh giá ảnh hưởng của tầng cứng. Lý do là chọn giá trị lớn nhất này là vì các đại lượng này được quan tâm rất nhiều cho công tác phân tích định lượng cũng như thiết kế và sự biến thiên của nó cũng được quan tâm nhưng ít hơn. Kết quả các đại lượng này trình bày chi tiết như sau. Với gia tốc nền Elcentro, kết quả của chuyển vị động, lực cắt động và mô men động lớn nhất được thể hiện trong các bảng 1, 2 và 3 sau đây và với động đất Petrolia, kết quả của chuyển vị động, lực cắt động và mô men động lớn nhất được thể hiện trong các bảng 4, 5 và 6.



Hình 6. Chuyển vị đỉnh tòa nhà 30 tầng sử dụng 2 vách cứng với 02 trận động đất

Bảng 1. Kết quả chuyển vị lớn nhất và độ giảm trong 09 trường hợp với Elcentro

Tòa nhà	không tầng cứng (cm)	1 tầng cứng (cm) Độ giảm (%)	2 tầng cứng (cm) Độ giảm (%)
30 tầng	7,79 cm	7,624 cm 2,13%	5,408 cm 31,24%
35 tầng	8,361 cm	7,672 cm 8,24%	5,911 cm 9,30%
40 tầng	10,860 cm	9,302 cm 14,35%	8,315 cm 27,36%

Bảng 2. Kết quả lực cắt lớn nhất và độ giảm trong 09 trường hợp với Elcentro

Tòa nhà	không tầng cứng (kN)	1 tầng cứng (kN) Độ giảm (%)	2 tầng cứng (kN) Độ giảm (%)
30 tầng	81,911 (kN)	42,986 kN 47,52%	34,575 kN 57,78%
35 tầng	65,761 (kN)	55,012 kN 16,34%	40,452 kN 38,48%
40 tầng	43,256 (kN)	37,303 kN 13,76%	22,696 kN 55,11%

Bảng 3. Kết quả mô men lớn nhất và độ giảm trong 09 trường hợp với Elcentro

Tòa nhà	không tầng cứng (kNm)	1 tầng cứng (kNm) Độ giảm (%)	2 tầng cứng (kNm) Độ giảm (%)
30 tầng	471 kNm	267 kNm 43,26%	214 kNm 54,57%
35 tầng	411 kNm	338 kNm 18,15%	246 kNm 40,30%
40 tầng	254 kNm	231 kNm 9,16%	134 kNm 47,16%

Bảng 4. Kết quả chuyển vị lớn nhất và độ giảm trong 09 trường hợp với Petrolia

Tòa nhà	không tầng cứng (cm)	1 tầng cứng (cm) Độ giảm (%)	2 tầng cứng (cm) Độ giảm (%)
30 tầng	4,151 cm	3,021 cm 27,2%	2,398 cm 58,0%
35 tầng	3,388 cm	3,133 cm 7,5%	2,952 cm 13,9%
40 tầng	3,068 cm	2,770 cm 9,7%	2,546 cm 18,8%

Bảng 5. Kết quả lực cắt lớn nhất và độ giảm trong 09 trường hợp với Petrolia

Tòa nhà	không tầng cứng (kN)	1 tầng cứng (kN) Độ giảm (%)	2 tầng cứng (kN) Độ giảm (%)
30 tầng	73,68 kN	62,23 kN 15,52%	58,14 kN 24,96%
35 tầng	76,02 kN	63,02 kN 17,09%	65,30 kN 17,01%
40 tầng	72,64 kN	59,81 kN 17,66%	58,09 kN 24,33%

Bảng 6. Kết quả mô men lớn nhất và độ giảm trong 09 trường hợp với Petrolia

Tòa nhà	không tầng cứng (kNm)	1 tầng cứng (kNm) Độ giảm (%)	2 tầng cứng (kNm) Độ giảm (%)
30 tầng	481 kNm	407 kNm 15,35%	380 kNm 24,81%
35 tầng	504 kNm	411 kNm 18,23%	426 kNm 18,78%
40 tầng	476 kNm	394 kNm 17,12%	384 kNm 23,05%

Kết quả số liệu của bảng 1, 2 và 3 cho thấy chi tiết hơn ứng xử động lực học của kết cấu nhà nhiều tầng có tầng cứng với gia tốc nền của trận động đất Elcentro. Khi kết cấu có 01 tầng cứng trong cả 03 kết cấu, sự hiệu quả của tầng cứng vẫn có thể hiện chuyển vị giảm khoảng 10% và nội lực động giảm nhiều hơn, cao nhất khoảng 40%; tuy vậy xét tổng thể thì hiệu quả của tầng cứng này cũng chỉ mức vừa phải chưa thật sự mang lại hiệu quả cao như kỳ vọng. Tình huống khá rõ nét hơn khi kết cấu có 02 tầng cứng, tất nhiên cũng tốn kém hơn giải pháp 01 tầng cứng ở trên nhưng kết quả số mô tả phản ứng động của hệ thực sự hiệu quả, giải pháp này cho thấy là chuyển vị động, nội lực động đều giảm đáng kể, nhiều vị trí hiệu quả xấp xỉ 40-50%; đây là kết quả có ý nghĩa và rất đáng quan tâm.

Để minh họa cho những nhận xét trên được rõ hơn, bài báo thực hiện thí dụ số thêm một trận động đất nữa là Petrolia, cả 09 trường hợp kết cấu như trên hình 5 cùng thực hiện. Kết quả cho thấy rằng qui luật hiệu quả của tầng cứng tiếp tục được lặp lại tuy vậy định lượng phản ứng động giảm đi khi có tầng cứng trong trường hợp này thấp hơn các trường hợp kết cấu chịu

động đất Elcentro và hầu hết phản ứng động nhỏ hơn. Từ hai kết quả với các trường hợp trên, có thể nhận xét rằng kết cấu nhà nhiều tầng có tầng cứng mang lại hiệu quả hơn về chuyển vị và nội lực động khi kết cấu chịu gia tốc nền động đất.

4. KẾT LUẬN

Bài báo đã phân tích ảnh hưởng của tầng cứng đến ứng xử động kết cấu khung nhiều tầng chịu gia tốc nền động đất. Kết cấu nhà nhiều tầng với số tầng tương đối với các tầng cứng chịu 02 trận động đất được phân tích. Lời giải có độ tin cậy do được rời rạc hóa cả về không gian theo phương pháp phần tử hữu hạn và thời gian bởi hỗ trợ của SAP2000. Kết quả phân tích cho thấy rằng tầng cứng có hiệu quả nhất định đến kết cấu, làm giảm chuyển vị động và nội lực động đáng kể. Số lượng tầng cứng cũng có ảnh hưởng nhiều đến ứng xử động, cần quan tâm nhiều hơn để đưa ra kết quả tổng quát hơn. Kết quả làm cơ sở để có cái nhìn mới hơn về ảnh hưởng của vị trí tầng cứng lên ứng xử động của kết cấu dưới tác dụng của tải trọng động đất theo những mô hình khác nhau và mô hình tải trọng ngang.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nguyễn Hồng Hải (2015). "Nghiên cứu sự làm việc của nhà cao tầng bê tông cốt thép có tầng cứng chịu tác động của động đất ở Việt Nam". Luận án Tiến sĩ kỹ thuật, Viện Khoa học Công nghệ Xây dựng.
2. Trương Quang Hải, Võ Văn Tý, Trịnh Quang Thịnh (2012). "Tầng cứng và vị trí làm việc hiệu quả trong nhà cao tầng". Tuyển tập báo cáo hội nghị sinh viên nghiên cứu khoa học lần thứ 8. Đại học Đà Nẵng.
3. Kheyroddin Ali, Beiraghi Hamid (2017). "Wind-induced response of half-storey outrigger brace system in tall buildings". Current Science, Vol. 112, pp. 855-861.
4. Fang C.J., Tan P., Chang C.M. and Zhou F.L (2015). "A general solution for performance evaluation of a tall building with multiple damped and undamped outriggers". The Structural Design of Tall and Special Buildings, Vol. 24, pp. 797-820.
5. Gerasimidis S., Efthymiou E., Baniotopoulos C. C. (2009). "Optimum outrigger locations of high-rise steel buildings for wind loading". Institute of Metal Structures, Department of Civil Engineering, Aristotle University of Thessaloniki.
6. Goman W. M. H. (2016). "The evolution of outrigger system in tall buildings". International Journal of High-Rise Buildings, Vol. 5, pp. 21-30.
7. Hasan R.A.A. (2016). "Behavior of beam and wall outrigger in high-rise building and their comparison". International Journal of Civil, Structural, Environmental and Infrastructure Engineering Research and Development, Vol. 6, pp. 19-30.
8. Herath N., Haritos N., Ngo T., Mendis P. (2009). "Behavior of outrigger beams in high rise buildings under earthquake loads". Australian Earthquake Engineering Society 2009 Conference. Australia.
9. Hoenderkamp J. C. D. (2004). "Shear wall with outrigger trusses on wall and column foundations". The Structural Design of Tall and Special Buildings, Vol. 13, pp. 73-87.
10. Hoenderkamp J. C. D. (2008). "Second outrigger at optimum location on high-rise shear wall". The Structural Design of Tall and Special Buildings, Vol. 17, pp. 619-634.
11. Hulea R., Bianca P., Nicoreac M., Petrina B. (2014). "Optimum design of outrigger and belt truss systems using genetic algorithm". Journal of Civil Engineering and Architecture, Vol. 8, pp. 709-715.
12. Jahanshahi M. R., Rahgozar R. (2013). "Optimized location of outrigger-belt truss in tall buildings based on maximization of the belt truss strain energy". International Journal of Engineering, Vol. 26, pp. 693-700.
13. Kamgar R., Rahgozar R. (2015). "Determination of optimum location for flexible outrigger systems in non-uniform tall buildings using energy method". International Journal of Optimization in Civil Engineering, Vol. 5(4), pp. 433-444.
14. Mohd Abdus Satter, Sanjeev Rao, Sreenatha Reddy (2014). "Deflection control in high rise building using belt truss and outrigger systems". International Journal of Applied Sciences, Engineering and Management, Vol. 3, pp. 44-53.
15. Mohsen Malekinejad, Reza Rahgozar (2012). "A simple analytic method for computing the natural frequencies and mode shapes of tall buildings". Applied Mathematical Modelling, Vol. 36, pp. 3419-3432.